ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2024
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 21/10/2024 Ημερομηνία Παράδοσης: 4/11/2024 την ώρα του φροντιστηρίου ή ηλεκτρονικά στο patsoura@csd.uoc.gr

Άσκηση 1.
Ένα ΓΧΑ σύστημα περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2] \tag{1}$$

(α΄) Βρείτε την κρουστική απόκριση $h[n]$ του συστήματος.

(β΄) Είναι το σύστημα ευσταθές; Αιτιολογήστε.

(γ΄) Βρείτε την απόκριση σε συχνότητα του συστήματος. Χρησιμοποιήστε παραγοντοποίηση και σχέσεις του Euler για να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων.

(δ΄) Σχεδιάστε ποιοτικά την απόκριση πλάτους και την απόκριση φάσης.

(ε΄) Θεωρήστε ένα νέο σύστημα με απόκριση σε συχνότητα $H_1(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega-\pi)})$. Ποιά είναι η κρουστική απόκριση για αυτό το σύστημα;

<u>Απ:</u> (α) $h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$, (β) ναι, (γ) $H(e^{j\omega}) = 2e^{-j\omega}(1+\cos(\omega))$, (ε) $h_1[n] = \delta[n] - 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$

Άσκηση 2.
Χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τον ορισμό του ευθύ ή του αντίστροφου μετασχ. Fourier, δείξτε ότι

(α΄) αν

$$X(e^{j\omega}) = \frac{3}{(1-0.5e^{-j\omega})^4} \tag{2}$$

τότε

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] = 48 \tag{3}$$

(β΄) αν

$$X(e^{j\omega}) = \cos^3(4\omega) \tag{4}$$

τότε

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n x[n] = 1 \tag{5}$$

(γ΄)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1-0.25e^{-j\omega}} e^{j\omega} d\omega = \frac{\pi}{2} \tag{6}$$

Άσκηση 3. Η είσοδος σε ένα ΓΧΑ σύστημα δίνεται ως

$$x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) + 8\sin\left(\frac{3\pi n}{4} - \frac{\pi}{5}\right) \tag{7}$$

Βρείτε την έξοδο του συστήματος, $y[n]$, αν η κρουστική του απόκριση είναι

$$h[n] = 4\frac{\sin\left(\frac{(n-1)\pi}{2}\right)}{(n-1)\pi} \tag{8}$$

Εκμεταλλευτείτε την ιδιότητα της ιδιοσυνάρτησης, το ζεύγος Fourier για το γνωστό σας χαμηλοπερατό φίλτρο

$$h_1[n] = \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n} \longleftrightarrow H_1(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \le \omega_c \\ 0, & \omega_c < |\omega| \le \pi \end{cases} \tag{9}$$

και χρησιμοποιήστε γνωστές ιδιότητες του μετασχ. Fourier.

<u>Απ:</u> $y[n] = 8\cos\left(\frac{\pi}{4}(n-1)\right)$

Άσκηση 4.

(α΄) Ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

$$2y[n] - y[n-2] = x[n-1] + 3x[n-2] + 2x[n-3] \tag{10}$$

Βρείτε την απόκριση σε συχνότητα $H(e^{j\omega})$.

(β΄) Αν δυο συστήματα

$$H_1(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}} \tag{11}$$

$$h_2[n] = \delta[n] - \frac{\sin(\pi n/4)}{\pi n} \tag{12}$$

συνδέονται σε σειρά μεταξύ τους, βρείτε την απόκριση πλάτους του συνολικού συστήματος, $|H(e^{j\omega})|$.

<u>Απ:</u> (α) $H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}e^{-j\omega}\frac{1 + 3e^{-j\omega} + 2e^{-j2\omega}}{1 - \frac{1}{2}e^{-j2\omega}}$

(β) $|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 0, & \text{αλλού} \\ 1, & \frac{\pi}{4} < |\omega| < \pi \end{cases}$