Σχεσιακή Άλγεβρα – Relational Algebra

- Ορίζει ένα *σύνολο τελεστών* που εφαρμόζονται σε *μια* ή *σε περισσότερες σχέσεις*.
- Οι τελεστές ορίζουν πράξεις οι οποίες διακρίνονται σε
  - Πράξεις *μεταξύ συνόλων* (μια σχέση είναι ένα σύνολο πλειάδων)
  - Πράξεις σχετικές με τα *γνωρίσματα των πλειάδων*
  - *Μοναδιαίες*: εφαρμόζονται σε μια σχέση
  - *Δυαδικές*: εφαρμόζονται σε δυο σχέσεις

Όλες οι πράξεις της σχεσιακής άλγεβρας, επιστρέφουν μια σχέση

Ορισμοί

- ***Ορισμός:*** Έστω R μια σχέση
  - Σχήμα της R : $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$
  - Γνώρισμα A_i της R : $R.\,A_i$ ή $R(A_i)$
  - Υποσύνολο του σχήματος της R : $X = \{A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{ik}\}$
  - Πλειάδες της R : $Cont(R)$
  - Πλειάδα της R : $\mathrm{t} \in R$ ή $\mathrm{t} \in Cont(R)$
  - Περιορισμός (restriction) $\mathrm{t}[X]$ ή $\mathrm{t}(X)$ της t στο σύνολο γνωρισμάτων X : η *πλειάδα τιμών της* t στα γνωρίσματα $A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{ik}$
  - Πεδίο γνωρίσματος A_i : $domain(A_i)$

Σχεσιακή Άλγεβρα – Relational Algebra

- **Τελεστές από τη Θεωρία Συνόλων**
  - Ένωση (Union): $\cup$
  - Τομή (Intersection): $\cap$
  - Difference (Αφαίρεση): $-$
  - Καρτεσιανό Γινόμενο: $\times$
- **Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας**
  - Προβολή (Projection): π
  - Επιλογή (Selection): σ
  - Σύζευξη ή συνένωση (Join): $\bowtie$
  - Διαίρεση (Division): $\div$

Τελεστές Θεωρίας Συνόλων

- Δυο σχέσεις *R, S* ονομάζονται «συμβατές» (compatible) μόνο αν έχουν το ίδιο σχήμα: *Head(R) = Head(S)*
- Οι τελεστές θεωρίας συνόλων χρησιμοποιούν *συμβατές σχέσεις* ως τελεστέους

Ένωση

- *Ορισμός (1)*: Έστω *R, S* *συμβατές σχέσεις*, με *Head(R)* = *Head(S)* = $\{A_1, A_2, \dots A_n\}$. Η ένωση $R \cup S$ είναι μια σχέση *T*
  - με το ίδιο σχήμα των *R, S*
  - περιέχει όλες τις πλειάδες που είναι στην *R* <u>ή</u> στην *S* <u>ή και στις δυο.</u>
    - $Head(T) = Head(R) = Head(S) = \{A_1, A_2, \dots A_n\}$
    - $Cont(T) = Cont(R) \cup Cont(S)$
    - $Cont(T) = \{t \mid t \in Cont(R)$ <u>*or*</u> $t \in Cont(S)\}$

Ένωση: $R \cup S$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$R \cup S$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3
a2	b1	c2

Τομή

- *Ορισμός (2):* Έστω *R, S συμβατές σχέσεις*, με *Head(R) = Head(S) =* $\{A_1, A_2, \ldots A_n\}$. Η τομή $R \cap S$ είναι μια σχέση *T*
  - με το ίδιο σχήμα των *R, S*
  - περιέχει όλες τις πλειάδες που είναι στην *R* <u>και</u> *S*.
    - $Head(T) = Head(R) = Head(S) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$
    - $Cont(T) = Cont(R) \cap Cont(S)$
    - $Cont(T) = \{t \mid t \in Cont(R) \ \underline{\text{and}}\ t \in Cont(S)\}$

Τομή : $R \cap S$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$R \cap S$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3

Διαφορά

- *Ορισμός (3):* Έστω *R, S συμβατές σχέσεις*, με $Head(R) = Head(S) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$. Η διαφορά $R - S$ των *R, S* είναι
  - μια σχέση *T* με το ίδιο σχήμα των *R, S*
  - περιέχει όλες τις πλειάδες που ανήκουν στην *R* <u>και δεν ανήκουν</u> στην *S*.
    - $Head(T) = Head(R) = Head(S) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$
    - $Cont(T) = Cont(R) - Cont(S)$
    - $Cont(T) = \{t \mid t \in Cont(R) \text{ and } t \notin Cont(S)\}$

Διαφορά : $R - S \,/\, S - R$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$R - S$

A	B	C
a2	b1	c2

$S - R$

A	B	C
a1	b1	c2
a3	b2	c3

Διαφορά : $R - S$ / $S - R$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$R - S$

A	B	C
a2	b1	c2

$S - R$

A	B	C
a1	b1	c2
a3	b2	c3

Σχέση Ανάθεσης

- *Ορισμός (4):* Έστω σχέση *R* με σχήμα $Head(R)=\{A_1, A_2, \ldots A_n\}$. Έστω $B_1, B_2, \ldots B_n$ γνωρίσματα όπου για κάθε i=1,2,… n ισχύει $domain(B_i) = domain(A_i)$
  - Μια νέα σχέση *S* με σχήμα $B_1, B_2, \ldots B_n$ ορίζεται μέσω της σχέσης ανάθεσης $S(B_1, B_2, \ldots B_n) := R(A_1, A_2, \ldots A_n)$.
  - Το περιεχόμενο της *S* είναι ακριβώς το περιεχόμενο της σχέσης *R*.

