Σχεσιακή Άλγεβρα – Relational Algebra

Χαρίδημος Κονδυλάκης
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών,
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Σχεσιακή Άλγεβρα - Διαίρεση

- *Ορισμός (13):* Έστω σχέσεις *R, S* με $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \ldots B_k\}$ με n,k $\geq$ 0. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση *T:*
  - με σχήμα $\{A_1, A_2, \ldots A_n\}$
  - με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα $s \in S$, η πλειάδα t || s ανήκει στην *R*

Με απλά λόγια, τις υπο-πλειάδες Z της R που εμφανίζονται με όλες τις τιμές της S

Διαίρεση (1) - $R \div S$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

C
c1

Temp

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2

$R \div S$

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2

Διαίρεση (2)

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

C
c1
c2

Temp

A	B
~~a1~~	~~b1~~
a2	b1
a1	b2

R ÷ S

A	B
a2	b1
a1	b2

Διαίρεση (3)

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

C
c1
c2
c3
c4

Temp

A	B
~~a1~~	~~b1~~
~~a2~~	~~b1~~
a1	b2

$R \div S$

A	B
a1	b2

Διαίρεση (4)

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

B	C
b1	c1

Temp

A
a1
a2

$R \div S$

A
a1
a2

Διαίρεση (4)

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

B	C
b1	c1
b2	c1

Temp

A
a1
~~a2~~

R ÷ S

A
a1

Διαίρεση

- Η διαίρεση μπορεί να θεωρηθεί ως το αντίστροφο του καρτεσιανού γινομένου
  - Αν $T := R \div S$ τότε $T \times S$ δίνει μια σχέση με σχήμα συμβατό με αυτό της R και <u>μπορεί να ισχύει</u> ότι $T \times S = R$
  - Γενικά, αν $T := R \div S$ τότε T είναι το μέγιστο δυνατό σύνολο πλειάδων ώστε $T \times S \subseteq R$

Διαίρεση

- *Θεώρημα 1:* Έστω T, S σχέσεις με σχήματα $A_1, A_2, \ldots A_n$ και $B_1, B_2, \ldots B_m$ αντίστοιχα. Αν $R = T \times S$ τότε $T = R \div S$
- *Απόδειξη:* $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_m\}$. Αρκεί να αποδειχτεί ότι $T \subseteq R \div S$ και $R \div S \subseteq T$
  - $T \subseteq R \div S$. Έστω $W := R \div S$ *και* $Head(W) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\} = Head(T)$.

    Έστω t μια οποιαδήποτε πλειάδα της T. Τότε για κάθε πλειάδα $s \in S$, η $t \| s$ ανήκει στην $T \times S$. Συνεπώς η t ανήκει στην $R = T \times S$ άρα στην $R \div S$ (βάσει ορισμού) . Άρα η t ανήκει στην W και άρα $T \subseteq W$.
  - $R \div S \subseteq T$. Έστω $W = R \div S$ και Έστω w οποιαδήποτε πλειάδα της W. Τότε για κάθε πλειάδα $s \in S$, η $w \| s$ ανήκει στην R. Από την υπόθεση, $R = T \times S$, δηλαδή κάθε πλειάδα της R προκύπτει από τη συνένωση μιας πλειάδας της T και μιας της S. Αφού $Head(W) = Head(T)$ τότε πρέπει να υπάρχει πλειάδα $t \in T$ τέτοια ώστε $t = w$. Άρα η w ανήκει στην T και $W \subseteq T$.

