

HY360: Αρχεία και Βάσεις Δεδομένων

Διδάσκων : Πλεξουσάκης Δημήτρης

Φροντιστήριο

Σχεσιακή Άλγεβρα (μέρος 2^ο) - Σχεσιακός Λογισμός

Σχεσιακή Άλγεβρα

- **Εισαγωγή**

- Σύνολο τελεστών που εφαρμόζονται σε μία ή περισσότερες σχέσεις
- Όλες οι πράξεις της σχεσιακής άλγεβρας επιστρέφουν μία σχέση

- **Τελεστές**

- Τελεστές από τη θεωρία συνόλων
 - Ένωση (Union): \cup
 - Τομή (Intersect): \cap
 - Αφαίρεση (Difference): $-$
 - Καρτεσιανό γινόμενο (Cartesian product): \times
- Τελεστές από τη σχεσιακή άλγεβρα
 - Προβολή (Projection): π
 - Επιλογή (Selection): σ
 - Σύζευξη (Join): \bowtie
 - Διαίρεση (Division): \div

Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας - Διαίρεση -

- Έστω δύο συνθήκες R και S , με σχήμα

$$\text{Head}(R) = \{A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_k\} \text{ και } \text{Head}(S) = \{B_1, B_2, \dots, B_k\}$$

- B_1, B_2, \dots, B_k κοινά γνωρίσματα των R και S
- Πρέπει να ισχύει ότι $\text{Head}(S) \subseteq \text{Head}(R)$
- Η διαίρεση $R \div S$
 - Ορίζει μία νέα σχέση T με σχήμα $\text{Head}(T) = \{A_1, \dots, A_n\}$
 - μία πλειάδα $t \in T$ αν για κάθε πλειάδα $s \in S$ οι πλειάδες $t \parallel s \in R$
 - Περιλαμβάνει όλες τις πλειάδες της σχέσης R , οι οποίες έχουν κοινά γνωρίσματα με **όλες** τις πλειάδες της σχέσης S .

- Αν $\text{Head}(R) = \text{Head}(S)$
 - Η σχέση $T := R \div S$ που προκύπτει είναι κενή: $\text{Head}(T) = \emptyset$