Στην περίπτωση που τα γνωρίσματα της S είναι ακριβώς τα ίδια με της R λέμε ότι η S είναι το «alias» της R.

Σχέση Ανάθεσης

- Παράδειγμα $T := (R \cup S) - (R \cap S)$
  - $T_1 := (R \cup S)$, $T_2 := (R \cap S)$, $T := T_1 - T_2$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$T_1 := (R \cup S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3
a2	b1	c2

Σχέση Ανάθεσης

- Παράδειγμα $T := (R \cup S) - (R \cap S)$
  - $T_1 := (R \cup S)$, $T_2 := (R \cap S)$, $T := T_1 - T_2$

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$T_2 := (R \cap S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3

Σχέση Ανάθεσης

- Παράδειγμα $T := (R \cup S) - (R \cap S)$
  - $T_1 := (R \cup S)$, $T_2 := (R \cap S)$, $T := T_1 - T_2$

$T_1 := (R \cup S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3
a2	b1	c2

$T_2 := (R \cap S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3

$T := T_1 - T_2$

A	B	C
a1	b1	c2
a3	b2	c3
a2	b1	c2

Καρτεσιανό Γινόμενο

- *Ορισμός (5):* Έστω σχέσεις *R, S* με $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \ldots B_k\}$. Η $T := R \times S$ είναι μια σχέση με
  - σχήμα $Head(T) = \{R.A_1, R.A_2, \ldots, R.A_n, S.B_1, S.B_2, \ldots, S.B_k\}$
  - το περιεχόμενο της *T* είναι όλες οι πιθανές «συσχετίσεις» πλειάδων της *R* και *S*
    - Αν $r \in R$ και $s \in S$ τότε η συνένωση («concatenation») $r \,||\, s$ των r και s είναι μια πλειάδα της *T*
    - Για κάθε ζευγάρι πλειάδων $r \in R$, $s \in S$ υπάρχει μια πλειάδα t στην $R \times S$ έτσι ώστε
      - $t(R.A_i) = r(A_i)$ i = 1, 2,...,n και
      - $t(S.B_j) = s(B_j)$ j = 1, 2,...,k

Καρτεσιανό Γινόμενο - Παράδειγμα

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c3
a2	b1	c2

S

B	C	D
b1	c1	d1
b1	c1	d3
b2	c2	d2
b1	c2	d4

R.A	R.B	R.C	S.B	S.C	S.D
a1	b1	c1	b1	c1	d1
a1	b1	c1	b1	c1	d3
a1	b1	c1	b2	c2	d2
a1	b1	c1	b1	c2	d4
a1	b2	c3	b1	c1	d1
a1	b2	c3	b1	c1	d3
a1	b2	c3	b2	c2	d2
a1	b2	c3	b1	c2	d4
a2	b1	c2	b1	c1	d1
a2	b1	c2	b1	c1	d3
a2	b1	c2	b2	c2	d2
a2	b1	c2	b1	c2	d4

Προβολή

- *Ορισμός (6):* Έστω σχέση R με $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$. Η προβολή $\pi_{Ai1, Ai2, \ldots Aik}(R)$ της σχέσης R στο υποσύνολο γνωρισμάτων $\{A_{i1}, A_{i2}, \ldots A_{ik}\}$ της R είναι μία σχέση T
  - με σχήμα $\{A_{i1}, A_{i2}, \ldots A_{ik}\}$
  - Για κάθε πλειάδα $r \in R$ υπάρχει μια μοναδική πλειάδα $t \in T$ έτσι ώστε $t(A_{ij}) = r(A_{ij})$ για κάθε $A_{ij} \in \{A_{i1}, A_{i2}, \ldots A_{ik}\}$

Διαφορετικές πλειάδες μιας σχέσης μπορεί να δώσουν ως αποτέλεσμα την ίδια πλειάδα όταν η προβολή γίνεται σε ένα υποσύνολο γνωρισμάτων της σχέσης. Στο τελικό αποτέλεσμα κρατάμε μόνο μία πλειάδα.