Διαίρεση (5)

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(ord,cid,aid,pid,qty, amt)
```

- «Βρείτε όλους τους κωδικούς των πελατών που έχουν κάνει παραγγελία για όλα τα προϊόντα που παραγγέλνει ο πελάτης c001»
  - Κωδικοί προϊόντων που έχει παραγγείλει ο πελάτης c001
    - $T1 := \pi_{pid} (\sigma_{cid = c001} (O))$
  - Βρείτε τους πελάτες που έχουν κάνει παραγγελία για όλα τα προηγούμενα προϊόντα
    - $T2 := \pi_{cid,pid} (O) \div T1$

$$\pi_{pid,cid} (O) \div (\pi_{pid} (\sigma_{cid = c001} (O)))$$

Διαίρεση (5)

ord	cid	aid	pid	qty	amt
o001	c001	a001	p001	1	1000
o002	c001	a002	p002	2	2000
o003	c003	a003	p001	3	3000
o004	c003	a004	p002	4	4000
o005	c004	a004	p001	5	5000

Orders

$$\pi_{pid,cid}(O) \div (\pi_{pid}(\sigma_{cid = c001}(O)))$$

$$\pi_{pid,cid}(O)$$

cid	pid
c001	p001
c001	p002
c003	p001
c003	p002
c004	p001

$$\pi_{pid}(\sigma_{cid = c001}(O))$$

pid
p001
p002

$$\pi_{pid,cid}(O) \div (\pi_{pid}(\sigma_{cid = c001}(O)))$$

cid
c001
c003

Διαίρεση (5)

(P) Products(<u>pid</u>, pname,city,quantity, price)

(C) Customers(<u>cid</u>, cname,city,discount)

(O) Orders(<u>ord</u>,cid,aid,pid,qty, amt)

- $\pi_{pid,cid}(O) \div (\pi_{pid}(\sigma_{cid = c001}(O))$

- Σωστή λύση ? → $\pi_{pid,cid}(O \div (\pi_{pid}(\sigma_{cid = c001}(O)))$

Διαίρεση (5)

ord	cid	aid	pid	qty	amt
o001	c001	a001	p001	1	1000
o002	c001	a002	p002	2	2000
o003	c003	a003	p001	3	3000
o004	c003	a004	p002	4	4000
o005	c004	a004	p001	5	5000

$\pi_{pid}\ (\sigma_{cid\ =\ c001}\ (O)$

pid
p001
p002

$\pi_{cid}\ (\ O\ \div\ \pi_{pid}\ (\sigma_{cid\ =\ c001}\ (O)))$

cid

Η λύση $\pi_{cid}\ (O \div (\pi_{pid}\ (\sigma_{cid\ =\ c001}\ (O))))$ προϋποθέτει ότι οι πλειάδες που αντιστοιχούν στις παραγγελίες όλων των προϊόντων του πελάτη c001 <u>έχουν τις ίδιες τιμές για όλα τα γνωρίσματα</u> της σχέσης **Orders(orderid, cid, aid, qty, amt).**

Διαίρεση (6)

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(ord,cid,aid,pid,qty, amt)
```

- «Βρείτε τα ονόματα των πελατών που παραγγέλνουν όλα τα προϊόντα»
  - Κωδικοί προϊόντων T1 := π_{pid} (P)
  - Πελάτες που παραγγέλνουν όλα τα προϊόντα της σχέσης T1 : T2 := $\pi_{pid,\ cid}$ (O) ÷ T1
  - Ονόματα των πελατών στη σχέση T2: π_{cname} (C JOIN T2)

$$\pi_{cname} \text{ (C JOIN (}\pi_{pid,\ cid} \text{(O)} \div \pi_{pid} \text{(P)))}$$

Διαίρεση

- *Θεώρημα 2:* Η διαίρεση μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας τις πράξεις $\times$, π, $-$.
- *Απόδειξη:* Έστω R, S σχέσεις με σχήματα $A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_m$ και $B_1, B_2, \ldots B_m$ αντίστοιχα.

  $R \div S := \pi_{A1, A2, \ldots An}(R) - \pi_{A1, A2, \ldots An}((\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) \times S) - R)$.