Διαίρεση

παράδειγμα 1

Order

cid	pid
01	p_02
01	p_03
02	p_02
02	p_05
02	p_03
03	p_03
03	p_01

Product

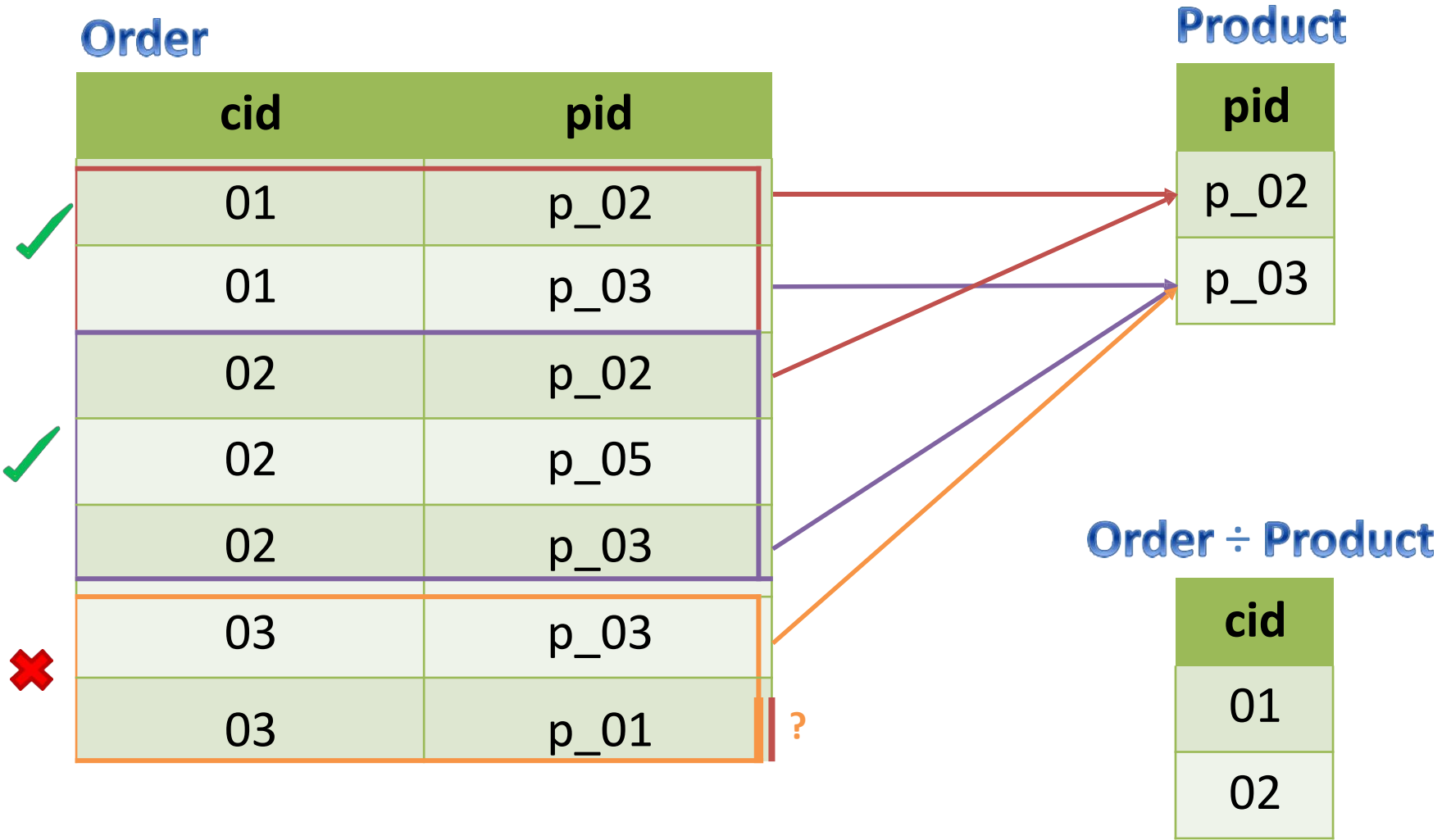
pid
p_02
p_03

Order ÷ Product

cid
01
02




?



Προτεραιότητα τελεστών

- Καθορίζει την σειρά με την οποία θα γίνονται οι πράξεις της σχεσιακής άλγεβρας



Τελεστής	Σύμβολο
Προβολή	π
Επιλογή	σ
Καρτεσιανό γινόμενο	\times
Σύζευξη, Διαίρεση	\bowtie, \div
Αφαίρεση	$-$
Ένωση, Τομή	\cup, \cap

Άσκηση 1

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

SHOP (id, name, address, manager)

PRODUCT (pname ,company ,pcity)

SUPPLIER (sid ,sname ,scity)

BUYING (id ,sid) *(καταστήματα αγοράζουν από προμηθευτές)*

SUPPLYING (sid ,pname) *(έμποροι προμηθεύουν προϊόντα)*

Επερώτηση

- Βρείτε τους προμηθευτές οι οποίοι προμηθεύουν **όλα** τα προϊόντα τα οποία παράγονται στο Ηράκλειο

$$RESULT \leftarrow \pi_{sid, sname} \left(\left(SUPPLYING \right. \right. \\ \left. \left. \div \pi_{pname} \left(\sigma_{pcity="Ηράκλειο"}(PRODUCT) \right) \right) \bowtie SUPPLIER \right)$$

Σχεσιακός Λογισμός

- **Γλώσσα επερωτήσεων** που βασίζεται στον Κατηγορηματικό Λογισμό 1^{ης} τάξης
- Εμφανίζει την ίδια εκφραστική δύναμη με την Σχεσιακή Άλγεβρα
 - Κάθε επερώτηση που εκφράζεται σε σχεσιακή άλγεβρα, μπορεί να εκφραστεί και σε σχεσιακό λογισμό
- Οι προτάσεις του Σχεσιακού Λογισμού δηλώνουν σχέσεις
- Διακρίνεται σε δύο είδη βάση του είδους των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για τη παραγωγή των επερωτήσεων
 - **Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων**
 - Οι μεταβλητές εκφράζουν ολόκληρες **πλειάδες** των σχέσεων
 - **Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων**
 - Οι μεταβλητές εκφράζουν **γνωρίσματα** των σχέσεων

Σχεσιακός Λογισμός

Προτάσεις

- Κάθε πρόταση σχεσιακού λογισμού χρησιμοποιεί ένα σύνολο από μεταβλητές οι οποίες διακρίνονται:

- **Ελεύθερες**
- **Δεσμευμένες**

η χρήση ποσοδεικτών (\exists ή \forall) δεσμεύει το στιγμιότυπο της εκάστοτε μεταβλητής μέσα στην πρόταση π.χ