Προβολή - Παράδειγμα

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$T_1 := \pi_{A,B,C}(S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$T_2 := \pi_{A,B}(T_1)$

A	B
a1	b1
a1	b1
a1	b2
a3	b2

A	B
a1	b1
a1	b2
a3	b2

$T_3 := \pi_{A}(T_2)$

A
a1
a3

Επιλογή

- *Ορισμός (7):* Έστω σχέση *R* με *Head(R)* = $\{A_1, A_2, \ldots A_n\}$. Η επιλογή $\sigma_C(R)$ είναι μια σχέση *T* που περιέχει εκείνες τις πλειάδες της *R* που ικανοποιούν την συνθήκη *C*. Η *C* είναι της μορφής
  - $A_i \,\theta\, A_j$ ή $A_i \,\theta\, c$ όπου A_i, A_j έχουν το ίδιο πεδίο τιμών, *c* είναι μια σταθερά, και $\theta \in \{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$.
  - Αν *C* , *C'* είναι συνθήκες ,τότε $C \wedge C'$, $C \vee C'$ $\neg C$ είναι συνθήκη.
  - Αν $T_1 = \sigma_{C1}(R)$, $T_2 = \sigma_{C2}(R)$
    - $\sigma_{C1 \wedge C2}(R) = T_1 \cap T_2$
    - $\sigma_{C1 \vee C2}(R) = T_1 \cup T_2$
    - $\sigma_{\neg C1}(R) = R - T_1$

Επιλογή - Παράδειγμα

S

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$T_1 := \sigma_{A = a1}(S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3

$T_2 := \sigma_{A = a1 \vee A = a3}(S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a1	b2	c3
a3	b2	c3

$T_3 := \sigma_{A \neq a1 \wedge B = b2}(S)$

A	B	C
a3	b2	c3

$T_4 := \sigma_{\neg (C = c3)}(S)$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2

Σχεσιακή Άλγεβρα - Παραδείγματα

- Βάση Δεδομένων: `Customers-Agents-Products`
  - `Customers(cid, cname,city,discount)`

cid	cname	city	discount

  - `Products(pid, pname,city,quantity, price)`

pid	pname	city	quantity	price

  - `Agents (aid, aname,city,percent)`

aid	aname	city	percent

  - `Orders(order,cid,aid,pid,qty,amt)`

order	cid	aid	pid	qty	$

Παραδείγματα (1)

`Customers(cid, cname,city,discount)`

cid	cname	city	discount
c001	TipTop	Paris	10.00
c002	Basics	Boston	12.00
c003	Allied	Boston	8.00
c004	ACME	Paris	8.00
c006	ACME	Kyoto	0.00

Q1 : «Επιστρέψτε το ό̲ν̲ο̲μ̲α̲ των πελατών»

Έκφραση σχεσιακής άλγεβρας:

T1 := π_{cname} (Customers)

T1

cname
TipTop
Basics
Allied
ACME

Παραδείγματα (2)

`Customers(cid, cname,city,discount)`

cid	cname	city	discount
c001	TipTop	Paris	10.00
c002	Basics	Boston	12.00
c003	Allied	Boston	8.00
c004	ACME	Paris	8.00
c006	ACME	Kyoto	0.00

Q2 : «Επιστρέψτε το <u>όνομα</u> και την <u>πόλη</u> των <u>πελατών</u> »

T2

cname	city
TipTop	Paris
Basics	Boston
Allied	Boston
ACME	Paris
ACME	Kyoto

Έκφραση σχεσιακής άλγεβρας:

T2 := $\pi_{\text{cname, city}}$ (Customers)

Παραδείγματα (3)

`Customers(cid, cname,city,discount)`

cid	cname	city	discount
c001	TipTop	Paris	10.00
c002	Basics	Boston	12.00
c003	Allied	Boston	8.00
c004	ACME	Paris	8.00
c006	ACME	Kyoto	0.00

Q3 : «Επιστρέψτε όλους τους πελάτες που έχουν την έδρα τους στο Κυότο»

Έκφραση σχεσιακής άλγεβρας: **T3 := $\sigma_{\text{city = “Kyoto”}}$ (Customers)**

T3

cid	cname	city	discount
c006	ACME	Kyoto	0.00

Παραδείγματα (4)

Products(pid, pname,city,quantity, price)

pid	pname	city	quantity	price
p01	comb	Boston	111400	0.5
p02	brush	Newark	203000	0.5
p03	razor	Paris	150500	1.00
p04	pen	Paris	125000	1.00
p05	pencil	Boston	221400	1.00

Q4 : «Βρείτε όλα τα <u>προϊόντα</u> που παράγονται στην <u>πόλη</u> Boston και έχουν <u>τιμή</u> υψηλότερη από ή ίση με 0.50»

T4 := $\sigma_{\text{city} = \text{“Boston”} \wedge \text{price} \geq 0.50}$ (Products)

T4

pid	Pname	city	quantity	price
p01	comb	Boston	111400	0.5
p05	pencil	Boston	221400	1.00

Παραδείγματα (5)

`Agents (aid, aname,city,percent)`

aid	aname	city	percent (%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Tokyo	5.5
a04	Gray	NY	6

Q5 : «Βρείτε όλους τους προμηθευτές που έχουν προμήθεια μεγαλύτερη από 5.00 και έδρα στη Νέα Υόρκη»

$\sigma_{\text{city} = \text{"NY"} \wedge \text{percent} \geq 5.00}(\text{Agents})$

T5

aid	aname	city	percent
a04	Gray	NY	6

Παραδείγματα (6)

Agents (aid, aname,city,percent)

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5
a04	Gray	NY	6

Q6 : «Βρείτε όλα τα ζευγάρια προμηθευτών που έχουν και οι δύο προμήθεια τουλάχιστον ίση με 5% και μικρότερη ή ίση με 6% και που και οι δυο μένουν στην ίδια πόλη»

