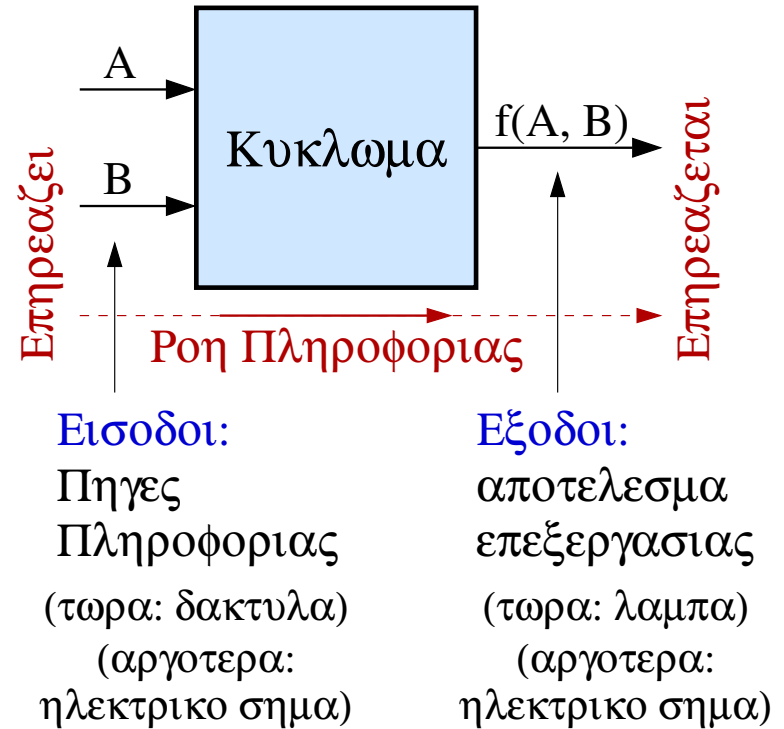
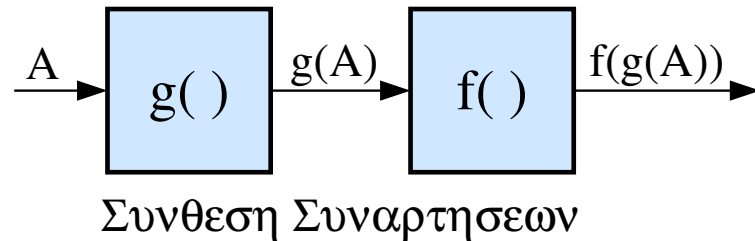
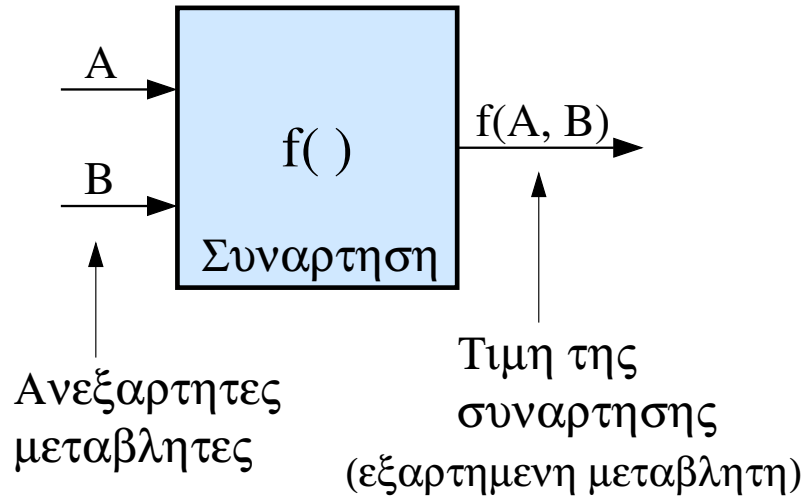


Πίνακες Αληθείας, Σύνθετες
Λογικές Συναρτήσεις, Αποκλειστικό-Ή,
Ισοτιμία και Κώδικες Ανίχνευσης Σφαλμάτων

01α (§ 1.1 - 1.4) – 27 Σεπ. 2024 – Μανόλης Κατεβαίνης

Λογικές Συναρτήσεις – Ροή της Πληροφορίας

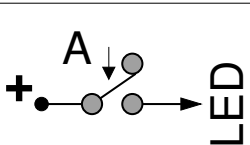
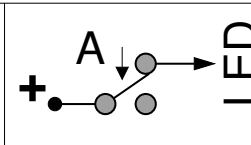
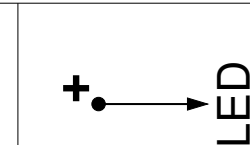
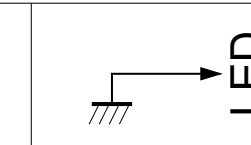