- $(\forall x) (\forall y) (\exists z) (R(x,y) \wedge R(y,z))$ x, y, z δεσμευμένες
- $(\exists z1) (\exists z2) (R(x, z1) \wedge R(z1, z2) \wedge R(z2, y))$ x & y ελεύθερες

- Κάθε πρόταση αντιστοιχεί σε μια σχέση (relation) της οποίας τα γνωρίσματα είναι οι ελεύθερες μεταβλητές της πρότασης

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

- $\{t \mid \text{Formula}(t)\}$ (Γενική μορφή)
- t είναι μία μεταβλητή που αναφέρεται σε πλειάδες
- **Formula(t)** είναι μία πρόταση που περιγράφει την πλειάδα t
 - Η πρόταση μπορεί να περιέχει τα ακόλουθα:
 - **R(t)** - R όνομα σχέσης, t όνομα μεταβλητής
 - $t \in R$
 - $t_1.A_1 \text{ op } t_2.A_2$ - σχέση μεταξύ των γνωρισμάτων A_1 και A_2 των πλειάδων t_1 και t_2 αντίστοιχα
 - επιβάλλεται το πεδίο τιμών των γνωρισμάτων στα οποία γίνεται η σύγκριση να είναι το ίδιο
 - $\text{op} \in \{=, >, <, \geq, \leq, \neq\}$
 - $t.A \text{ op } c$ - σχέση μεταξύ γνωρίσματος A και σταθεράς c
 - Όμοια με παραπάνω

συνδεδεμένα με λογικούς τελεστές $\{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \dots\}$

Σχεσιακός Λογισμός

Πλειάδων

- *Παράδειγμα*

Ταινία

<u>Τίτλος</u>	Έτος	Διάρκεια	Είδος
---------------	------	----------	-------

Παίζει

<u>Όνομα</u>	<u>Τίτλος</u>
--------------	---------------

Ηθοποιός

<u>Όνομα</u>	Έτος Γέννησης	Διεύθυνση
--------------	---------------	-----------

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

Παράδειγμα

- *όλες οι έγχρωμες ταινίες (select)*

$$\{u^{(4)} \mid (\exists t^{(4)}) \text{Ταινία}(t) \wedge t[4] = \text{«Έγχρωμη»} \wedge u[1] = t[1] \wedge u[2] = t[2] \\ \wedge u[3] = t[3] \wedge u[4] = t[4] \}$$

ή

$$\{u^{(4)} \mid (\exists t^{(4)}) \text{Ταινία}(t) \wedge t.\text{Είδος} = \text{«Έγχρωμη»} \wedge u.\text{Τίτλος} = t.\text{Τίτλος} \wedge u.\text{Διάρκεια} = \\ t.\text{Διάρκεια} \wedge u.\text{Είδος} = t.\text{Είδος} \wedge u.\text{Ετος} = t.\text{Ετος}\}$$

- *μόνο ο τίτλος και το έτος από τις έγχρωμες ταινίες (project)*

$$\{u^{(2)} \mid (\exists t^{(4)}) \text{Ταινία}(t) \wedge t[4] = \text{«Έγχρωμη»} \wedge u[1] = t[1] \wedge u[2] = t[2] \}$$

ή

$$\{u^{(2)} \mid (\exists t^{(4)}) \text{Ταινία}(t) \wedge t.\text{Είδος} = \text{«Έγχρωμη»} \wedge u.\text{Τίτλος} = t.\text{Τίτλος} \\ \wedge u.\text{Ετος} = t.\text{Ετος}\}$$

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

- *Ονόματα ηθοποιών που έπαιξαν σε ταινίες διάρκειας πάνω από 120 λεπτά*

(join)

$$\{u^{(1)} \mid (\exists p^{(2)}, t^{(4)}) \text{Παίξει}(p) \wedge \text{Ταινία}(t) \wedge t.\text{Διάρκεια} > 120 \wedge p[1] = u[1] \wedge p[2] = t[1]\}$$

- *Ονόματα ηθοποιών που έχουν παίξει σε όλες τις έγχρωμες ταινίες*

(division)

- $\{u^{(1)} \mid (\forall t^{(4)}) (\text{Ταινία}(t) \wedge t[4] = \text{«Έγχρωμη»}) \rightarrow ((\exists p^{(2)}) \text{Παίξει}(p) \wedge t[1] = p[2] \wedge u[1] = p[1])\}$