$L_1 := \sigma_{\text{percent} \geq 5 \wedge \text{percent} \leq 6} (\text{Agents})$

$L_2 := \sigma_{\text{percent} \geq 5 \wedge \text{percent} \leq 6} (\text{Agents})$

$T := \sigma_{\text{L1.city} = \text{L2.city}} (L_1 \times L_2)$

Παραδείγματα (6)

`Agents (aid, aname,city,percent)`

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5
a04	Gray	NY	6

$$L_1 := \sigma_{\text{percent} \geq 5 \wedge \text{percent} \leq 6}(\text{Agents})$$

$$L_2 := \sigma_{\text{percent} \geq 5 \wedge \text{percent} \leq 6}(\text{Agents})$$

aid	aname	city	percent(%)
a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5
a04	Gray	NY	6

Παραδείγματα (6)

L_1 / L_2

aid	aname	city	percent(%)
a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5
a04	Gray	NY	6

$\sigma_{\text{L1.city = L2.city}} (L_1 \times L_2)$

L1.aid	L1.aname	L1.city	L1.percent	L2.aid	L2.aname	L2.city	L2.percent
a02	Jones	Newark	5	a02	Jones	Newark	5
a02	Jones	Newark	5	a03	Brown	Newark	5.5
a03	Brown	Newark	5.5	a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5	a03	Brown	Newark	5.5

Παραδείγματα (6)

$\sigma_{\text{L1.city = L2.city}} (L_1 \times L_2)$

L1.aid	L1.aname	L1.city	L1.percent	L2.aid	L2.aname	L2.city	L2.percent
a02	Jones	Newark	5	a02	Jones	Newark	5
a02	Jones	Newark	5	a03	Brown	Newark	5.5
a03	Brown	Newark	5.5	a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5	a03	Brown	Newark	5.5

- ✓Η απάντηση στην επερώτηση περιέχει πολλές εμφανίσεις της ίδιας πληροφορίας
- ✓ Μπορούμε να ανακτήσουμε πληροφορία με μια έκφραση που ορίζει περιορισμούς στα αναγνωριστικά των πλειάδων

$\sigma_{\text{L1.city = L2.city} \wedge \underline{\text{L1.aid < L2.aid}}} (L_1 \times L_2)$

L1.aid	L1.aname	L1.city	L1.percent	L2.aid	L2.aname	L2.city	L2.percent
a02	Jones	Newark	5	a03	Brown	Newark	5.5

Παραδείγματα (7)

`Agents (aid, aname,city,percent)`

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Brown	Newark	5.5
a04	Gray	NY	6

Q7 : «Βρείτε όλα τα <u>ζευγάρια</u> προμηθευτών που έχουν και <u>οι δύο προμήθεια</u> τουλάχιστον ίση με 5% και μικρότερη ή ίση με 6% και που <u>και οι δυο</u> μένουν στο Newark»

$L_1 := \sigma_{\textbf{percent} \geq 5 \wedge \textbf{percent} \leq 6}(S)$

$L_2 := \sigma_{\textbf{percent} \geq 5 \wedge \textbf{percent} \leq 6}(S)$

$T := \sigma_{\textbf{L1.city = L2.city} \wedge \underline{\textbf{L1.city = Newark}}}(L_1 \times L_2)$

Q6 και Q7 είναι ισοδύναμες επερωτήσεις, αλλά στην Q7 ρόλο παίζει το περιεχόμενο της σχέσης

Σύζευξη

- *Ορισμός (8):* Έστω σχέσεις R, S με $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \ldots B_k, C_1, C_2, \ldots C_m\}$ με $n,k,m \geq 0$. Η σύζευξη $R \bowtie S$ (R JOIN S) είναι μια σχέση T
  - με σχήμα $A_1, \ldots A_n, B_1, \ldots B_k, C_1, \ldots C_m$
  - μια πλειάδα $t \in T$ αν και μόνο αν υπάρχουν πλειάδες $r \in R$, $s \in S$ τέτοιες ώστε
    - $t(A_i) = r(A_i)$, $i=1,2,\ldots n$
    - $t(B_j) = s(B_j) = r(B_j)$, $j = 1, 2,\ldots k$
    - $t(C_j) = s(C_j)$, $l=1,2\ldots m$

Η σειρά με την οποία εμφανίζονται τα κοινά γνωρίσματα δεν παίζει ρόλο

Σύζευξη: $R \bowtie S$

R

A	B1	B2	
a1	b1	b11	← (1) –
a1	b2	b11	← (2) –
a2	b1	b21	← (3) –

S

B1	B2	C	
b1	b11	c1	← (1) –
b1	b11	c2	← (1) –
b1	b21	c3	← (3) –
b2	b21	c4	

$R \bowtie S$

A	B1	B2	C	
a1	b1	b11	c1	← (1) –
a1	b1	b11	c2	← (1) –
a2	b1	b21	c3	← (3) –

Σχεσιακοί Τελεστές

- Ειδικές περιπτώσεις
  1. Σύνολο κοινών γνωρισμάτων $\{B_1, B_2, \ldots B_k\}$ είναι το κενό σύνολο: Η σύζευξη είναι το <u>καρτεσιανό γινόμενο</u> των δύο σχέσεων $R \bowtie S = R \times S$
  2. Αν οι δύο σχέσεις είναι συμβατές (έχουν το ίδιο σχήμα), η σύζευξη είναι ισοδύναμη με την <u>τομή</u> των δυο σχέσεων: $R \bowtie S = R \cap S$