Λογική Συνάρτηση = Ψηφιακή Δυαδική Συνάρτηση Ψηφ. Δυαδ. Μεταβλητών

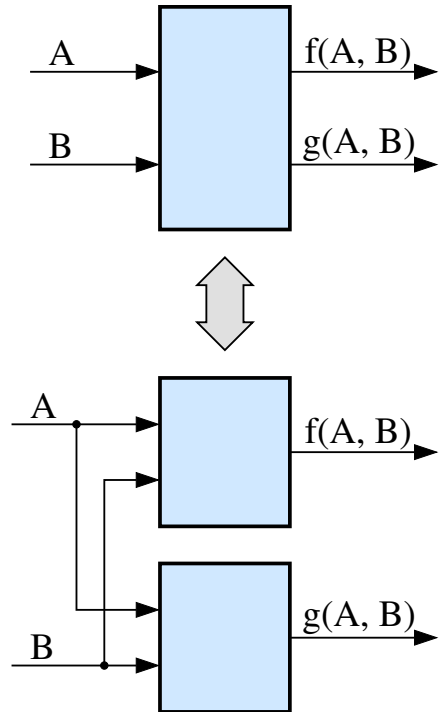
Πίνακας Αληθείας: Ορισμός Λογικής Συνάρτησης

- Έξοδος ψηφ. κυκλώματος = Λογική Συνάρτηση(Εισόδων)
- Μαθηματικές συναρτ. επί απειροσυνόλων (π.χ. αριθμών)
 - πρέπει να οριστούν «αλγοριθμικά», π.χ. $f(x) = x^2$
 - δεν μπορούν να οριστούν/περιγραφούν με (εξαντλητική) απαρίθμηση όλων των πιθανών εισόδων και αντίστοιχων εξόδων
- Λογικές συναρτήσεις: πεπερασμένο πλήθος περιπτώσεων των τιμών εισόδων τους
 - μπορούν να οριστούν/περιγραφούν πλήρως με (εξαντλητική) απαρίθμηση όλων των περιπτώσεων (συνδυασμών) εισόδων
 - «Πίνακας Αληθείας»

Λογικές Συναρτ. μιας Μεταβλ. – Πίνακας Αληθείας

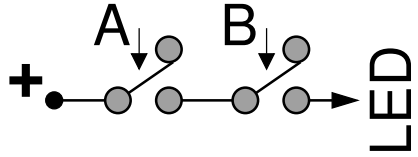
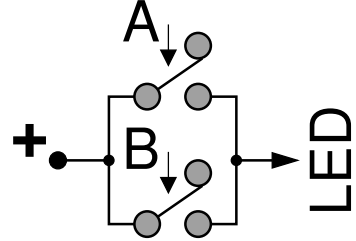
Εισοδος	Εξοδοι (τεσσερεις συναρτησεις της μιας εισοδου καθεμια)			
Διακοπτης A	 IDENTITY (ταυτοτητα)	 NOT (οχι)	 1 (παντα αναμ.)	 0 (παντα σβησ.)
OFF (ελευθερος)	OFF (σβηστη)	ON (αναμενη)	ON (αναμενη)	OFF (σβηστη)
ON (πατημενος)	ON (αναμενη)	OFF (σβηστη)	ON (αναμενη)	OFF (σβηστη)

Πολλαπλες εξοδοι με ιδιες εισοδους: πολλαπλες συναρτησεις, παραλληλοι πινακες (ιδιοι συνδυασμοι εισοδων)