Ζεύγη ονομάτων ηθοποιών και τίτλων ταινιών, στις οποίες δεν έχουν παίξει

(difference)

$$\{u^{(2)} \mid (\exists t^{(4)}, h^{(3)}) (\text{Ταινία}(t) \wedge \text{Ηθοποιός}(h) \wedge u[2] = t[1] \wedge u[1] = h[2])$$

$$\rightarrow ((\sim \exists p^{(3)}) \text{Παίξει}(p) \wedge t[1] = p[2] \wedge h[1] = p[1])\}$$

Μετατροπή από Σχεσιακή Άλγεβρα σε Σχεσιακό Λογισμό Πλειάδων

- Οι παρακάτω εκφράσεις E σε Σχεσιακή Άλγεβρα ισοδυναμούν με τις αντίστοιχες σε σχεσιακό λογισμό πλειάδων προτάσεις F

$$E = R \quad \mapsto F = r(\mu)$$

$$E = E_1 \cup E_2 \quad \mapsto F = F_1 \vee F_2$$

$$E = E_1 - E_2 \quad \mapsto F = F_1 \wedge \neg F_2$$

$$E = \pi_{A_1, \dots, A_m}(E_1) \mapsto F(\mu^{(n)}) = (\exists \rho^{(k)}) F_1(\rho) \wedge$$

$$(\mu[1] = \rho[i_1]) \wedge \dots \wedge (\mu[n] = \rho[i_n]), n \leq k$$

$$E = E_1 \times E_2 \quad \mapsto F(\mu^{m+n}) = (\exists \rho^{(n)})(\exists \sigma^{(m)}) F_1(\rho) \wedge F_2(\sigma) \wedge$$

$$(\mu[1] = \rho[1]) \wedge \dots \wedge (\mu[n] = \rho[n]) \wedge$$

$$(\mu[n+1] = \sigma[1]) \wedge \dots \wedge (\mu[n+m] = \sigma[m])$$

$$E = \sigma_{A_i \theta A_j}(E_1) \quad \mapsto F_1(\mu) \wedge (\mu[i] \theta \mu[j])$$

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

- $\{A_1, A_2, A_3, A_4, \dots \mid \text{Formula}(A_1, A_2, A_3, A_4, \dots)\}$ (Γενική μορφή)
- A_i είναι μεταβλητή πεδίου που αναφέρεται σε γνωρίσματα πεδίων
 - Παίρνει τιμές από το πεδίο τιμών στο οποίο αντιστοιχεί
- **Formula(t)** είναι μία πρόταση που περιγράφει τις συνθήκες που ισχύουν για τα γνωρίσματα A_i
 - Η πρόταση μπορεί να περιέχει τα ακόλουθα:
 - $R(A_1, A_2, A_3, A_4, \dots)$ - R όνομα σχέσης, $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ ονόματα μεταβλητών
 - $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots \in R$
 - $A_1 \text{ op } A_2$ - σχέση μεταξύ των μεταβλητών A_1 και A_2
 - επιβάλλεται το πεδίο τιμών των γνωρισμάτων στα οποία γίνεται η σύγκριση να είναι το ίδιο
 - $\text{op} \in \{=, >, <, \geq, \leq, \neq\}$
 - $A \text{ op } c$ - σχέση μεταξύ γνωρίσματος A και σταθεράς c
 - Όμοια με παραπάνω

συνδεδεμένα με λογικούς τελεστές $\{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \dots\}$

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

- *Παράδειγμα*

Ταινία

<u>Τίτλος</u>	Έτος	Διάρκεια	Είδος
---------------	------	----------	-------

Παίζει

<u>Όνομα</u>	<u>Τίτλος</u>
--------------	---------------

Ηθοποιός

<u>Όνομα</u>	Έτος Γέννησης	Διεύθυνση
--------------	---------------	-----------

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

Παράδειγμα

- *όλες οι έγχρωμες ταινίες (select)*

$\{T, G, D, Y \mid \text{Ταινία}(T, Y, D, G) \wedge G = \text{«Έγχρωμη»}\}$

- *μόνο ο τίτλος και το έτος από τις έγχρωμες ταινίες (project)*

$\{T, Y \mid (\exists D, G) \text{Ταινία}(T, Y, D, G) \wedge G = \text{«Έγχρωμη»}\}$

ή

$\{T, Y \mid (\exists D) \text{Ταινία}(T, Y, D, \text{«Έγχρωμη»})\}$

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

Παράδειγμα

- *Ονόματα ηθοποιών που έπαιξαν σε ταινίες διάρκειας πάνω από 120 λεπτά (join)*

$\{N \mid (\exists T, Y, G, D) \text{ Παίζει}(N, T) \wedge \text{Ταινία}(T, Y, D, G) \wedge D > 120\}$