Ιδιότητες τελεστών

- Για τους τελεστές της σύζευξης και του καρτεσιανού γινομένου ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα
  - $(R \times S) \times T = R \times (S \times T)$
  - (R JOIN S) JOIN T = R JOIN (S JOIN T)
- Για τους τελεστές της σύζευξης και του καρτεσιανού γινομένου ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα
  - $R \times S = S \times R$
  - R JOIN S = S JOIN R

Προτεραιότητα Τελεστών

- Καθορίζει ποιοί τελεστές θα υπολογιστούν πρώτοι σε μία έκφραση σχεσιακής άλγεβρας η οποία δεν περιλαμβάνει παρενθέσεις
- Οι παρενθέσεις ακυρώνουν την προτεραιότητα των τελεστών
  - Οι εκφράσεις μέσα στις παρενθέσεις υπολογίζονται πρώτες

Προτεραιότητα	Τελεστής	Σύμβολο
Υψηλότερη	Προβολή	π
$\downarrow$	Επιλογή	σ
$\downarrow$	Καρτεσιανό γινόμενο	$\times$
$\downarrow$	Σύζευξη, διαίρεση	$\div$, $\bowtie$
$\downarrow$	Αφαίρεση	$-$
Χαμηλότερη	Ένωση, Τομή	$\cup$, $\cap$

Σχεσιακή Άλγεβρα

- Βασικές πράξεις άλγεβρας: $\cup$, $-$, $\times$, σ, π, := ανήκουν στο ελάχιστο σύνολο τελεστών
- Οι υπόλοιπες πράξεις εκφράζονται μέσω των πράξεων αυτών
- ***Θεώρημα 1:*** Έστω οι συμβατές σχέσεις *R, S.* Τότε

$$R \cap S = R - (R - S)$$

- ***Απόδειξη:*** Έστω *t* μια πλειάδα της $R \cap S$. Τότε η *t* ανήκει και στην R <u>και</u> στην S και <u>δεν ανήκει</u> στην $R - S$ με βάση τον ορισμό της αφαίρεσης. Αν η *t* ανήκει στην $R - (R - S)$, τότε η *t* ανήκει στην R και <u>όχι</u> στην $R - S$. Άρα η *t* πρέπει να ανήκει στην S. Άρα η t είναι πλειάδα της $R \cap S$.

Σχεσιακή Άλγεβρα

- ***Θεώρημα 2:*** Έστω σχέσεις R, S με $Head(R) = \{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$ με $n,k,m \geq 0$. Η σύζευξη $R \bowtie S$ (R JOIN S) μπορεί να εκφραστεί με τις πράξεις $\times$, σ, π.
- ***Απόδειξη:*** Έστω $T := \sigma_{\underline{R.B1=S.B1 \wedge R.B2=S.B2 \dots \wedge R.Bk=S.Bk}}(R \times S)$. Τα διπλότυπα γνωρίσματα της T αφαιρούνται με την προβολή των τιμών των κοινών γνωρισμάτων από την σχέση R.

  $T1 := \pi_{\underline{R.A1, \dots, R.An, R.B1, \dots, R.Bk, S.C1 \dots S.Cm}}(T)$.
- Ορίζουμε τη σχέση T2
  - με σχήμα $Head(T2) = \{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$
  - Περιεχόμενο : πλειάδες της σχέσης T1
- $T2 = R \bowtie S$ (R JOIN S)

Παράδειγμα (8)

`Customers(cid, cname,city,discount)`

cid	cname	city	discount
c001	TipTop	Paris	10.00
c002	Basics	Boston	12.00
c003	Allied	Boston	8.00
c004	ACME	Paris	8.00
c006	ACME	Kyoto	0.00

`Orders(order,cid,aid,pid,qty,amt)`

order	cid	aid	pid	qty	$
1011	c001	a01	p01	1000	450
1012	c001	a01	p01	1000	450
1019	c001	a02	p02	400	180
1018	c001	a03	p04	600	540
1023	c001	a04	p05	500	400
1022	c001	a05	p06	400	720
1025	c001	a05	p07	800	720
1013	c002	a03	p03	1000	880
1026	c002	a05	p03	800	704
1015	c003	a03	p05	1200	1104
1014	c003	a03	p05	1200	1104
1021	c004	a06	p01	1000	460
1016	c006	a01	p01	1000	500
1020	c006	a03	p07	600	600
1024	c006	a06	p01	800	800

Παράδειγμα (8)

Θέλουμε να βρούμε το όνομα του πελάτη που έχει δώσει παραγγελίες για το προϊόν με αναγνωριστικό p01.