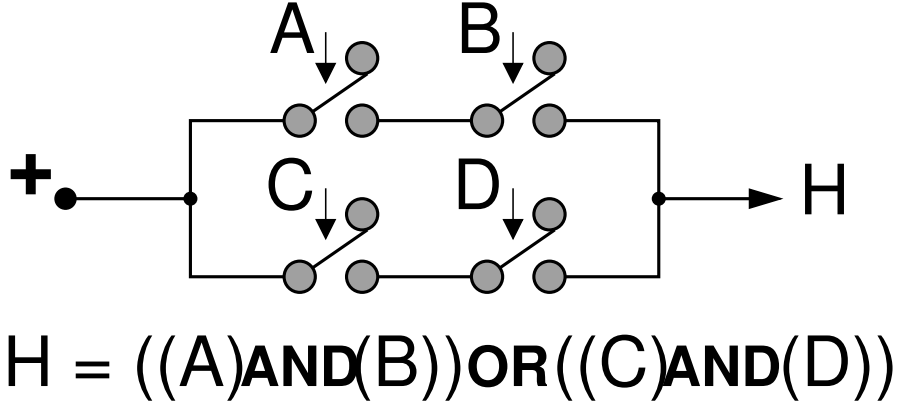
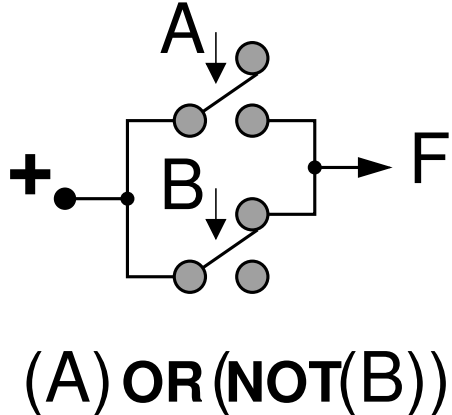
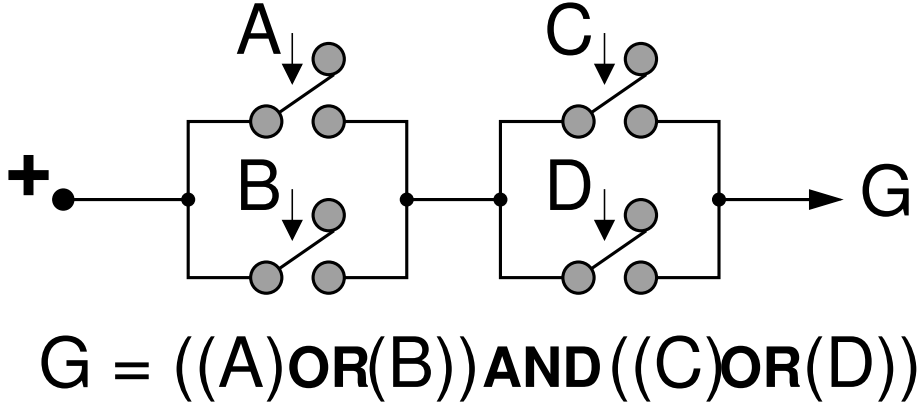
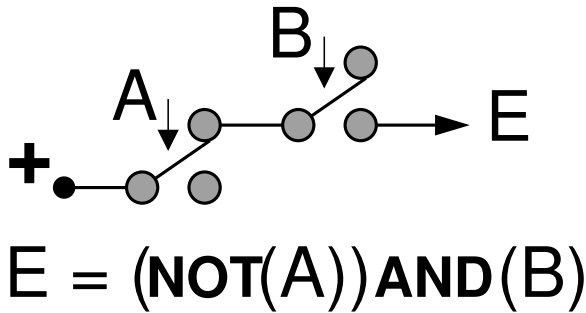
- Μία είσοδος \Rightarrow δύο περιπτώσεις \Rightarrow δύο γραμμές
- Διάφορες συναρτήσεις, των ιδίων εισόδων: δίπλα-δίπλα
- Υπάρχουν μόνον αυτές οι 4 λογικές συναρτ. μιας εισόδου – γιατί; (πόσοι συνδυασμοί των ON, OFF σε μία στήλη;)

Λογικές Συναρτ. 2 Μεταβλητών – Πίνακας Αληθείας

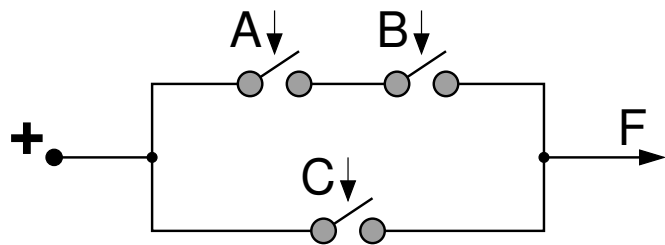
Εισοδοι		Εξοδοι	(δυο συναρτησεις, των δυο εισοδων καθεμια)		
Διακοπτης A	Διακοπτης B			AND (και)	OR (ή)
OFF (ελευθερος)	OFF	OFF	OFF	OFF	OFF
	ON	OFF	OFF	ON	ON
ON (πατημενος)	OFF	OFF	ON	ON	ON
	ON	ON	ON	ON	ON