  - ✓ Έστω u πλειάδα που ανήκει στην $R \div S$. Τότε η u ανήκει στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}(R)$ και <u>δεν ανήκει</u> στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}((\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) \times S) - R)$. Έστω ότι υπάρχει πλειάδα $s \in S$ τέτοια ώστε η πλειάδα $u \,||\, s$ <u>να μην ανήκει στην R</u>. Αυτό σημαίνει ότι η u θα ανήκει στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}((\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) \times S) - R)$, το οποίο είναι άτοπο. Επομένως για κάθε πλειάδα $s \in S$, η πλειάδα $u \,||\, s$ ανήκει στην $R \div S$
  - ✓ Αντίστροφα, έστω u πλειάδα που ανήκει στην $R \div S$. Τότε ανήκει στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}(R)$ και δεν ανήκει στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}((\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) \times S) - R)$. Αν ίσχυε αυτό, θα σήμαινε ότι υπάρχει πλειάδα $s \in S$ τέτοια ώστε η πλειάδα $u \,||\, s$ να ανήκει στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) \times S$ αλλά όχι στην R. Επομένως η u θα ανήκει στην $\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) - \pi_{A1, A2, \ldots An}((\pi_{A1, A2, \ldots An}(R) \times S) - R)$

Διαίρεση (7)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}((\pi_{A,B}(R) \times S) - R)$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b3	c2
a1	b4	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

C
c1

$T1 := \pi_{A,B}(R)$

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2
a2	b3
a1	b4

$T2 := T1 \times S$

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a2	b3	c1
a1	b4	c1

$T3 := T2 - R$

A	B	C
a2	b3	c1
a1	b4	c1

$T4 := \pi_{A,B}(T3)$

A	B
a2	b3
a1	b4

Διαίρεση (7)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}((\pi_{A,B}(R) \times S) - R)$

$T1 := \pi_{A,B}(R)$

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2
a2	b3
a1	b4

$T2 := T1 \times S$

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a2	b3	c1
a1	b4	c1

S

C
c1

$T3 := T2 - R$

A	B	C
a2	b3	c1
a1	b4	c1

$T4 := \pi_{A,B}(T3)$

A	B
a2	b3
a1	b4

$T5 := T1 - T4$

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2

Διαίρεση (7)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}((\pi_{A,B}(R) \times S) - R)$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b3	c2
a1	b4	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

C
c1

Temp

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2
~~a2~~	~~b3~~
~~a1~~	~~b4~~

$R \div S$

A	B
a1	b1
a2	b1
a1	b2

Διαίρεση (8)

(P) Products(<u>pid</u>, pname,city,quantity, price)

(C) Customers(<u>cid</u>, cname,city,discount)

(O) Orders(<u>ord</u>,cid,aid,pid,qty, amt)

- «Βρείτε τα <u>ονόματα</u> των <u>πελατών</u> που παραγγέλνουν <u>όλα</u> τα προϊόντα με τιμή 0.50$»
  - Προϊόντα με τιμή 0.50$. $T1 := \sigma_{price=0.50}(P)$
  - Κωδικοί προϊόντων $T2 := \pi_{pid}(T1)$
  - Κωδικοί πελατών και προϊόντων που παραγγέλνουν $T3 := \pi_{cid,pid}(O)$
  - Κωδικοί πελατών που παραγγέλνουν <u>όλα</u> τα προϊόντα στη σχέση T2:

    $T4:=T3 \div T2$
  - Ονόματα πελατών: $T5 := \pi_{cname}(C \text{ JOIN } T4)$

$$\pi_{cname}(C \text{ JOIN } (\pi_{pid,\, cid}(O) \div \pi_{pid}(\sigma_{price=0.50}(P))))$$

Διαίρεση (9)

(P) Products(<u>pid</u>, pname,city,quantity, price)

(C) Customers(<u>cid</u>, cname,city,discount)

(O) Orders(<u>ord</u>,cid,aid,pid,qty, amt)