`Customers(cid, cname,city,discount)`

cid	cname	city	discount
c001	TipTop	Paris	10.00
c002	Basics	Boston	12.00

`Orders(order,cid,aid,pid,qty,amt)`

order	cid	aid	pid	qty	amt
1011	c001	a01	p01	1000	450
1012	c001	a01	p01	1000	450
1025	c001	a05	p07	800	720
1013	c002	a03	p03	1000	880
1026	c002	a05	p01	800	704

`Customers(cid, cname,city,discount)` `Orders(order,cid,aid,pid,qty,amt)`

cid	cname	city	discount
c001	TipTop	Paris	10.00
c002	Basics	Boston	12.00

order	cid	aid	pid	qty	amt
1011	c001	a01	p01	1000	450
1012	c001	a01	p01	1000	450
1025	c001	a05	p07	800	720
1013	c002	a03	p03	1000	880
1026	c002	a05	p01	800	704

T_1 :=Customers $\bowtie$ Orders

cname	city	discount	order	cid	aid	pid	qty	amt
TipTop	Paris	10.00	1011	c001	a01	p01	1000	450
TipTop	Paris	10.00	1012	c001	a01	p01	1000	450
TipTop	Paris	10.00	1025	c001	a05	p07	800	720
Basics	Boston	12.00	1013	c002	a03	p03	1000	880
Basics	Boston	12.00	1026	c002	a05	p01	800	704

Παράδειγμα (8)

T_1 :=Customers $\bowtie$ Orders

cname	city	discount	order	cid	aid	pid	qty	amt
TipTop	Paris	10.00	1011	c001	a01	p01	1000	450
TipTop	Paris	10.00	1012	c001	a01	p01	1000	450
TipTop	Paris	10.00	1025	c001	a05	p07	800	720
Basics	Boston	12.00	1013	c002	a03	p03	1000	880
Basics	Boston	12.00	1026	c002	a05	p01	800	704

$T_2 := \sigma_{pid=p01}(T_1)$

cname	city	discount	order	cid	aid	pid	qty	amt
TipTop	Paris	10.00	1011	c001	a01	p01	1000	450
TipTop	Paris	10.00	1012	c001	a01	p01	1000	450
Basics	Boston	12.00	1026	c002	a05	p01	800	704

$T3 := \pi_{cname}(T_2)$

cname
TipTop
Basics

Παράδειγμα (9)

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty, amt)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- «Βρείτε τον κωδικό των πελατών που παραγγέλνουν τουλάχιστον ένα προϊόν με τιμή μεγαλύτερη από 1.50$ »
  - Προϊόντα με τιμή μεγαλύτερη από 1.50$: $T1 := \sigma_{price>1.50}$ (P)
  - Κωδικός προϊόντος: $T2 := \pi_{pid}(T1)$
  - Συσχέτιση παραγγελιών με προϊόντα $T3 :=$ O JOIN T2
  - Κωδικός πελάτη: $T4 := \pi_{cid}(T3)$

π_{cid}(O JOIN ($\pi_{pid}(\sigma_{price>1.50}$(P))))

Παράδειγμα (10)

(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)

(C) Customers(cid, cname,city,discount)

(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,amt)

(A) Agents (aid, aname,city,percent)

- «Βρείτε τα ονόματα των πελατών που παραγγέλνουν τουλάχιστον ένα προϊόν με τιμή ίση με 1.50$»
  - Προϊόντα με τιμή 1.50$: T1 := $\sigma_{price=1.50}$ (P)
  - Κωδικός προϊόντος: T2 := π_{pid} (T1)
  - Συσχέτιση παραγγελιών με προϊόντα T3 := O JOIN T2
  - Συσχέτιση πελατών με παραγγελίες T4 := C JOIN T3
  - Όνομα πελάτη: T5:= π_{cname}(T4)

π_{cname} (C JOIN (O JOIN (π_{pid} ($\sigma_{price=1.50}$ (P)))))

Παράδειγμα (11)

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,amt)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- «Βρείτε τους <u>κωδικούς</u> των <u>πελατών</u> που κάνουν <u>παραγγελία</u> μέσω τουλάχιστον ενός <u>πράκτορα</u> που κάνει παραγγελίες για το <u>προϊόν</u> με κωδικό p03.»
  - <u>Παραγγελίες</u> για το <u>προϊόν</u> με κωδικό p03: $T1 := \sigma_{pid=p03}$ (O)
  - Κωδικός <u>πρακτόρων</u> για τις παραγγελίες $T2 := \pi_{aid}(T1)$
  - Συσχέτιση <u>παραγγελιών</u> με τους <u>πράκτορες</u> T3:= O JOIN T2
  - Κωδικός πελατών: $\pi_{cid}(T3)$

$$\pi_{cid}(\text{O JOIN } (\pi_{aid}(\sigma_{pid=p03}(\text{O}))))$$

Παράδειγμα (12)

(P) Products(<u>pid</u>, pname,city,quantity, price)

(C) Customers(<u>cid</u>, cname,city,discount)

(O) Orders(<u>orderid</u>,cid,aid,pid,qty,amt)

(A) Agents (<u>aid</u>, aname,city,percent)