- Δύο περιπτώσεις πρώτης μεταβλητής
 - Για καθεμιά τους, δύο περιπτώσεις της επόμενης μεταβλητής
- ⇒ 4 συνδυασμοί για 2 μεταβλητές
- ⇒ 4 γραμμές τιμών στον Πίνακα

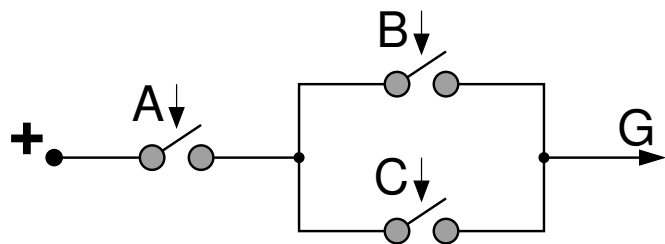
>2 Μεταβλητές, ή/και χρήση της τρίτης επαφής (NOT)



Πίνακες Αληθείας Συναρτήσεων 3 Μεταβλητών



$$F = (A \text{ AND } B) \text{ OR } C$$



$$G = A \text{ AND } (B \text{ OR } C)$$

- $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ περιπτώσεις

A	B	C	A AND B	F	B OR C	G
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Ασκήσεις 1.3: Καθημερινή Λογική & Διακόπτες

- Μπανιέρα γεμίζει =
 - τάπα στη θέση της (“ON”) **KAI**
 - βρύση κρύου ON **Ή** βρύση ζεστού ON
- ⇒ **OXI** (Μπανιέρα γεμίζει) =
 - **OXI** (τάπα στη θέση της) **??**
 - **OXI** (βρύση κρύου ON) **??** **OXI** (βρύση ζεστού ON)
- κλπ. (βλ. εκφωνήσεις)

Προετοιμασία πριν το Εργαστήριο

- Εκφωνήσεις γράφουν: «Πριν φτάσετε στο Εργαστήριο...»
- Γραπτή προετοιμασία σας σε χαρτί πριν φτάσετε
- Έτοιμα τα σχέδια των κυκλωμάτων που θα κατασκευάσετε
- Απαντήσεις σε τυχόν ερωτήσεις θεωρίας που ερωτάσθε
- Βαθμολόγηση Εργαστηρίου:
 - Γνώση & κατανόηση όλης της θεωρίας των σημειώσεων
 - Κατανόηση του τι κάνετε στο Εργαστήριο και γιατί αυτό δουλεύει
 - Προετοιμασία για το Εργαστήριο (γραπτή «αναφορά» μαζί σας)
 - Εκτέλεση των πειραμάτων: Δουλεύει; γιατί; Δεν δουλεύει; γιατί;

Παρακαλώ *μην* με ρωτήσετε «πώς ακριβώς να ...»

- ερώτηση «σχολικού» στυλ...
- Πανεπιστήμιο/επαγγελματική ζωή: αποφασίστε εσείς!
 - πώς «ακριβώς» θα γράφατε το φύλλο οδηγιών ή το διαφημιστικό φυλλάδιο ενός προϊόντος της εταιρείας σας;
 - δεν είναι όλα ίδια!
- Ποιός ο σκοπός αυτού που γράφετε;
- Σε ποιό κοινό απευθύνεστε (ειδικούς; ανίδεους;)
- Ποιόν θεωρείτε ως καλύτερο τρόπο να μεταφέρετε το μήνυμα που θέλετε να δώσετε;
 - πάντα όμως τακτικά, οργανωμένα, και πάντα την αλήθεια!

Σκοπός και «κοινό» Γραπτής Προετ. Εργαστηρίων

- Ποιός ο σκοπός της Γραπτής Προετοιμ. Εργαστηρίου;
 1. Να αποτελέσει οδηγό για εσάς όταν θα εκτελείτε την άσκηση
 2. Να πείσει τον βοηθό που θα σας βαθμολογήσει ότι ξέρετε
- Σε ποιό «κοινό» απευθύνεστε;
 1. Στον εαυτό σας (στην αρχή λεπτομερές, αργότερα λιγότερο)
 2. Στον βοηθό του Εργαστηρίου (άρα σε “expert”)
- Οργανώστε το όπως θεωρείτε εσείς βέλτιστο για αυτά!
- Όποτε κάτι ασαφές στις «προδιαγραφές» (εκφώνηση):
 - κάντε μιάν υπόθεση – αυτήν που εσάς σας φαίνεται λογικότερη
 - τεκμηριώστε την υπόθεση που κάνατε («υποθέτω ότι... διότι...»)