- ✓ «Βρείτε τους <u>κωδικούς των πελατών</u> που παραγγέλνουν <u>όλα</u> τα <u>προϊόντα</u>»

$$\pi_{\text{pid, cid}}(O) \div \pi_{\text{pid}}(P)$$

- ✓ «Βρείτε τους κωδικούς <u>προμηθευτών</u> που παίρνουν παραγγελίες για όλα τα προϊόντα που παραγγέλνει ο πελάτης c004

$$\pi_{\text{aid, pid}}(O) \div \pi_{\text{pid}}(\sigma_{\text{cid='c004'}}(O))$$

Σχεσιακή Άλγεβρα - Παραδείγματα

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- ✓ «Βρείτε τα ονόματα των πελατών που δεν κάνουν καμία παραγγελία μέσω του πράκτορα a03»
  - ✓ πελάτες που κάνουν παραγγελίες μέσω του πράκτορα a03:
    $T1 := \pi_{cid} (\sigma_{aid='a03'} (O))$
  - ✓ Υπόλοιποι πελάτες

    $T2 := \pi_{cid} (C) - T1$
  - ✓ ονόματα των παραπάνω πελατών: $\pi_{cname} (T2 \text{ JOIN } C)$

$$\pi_{cname} ((\pi_{cid} (C) - \pi_{cid} (\sigma_{aid='a03'} (O))) \text{ JOIN } C)$$

Σχεσιακή Άλγεβρα - Παραδείγματα

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- «Βρείτε τους πελάτες που κάνουν παραγγελίες μόνο μέσω του πράκτορα a03»
  - πελάτες που δεν κάνουν παραγγελίες μέσω του πράκτορα a03:
    $T1 := \pi_{cid} (\sigma_{aid \neq 'a03'} (O))$
  - Υπόλοιποι πελάτες
    $T2 := \pi_{cid} (O) - T1$

$$\pi_{cid} (O) - \pi_{cid} (\sigma_{aid \neq 'a03'} (O))$$

Σχεσιακή Άλγεβρα - Παραδείγματα

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- ✓ «Βρείτε τα προϊόντα που δεν έχουν παραγγελθεί ποτέ από πελάτη στη Νέα Υόρκη μέσω ενός πράκτορα που έχει έδρα τη Βοστώνη»

$$\pi_{pid}(P) - \pi_{pid}((\sigma_{city = 'NY'}(C))\ \text{JOIN}\ O\ \text{JOIN}\ (\sigma_{city = 'Boston'}(A)))$$

Σχεσιακή Άλγεβρα - Παραδείγματα

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- «Βρείτε τα προϊόντα που δεν παραγγέλνονται από οποιονδήποτε πελάτη ζει σε πόλη της οποίας το όνομα ξεκινάει με D.
  - Πελάτες που ζουν σε πόλη της οποίας το όνομα ξεκινάει από D: $T1 := \sigma_{city < E \wedge city \geq D}$ **(C)**
  - Παραγγελίες των παραπάνω πελατών: T2 := **O** JOIN T1
  - Κωδικοί παραπάνω προϊόντων: $T3 := \pi_{pid}(T2)$

$$\pi_{pid}(P) - \pi_{pid}(O \text{ JOIN } (\sigma_{city < E \wedge city \geq D} (C)))$$

Σχεσιακή Άλγεβρα - Παραδείγματα

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- «Βρείτε τους πελάτες που παραγγέλνουν <u>και</u> το προϊόν p01 <u>και</u> το προϊόν p07.

$$\pi_{cid}(\sigma_{pid='p01'}(O)) \cap \pi_{cid}(\sigma_{pid='p07'}(O))$$

- Η πράξη της τομής μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν οι συνθήκες της επιλογής αναφέρονται σε μονότιμα γνωρίσματα (π.χ. αναγνωριστικό της σχέσης). Αν οι συνθήκες της επιλογής αναφέρονται σε πλειότιμα γνωρίσματα τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί η πράξη της σύζευξης στη συνθήκη, όπως και η πράξη της τομής.