- ✓ «Βρείτε τους <u>πελάτες</u> που έχουν <u>την ίδια έκπτωση</u> με οποιονδήποτε <u>πελάτη</u> στο Παρισι (Paris) ή στη Βοστώνη (Boston)»
  - ✓ Πελάτες με έδρα Παρισι ή Βοστώνη $T1 := \sigma_{city=\text{“Paris”} \vee city=\text{“Boston”}}$ (C)
  - ✓ Έκπτωση των παραπάνω πελατών $T2 := \pi_{discount}$ (T1)
  - ✓ Συσχέτιση πελατών με τους προηγούμενους T3 := C JOIN T2
  - ✓ Ανάκτηση κωδικού πελάτη $T4 := \pi_{cid}$ (T3)

π_{cid} (C JOIN ($\pi_{discount}$ ($\sigma_{city=\text{“Paris”} \vee city=\text{“Boston”}}$ (C))))

Παράδειγμα (13)

```
(P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
(C) Customers(cid, cname,city,discount)
(O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)
(A) Agents (aid, aname,city,percent)
```

- «Βρείτε τα προϊόντα που παραγγέλνονται από πράκτορες που κάνουν παραγγελίες για πελάτες οι οποίοι παραγγέλνουν τουλάχιστον ένα προϊόν από πράκτορα που έχει κάνει παραγγελία για τον πελάτη c001»
  - Πράκτορας για τον πελάτη c001 T1 := $\pi_{aid}(\sigma_{cid=\text{“c001}}(\mathrm{O}))$
  - Παραγγελίες από τον ίδιο πράκτορα T2 := O JOIN T1
  - Πελάτες των παραπάνω παραγγελιών T3 := π_{cid} (T2)
  - Πράκτορες που παραγγέλνουν για τους παραπάνω πελάτες
    - T4 := π_{aid} (O JOIN T3)
  - Προϊόντα που παραγγέλνουν οι παραπάνω πράκτορες
    - T5 := π_{pid} (O JOIN T4)

$$\pi_{pid}(\mathrm{O}\ \mathrm{JOIN}\ \pi_{aid}(\mathrm{O}\ \mathrm{JOIN}\ (\pi_{cid}(\mathrm{O}\ \mathrm{JOIN}\ \pi_{aid}(\sigma_{cid=\text{“c001}}(\mathrm{O}))))))$$

Άλλα είδη σύζευξης: Εξωτερική Σύζευξη

- Εξωτερική Σύζευξη (Outer Join - $\bowtie_O$- OuterJoin)
  - Συνδυάζει τις πλειάδες που ταιριάζουν στα κοινά τους γνωρίσματα όσο και εκείνες που δεν ταιριάζουν
- *Ορισμός (9):* Έστω σχέσεις R, S με $Head(R) = \{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$ με n,k,m ≥ 0. Η εξωτερική σύζευξη $R \bowtie_O S$ (R OuterJoin S) είναι μια σχέση T
  - με σχήμα $\{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$
  - οι πλειάδες της T είναι
    - πλειάδες t ∈ R JOIN S
    - πλειάδα t για την οποία υπάρχει u ∈ R και δεν υπάρχει v ∈ S που να μπορεί να συζευχθεί με την u
      - t(X) = u(X) για X = $\{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k\}$
      - t(Y) = null για Y = $\{C_1, C_2, \dots C_m\}$
    - πλειάδα t για την οποία υπάρχει v ∈ S και δεν υπάρχει u ∈ R που να μπορεί να συζευχθεί με την v
      - t(X) = v(X) για X = $\{B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$
      - t(Y) = null για Y = $\{A_1, A_2, \dots A_n\}$

Εξωτερική Σύζευξη Παράδειγμα (14)

- ✓ «Βρείτε το <u>όνομα</u>, <u>αναγνωριστικό</u> και <u>το συνολικό ποσό πωλήσεων</u> για όλους τους προμηθευτές ανεξάρτητα αν έχουν κάνει πωλήσεις»

Agents (<u>aid</u>, aname,city,percent)

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Pitt	NY	4

Sales (<u>aid</u>, total)

aid	total
a01	100
a02	200
a04	300

aid	aname	total
a01	Smith	100
a02	Jones	200
a03	Pitt	null
a04	null	300

- ✓ Έκφραση Σχεσιακής Άλγεβρας: $\pi_{\text{aname,aid,total}}$ (**A** OuterJoin **S**)

Εξωτερική Σύζευξη Παράδειγμα (14)

- «Βρείτε το όνομα, αναγνωριστικό και συνολικό ποσό πωλήσεων για όλους τους προμηθευτές (ανεξάρτητα αν έχουν κάνει πωλήσεις)»

Agents (<u>aid</u>, aname,city,percent)

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Pitt	NY	4

Sales (<u>aid</u>, total)

aid	total
a01	100
a02	200
a04	300

aid	aname	total
a01	Smith	100
a02	Jones	200
a03	Pitt	null
a04	null	300

Αν είχε χρησιμοποιηθεί JOIN,
τότε θα παίρναμε στο αποτέλεσμα <u>μόνο</u> τους πράκτορες που έχουν κάνει πωλήσεις!