Διακόπτες “Aller-Retour”

- Από πόρτα Π: να μπορώ ανάψω εάν σβηστό, να σβήσω εάν αναμένο
- Από κρεββάτι Κ: να μπορώ να σβήσω εάν αναμ., ανάψω εάν σβηστό

Φώς =? (Π) <u>ΚΑΙ</u> (Κ)		Κ	
		0	1
Π	0	0	0
	1	0	1

ΚΑΙ δεν κάνει:

- Εάν σβηστό από άλλη πλευρά, δεν μπορώ να το ανάψω

Φώς =? (Π) <u>Ή</u> (Κ)		Κ	
		0	1
Π	0	0	1
	1	1	1

Ή δεν κάνει:

- Εάν αναμένο από άλλη πλευρά, δεν μπορώ να το σβήσω

Αποκλειστικό-Ή (exclusive-OR), Συνάρτηση Ισότητας

- Συνάρτηση που να αλλάζει πάντα τιμή: όποτε αλλάζει τιμή μία από τις μεταβλητές εισόδου της, με τις υπόλοιπες σταθερές

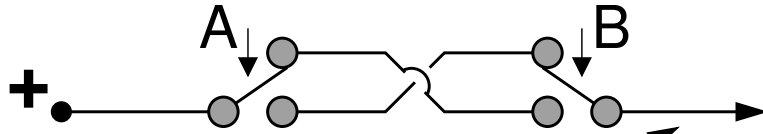
Αποκλ.-Ή (XOR)		Κ	
		0	1
Π	0	0	1
	1	1	0

- Ή ο ένας ή ο άλλος αλλά όχι και οι δύο αναμένοι
- Σχήμα σκακιέρας

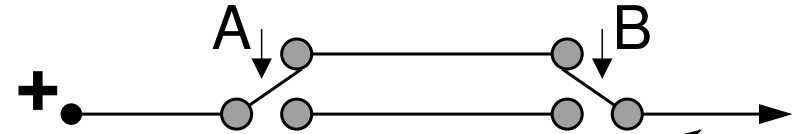
Ισότητα ($\Pi=K$)		Κ	
		0	1
Π	0	1	0
	1	0	1

- Ανάβει όταν και οι δύο μηδέν, ή όταν και οι δύο άσσοι, δηλ. όταν είναι ίσοι μεταξύ τους

Κυκλώματα Exclusive-OR και Συνάρτησης Ισότητας



XOR (Exclusive OR – odd parity)
(A and not B) or (B and not A)



Equality function
XNOR (NOT XOR – even parity)
(A and B) or (not A and not B)

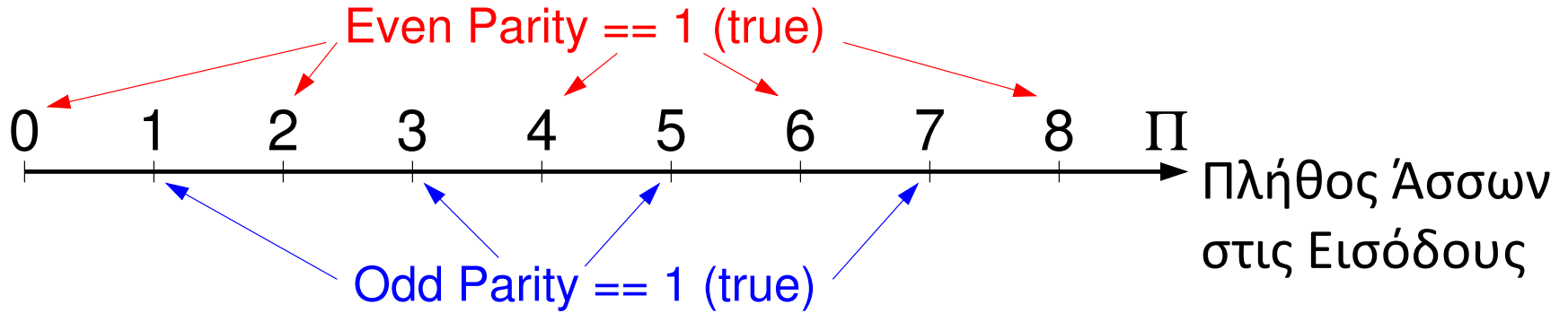
Αποκλ.-Η (XOR)		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	1	0