- *Ονόματα ηθοποιών που έχουν παίξει σε όλες τις έγχρωμες ταινίες (division)*

$\{N \mid (\forall T, Y, D) \text{Ταινία}(T, Y, D, \text{«Έγχρωμη»}) \rightarrow (\text{Παίζει}(N, T))\}$

- *Ζεύγη ονομάτων ηθοποιών και τίτλων ταινιών, στις οποίες δεν έχουν παίξει (difference)*

$\{N, T \mid (\exists B, A, Y, G, D)(\text{Ταινία}(T, Y, D, G) \wedge \text{Ηθοποιός}(N, B, A)) \rightarrow (\sim \text{Παίζει}(N, T))\}$

Μετατροπή από Σχεσιακή Άλγεβρα σε Σχεσιακό Λογισμό Πεδίων

- Οι παρακάτω εκφράσεις E σε Σχεσιακή Άλγεβρα ισοδυναμούν με τις αντίστοιχες σε σχεσιακό λογισμό πεδίων προτάσεις F

$$E = R(x_1, \dots, x_k) \mapsto F = r(X_1, \dots, X_k)$$

$$E = E_1 \cup E_2 \quad \mapsto F = F_1 \vee F_2$$

$$E = E_1 - E_2 \quad \mapsto F = F_1 \wedge \neg F_2$$

$$E = \pi_{A_1, \dots, A_m}(E_1) \mapsto F(X_{i1}, \dots, X_{im}) = (\exists X_{j1}) \dots (\exists X_{jm}) F_1(X_{i1}, \dots, X_{im}, X_{j1}, \dots, X_{jm})^*$$

$$E = E_1 \times E_2 \quad \mapsto F(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n) = F_1(X_1, \dots, X_n) \wedge F_2(Y_1, \dots, Y_n)$$

$$E = \sigma_{A_i \theta A_j}(E_1) \quad \mapsto F_1 \wedge (X_i \theta X_j)$$

*Οι μεταβλητές X_{i1}, \dots, X_{im} μαζί με τις X_{j1}, \dots, X_{jm} συνιστούν το σύνολο των μεταβλητών της F_1

Άσκηση 1

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

PRODUCT (pid ,stock , supplier)

CLIENT (cid ,name ,address ,city)

ORDER (orderno , date ,quantity ,pid ,cid)

Επερώτηση 1

- Βρείτε τους αριθμούς των παραγγελιών για τα προϊόντα που παραγγέλλονται σε ποσότητα μικρότερη του 100 και από πελάτες που βρίσκονται στην Αθήνα

$$RESULT \leftarrow \pi_{orderno} \left(\left(\sigma_{quantity < 100} (ORDER) \right) \bowtie \left(\sigma_{city = "Athens"} (CLIENT) \right) \right)$$

$$\{ \mu^{(1)} \mid \exists (\tau^{(5)}, \sigma^{(4)}) \left(\begin{array}{l} order(\tau) \wedge client(\sigma) \wedge (\mu[1] = \tau[1]) \wedge (\tau[3] < 100) \wedge \\ (\sigma[4] = "Athens") \wedge (\tau[5] = \sigma[1]) \end{array} \right) \}$$

$$\{ O \mid \exists (D, P, C, N, A) (order(O, D, Q, P, C) \wedge client(C, N, A, "Athens") \wedge Q < 100) \}$$

Επερώτηση 2

- Βρείτε τα ονόματα και τις διευθύνσεις των πελατών οι οποίοι δίνουν παραγγελία για προϊόντα για τα οποία δεν υπάρχει stock

$$\pi_{name,address} \left(CLIENT \bowtie \pi_{cid} \left(ORDER \bowtie \left(\pi_{pid} (\sigma_{stock=0}(PRODUCT)) \right) \right) \right)$$

$$\{\mu^{(2)} \mid \exists (\sigma^{(4)}, \tau^{(5)}, \rho^{(3)}) \left(\begin{array}{l} client(\sigma) \wedge order(\tau) \wedge product(\rho) \wedge (\rho[2]=0) \wedge \\ (\mu[1]=\sigma[2]) \wedge (\mu[2]=\sigma[3]) \wedge (\tau[4]=\rho[1]) \wedge (\tau[5]=\sigma[1]) \end{array} \right) \}$$

$$\{N, A \mid \exists (C, CI, O, D, Q, P, SU) \left(\begin{array}{l} client(C, N, A, CI) \wedge order(O, D, Q, P, C) \wedge \\ product(P, S, SU) \wedge S = 0 \end{array} \right) \}$$