- Έκφραση Σχεσιακής Άλγεβρας: $\pi_{\text{aname,aid,total}}$ (**A** OuterJoin **S**)

Αριστερή Εξωτερική Σύζευξη

- Αριστερή Εξωτερική Σύζευξη (LeftOuterJoin - $\bowtie_{LO}$ -)
- *Ορισμός (10):* Έστω σχέσεις R, S με $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \ldots B_k, C_1, C_2, \ldots C_m\}$ με n,k,m $\geq$ 0. Η αριστερή εξωτερική σύζευξη R LeftOuterJoin S είναι μια σχέση T
  - με σχήμα $\{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_k, C_1, C_2, \ldots C_m\}$
  - οι πλειάδες της T είναι
    - πλειάδες t $\in$ R JOIN S
    - πλειάδα t για την οποία υπάρχει u $\in$ R και δεν υπάρχει v $\in$ S που να μπορεί να συζευχθεί με την u
      - $t(X) = u(X)$ για $X = \{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_k\}$
      - $t(Y) = null$ για $Y = \{C_1, C_2, \ldots C_m\}$

Αριστερή Εξωτερική Σύζευξη Παράδειγμα (14)

- «Βρείτε το όνομα, αναγνωριστικό και συνολικό ποσό πωλήσεων για όλους τους προμηθευτές του πίνακα **`Agents`**»

`Agents (aid, aname,city,percent)` **`Sales (aid, total)`**

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Pitt	NY	4

aid	total
a01	100
a02	200
a04	300

aid	aname	total
a01	Smith	100
a02	Jones	200
a03	Pitt	null

- Έκφραση Σχεσιακής Άλγεβρας: $\pi_{aname,aid,total}$ (**A** LeftOuterJoin **S**)

Δεξιά Εξωτερική Σύζευξη

- Δεξιά Εξωτερική Σύζευξη (RightOuterJoin - $\bowtie_{RO}$ -)
- *Ορισμός (11):* Έστω σχέσεις *R, S* με $Head(R) = \{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$ με $n,k,m \geq 0$. Η δεξιά εξωτερική σύζευξη *R* RightOuterJoin *S* είναι μια σχέση *T*
  - με σχήμα $\{A_1, A_2, \dots A_n, B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$
  - οι πλειάδες της *R* RightOuterJoin *S* είναι
    - πλειάδες $t \in R$ JOIN S
    - πλειάδα t για την οποία υπάρχει $v \in S$ και δεν υπάρχει $u \in R$ που να μπορεί να συζευχθεί με την v
      - $t(X) = v(X)$ για $X = \{B_1, B_2, \dots B_k, C_1, C_2, \dots C_m\}$
      - $t(Y) = null$ για $Y = \{A_1, A_2, \dots A_n\}$

Δεξιά Εξωτερική Σύζευξη Παράδειγμα (14)

- «Βρείτε το όνομα, αναγνωριστικό και το συνολικό ποσό πωλήσεων για όλους τους προμηθευτές του πίνακα **Sales**»

Agents (<u>aid</u>, aname,city,percent)

aid	aname	city	percent(%)
a01	Smith	NY	3
a02	Jones	Newark	5
a03	Pitt	NY	4

Sales (<u>aid</u>, total)

aid	total
a01	100
a02	200
a04	300

aid	aname	total
a01	Smith	100
a02	Jones	200
a04	null	300

- Έκφραση Σχεσιακής Άλγεβρας: $\pi_{\text{aname,aid,total}}$ (**A** RightOuterJoin **S**)

θ-Σύζευξη (Theta Join)

- *Καρτεσιανό γινόμενο* με *συνθήκες* πάνω σε *γνωρίσματα*
- Επιτρέπει συγκρίσεις μεταξύ γνωρισμάτων χρησιμοποιώντας τελεστές άλλους εκτός από την ισότητα (όπως γίνεται στη πράξη JOIN)
- *Ορισμός (12):* Έστω σχέσεις R, S με $Head(R) = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, \ldots B_k\}$. Αν τα γνωρίσματα A_i και B_j έχουν το ίδιο πεδίο τιμών και $\theta \in \{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$ τότε $R \underset{A_i \theta B_j}{\bowtie} S$ είναι μια σχέση T
  - με σχήμα $Head(T) = \{A_1, A_2, \ldots A_n, B_1, B_2, \ldots B_k\}$
  - οι πλειάδες είναι της μορφής $(a_1, a_2, \ldots a_n, b_1, b_2, \ldots b_k)$ όπου $(a_1, a_2, \ldots a_n) \in R$, $(b_1, b_2, \ldots b_k) \in S$ και $a_i \theta b_j$
- Αν θ είναι ισότητα, τότε η σύζευξη ονομάζεται «σύζευξη ισότητας» (equi-join)

θ-Σύζευξη Παράδειγμα (15)

- «Βρείτε τους αριθμούς των παραγγελιών για τις οποίες η ποσότητα ξεπερνάει την υπάρχουσα ποσότητα για το προϊόν»

  (P) Products(pid, pname,city,quantity, price)

  (O) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,$)

- Έκφραση Σχεσιακής Άλγεβρας: $\pi_{\text{orderid}} (O \bowtie_{O.qty > P.quantity} P)$

- Ισοδύναμη έκφραση: $\pi_{\text{orderid}} (\sigma_{O.qty > P.quantity} (O \times P))$