

**ΗΥ-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς**  
**Εαρινό Εξάμηνο 2024-25**  
**Διδάσκων: Γ. Καφεντζής**

**Πρώτη Σειρά Ασκήσεων**

Ημερομηνία Ανάθεσης: 20/2/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: 27/2/2025, 16:00  
είτε γραπτά, είτε ηλεκτρονικά

Οι ασκήσεις με [\*] είναι **bonus**, +10 μονάδες η καθεμία στο βαθμό αυτής της σειράς ασκήσεων (δηλ. μπορείτε να πάρετε μέχρι 70/60 σε αυτή τη σειρά.)

**Άσκηση 1 - Μιγαδικές Εξισώσεις I**

(α) Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{z}{2} + \frac{1-j}{2+j}z - j = 3 \quad (1)$$

ως προς  $z = x + jy$ .

(β) Να βρεθούν οι μιγαδικοί αριθμοί  $z, w$  αν

$$z + w + j(w - z) = 2j \quad (2)$$

$$j(z - 2w + 1) = 2 \quad (3)$$

$$\text{Απ.: (α) } \frac{30}{17} + \frac{50}{17}j, \text{ (β) } z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}j, w = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}j$$

**Άσκηση 2 - Μιγαδικές Εξισώσεις II**

(α) Να βρεθεί ο μιγαδικός  $z$  αν

$$z^2 = 4j \quad (4)$$

(β) Να βρεθεί ο μιγαδικός  $z$  αν

$$\frac{z}{1-j} + \frac{1+j}{z} = 1-j \quad (5)$$

$$\text{Απ.: (α) } z_1 = \sqrt{2} + j\sqrt{2}, z_2 = -\sqrt{2} - j\sqrt{2}, \text{ (β) } z_1 = j(-1 + \sqrt{3}), z_2 = j(-1 - \sqrt{3})$$

**Άσκηση 3 - Γεωμετρικοί Τόποι I**

Βρείτε και περιγράψτε με λόγια τους γεωμετρικούς τόπους του  $z$  αν

(α)  $\Re\{z\} = 5$

(β)  $|z - 2j| = 3$

(γ)  $\arg(z - 1 + j) = \frac{\pi}{4}$

(δ)  $|z + 3| = |z - 2 + j|$

$$\text{Απ.: (α) } x = 5, \text{ (β) } x^2 + (y - 2)^2 = 9, \text{ (γ) } y = x - 2, x > 1, \text{ (δ) } y = 5x + 2$$

**[\*] Άσκηση 4 - Γεωμετρικοί Τόποι II**

Βρείτε και σχεδιάστε το γεωμετρικό τόπο του  $z$  αν

$$(α) \quad z = 3w + 4 - 3j \text{ και } |w| = 2$$

$$(β) \quad z = \frac{2 + jw^*}{1 - w^*} \text{ και } |w| = 1$$

$$\text{Απ.: (α) } (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 36, \text{ (β) } 4x + 2y = 3$$

**Άσκηση 5 - Ρίζες πολυωνύμων**

Να δείξετε ότι ο μιγαδικός αριθμός  $z = (7 - \sqrt{3}j)/2$  είναι ρίζα της εξίσωσης

$$z^2 - 7z = \lambda \quad (6)$$

για κάποια τιμή του  $\lambda$ , την οποία πρέπει να βρείτε. Ποιά είναι η άλλη ρίζα της εξίσωσης;

$$\text{Απ.: } \lambda = -13$$

**Άσκηση 6 - Επίλυση εξισώσεων**

Να λυθούν οι εξισώσεις

$$(α) \quad z^3 + 8j = 0$$

$$(β) \quad z^4 + 64 = 0$$

$$(γ) \quad z^5 - j = 0$$

$$\text{Απ.: (α) } z = 2e^{j(\frac{2\pi k}{3} - \frac{\pi}{6})}, k = 0, 1, 2, \text{ (β) } z = \sqrt[4]{64}e^{j(\frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{4})}, k = 0, 1, 2, 3, \text{ (γ) } z = e^{j(\frac{2\pi k}{5} + \frac{\pi}{10})}, k = 0, 1, 2, 3, 4$$

**Άσκηση 7 - Euler και De Moivre**

Υπολογίστε τους μιγαδικούς

$$(α) \quad (1 - j)^{12}$$

$$(β) \quad (1 + j)^8$$

$$(γ) \quad (1 - 2j)^4 - j^{200}$$

$$(δ) \quad \frac{(2 - j)^2}{(j - 1)^4}$$

$$\text{Απ.: (α) } -64, \text{ (β) } 16, \text{ (γ) } -8 + 24j, \text{ (δ) } -\frac{3}{4} + j$$

**Για την ηλεκτρονική παράδοση:**

**Φωτογραφίστε ή γράψτε σε Word/Latex τις απαντήσεις σας και μετατρέψτε τις σε ΈΝΑ ενιαίο αρχείο PDF. Επισυνάψτε το αρχείο σας σε ένα e-mail και στείλτε το στο:**

**csd5075@csd.uoc.gr**

**με τίτλο: [HY215] Παράδοση 1ης σειράς ασκήσεων**

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ:** βάλτε στο πεδίο Cc: το δικό σας e-mail! Έτσι θα λάβετε κι εσείς αντίγραφο της παράδοσής σας και μπορείτε να ελέγξετε ότι όλα είναι όπως πρέπει. Αν χρειαστεί, επαναλάβετε την παράδοση με τον ίδιο τρόπο.