Επερώτηση 3

- Βρείτε τις πόλεις στις οποίες μένουν πελάτες οι οποίοι **δεν δίνουν**

καμιά παραγγελία για προϊόντα που προμηθεύει ο "AB"

$$\pi_{\text{city}} \left(\text{CLIENT} \bowtie \left(\pi_{\text{cid}}(\text{CLIENT}) - \pi_{\text{cid}} \left(\text{ORDER} \bowtie \left(\pi_{\text{pid}} \left(\sigma_{\text{supplier}="AB"}(\text{PRODUCT}) \right) \right) \right) \right) \right)$$

$$\left\{ \mu^{(1)} \mid \exists \left(\sigma^{(4)} \left(\begin{array}{l} \text{client}(\sigma) \wedge (\mu[1] = \sigma[4]) \wedge \\ \neg \left(\exists \left(\tau^{(5)}, \rho^{(3)} \right) \left(\begin{array}{l} \text{order}(\tau) \wedge \text{product}(\rho) \wedge (\rho[3] = "AB") \\ \wedge (\tau[4] = \rho[1]) \wedge (\tau[5] = \sigma[1]) \end{array} \right) \right) \right) \right) \right\}$$

$$\left\{ CI \mid \exists (C, N, A) \left(\begin{array}{l} \text{client}(C, N, A, CI) \wedge \\ \neg \left(\exists (O, D, Q, P, S) \left(\begin{array}{l} \text{order}(O, D, Q, P, C) \wedge \\ \text{product}(P, S, SU) \wedge SU = "AB" \end{array} \right) \right) \right) \right\}$$

Επερώτηση 4

- Βρείτε τα προϊόντα για τα οποία δίνονται παραγγελίες από όλους

τους πελάτες που βρίσκονται στην Αθήνα, καθώς και τους προμηθευτές τους

$$RESULT \leftarrow \pi_{pid, supplier} \left(PRODUCT \right. \\ \left. \bowtie \left(\pi_{pid, cid}(ORDER) \div \pi_{cid} \left(\sigma_{city="Athens"}(CLIENT) \right) \right) \right)$$

$$\{ \mu^{(2)} \mid \forall (\sigma^{(4)}) \left(\exists (\rho^{(3)}) \left(\begin{array}{l} product(\rho) \wedge client(\sigma) \wedge \sigma[4] = "Athens" \wedge (\mu[1] = \rho[1]) \wedge \\ (\mu[2] = \rho[3]) \rightarrow (\exists \tau^{(5)}) (order(\tau)) \wedge (\tau[4] = \rho[1]) \wedge (\tau[5] = \sigma[1]) \end{array} \right) \right) \right)$$

$$\{ P, SU \mid \forall (C, N, A) \left(\exists (S, D, Q) \left(\begin{array}{l} product(P, S, SU) \wedge client(C, N, A, CI) \wedge \\ CI = "Athens" \rightarrow (\exists O) (order(O, D, Q, P, C)) \end{array} \right) \right) \right)$$

Επερώτηση 5

- Βρείτε τα ζεύγη πελατών προμηθευτών τα οποία είναι τέτοια ώστε ο προμηθευτής να μην προμηθεύει κανένα προϊόν που παραγγέλνει ο πελάτης

$$RESULT \leftarrow \pi_{cid, supplier} (CLIENT \times PRODUCT) \\ - \pi_{cid, supplier} (PRODUCT \bowtie ORDER)$$

$$\{\mu^{(2)} \mid \exists(\sigma^{(4)}, \rho^{(3)}) \left(\begin{array}{l} client(\sigma) \wedge product(\rho) \wedge (\mu[1] = \sigma[1]) \wedge (\mu[2] = \rho[3]) \\ \rightarrow \neg(\exists(\tau^{(5)}) order(\tau) \wedge (\tau[4] = \rho[1]) \wedge (\tau[5] = \sigma[1])) \end{array} \right) \}$$

$$\{C, SU \mid \exists(N, A, CI, P, S) \left(\begin{array}{l} client(C, N, A, CI) \wedge product(P, S, SU) \rightarrow \\ \neg(\exists(O, D, Q) order(O, D, Q, P, C)) \end{array} \right) \}$$