Ισότητα (A==B)		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	0	1

Γενίκευση: Ποιές Συναρτήσεις δεν αγνοούν εισόδους;

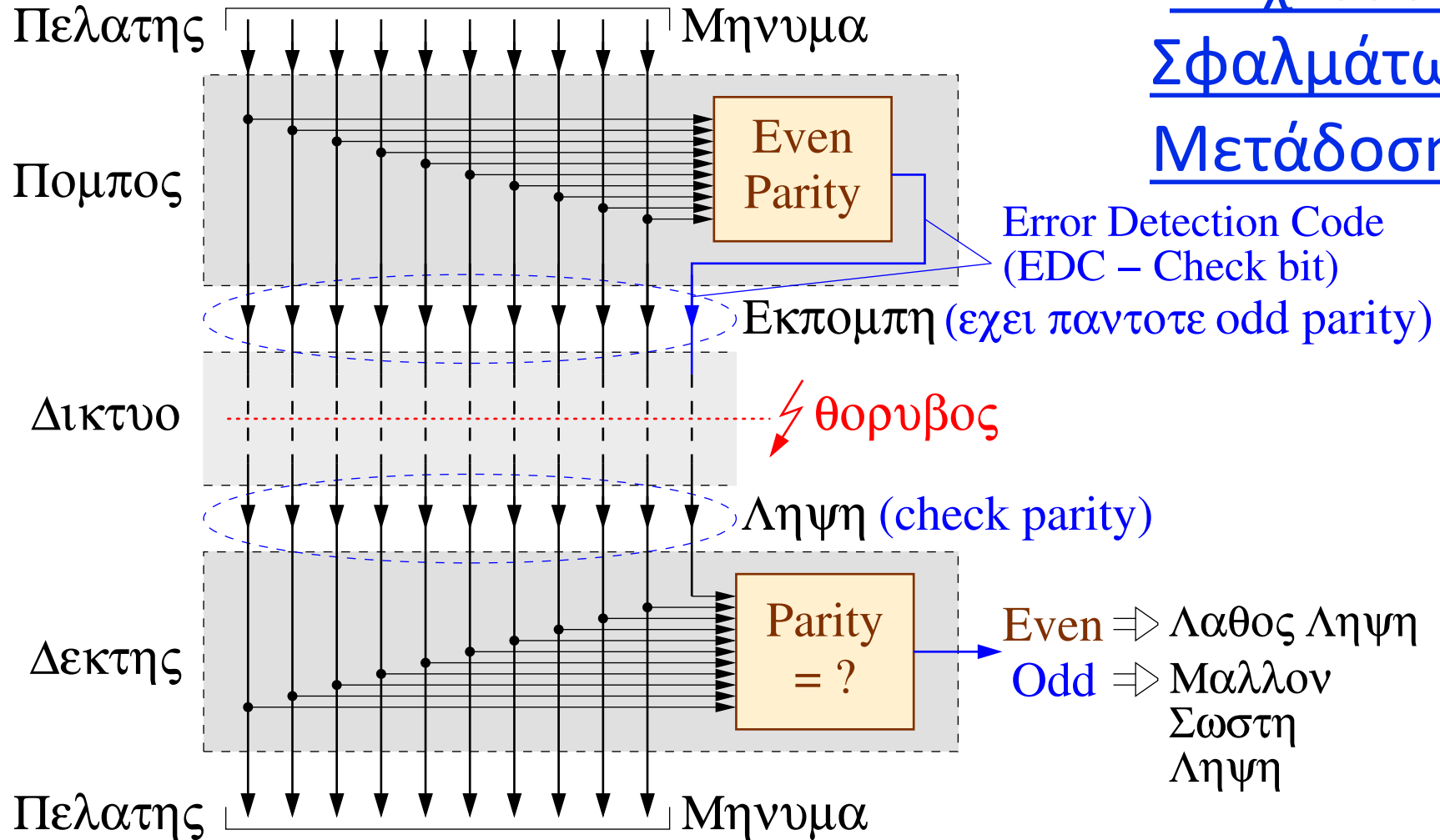
- Ποιές συναρτήσεις αλλάζουν πάντα τιμή όποτε αλλάζει τιμή μία από τις μεταβλητές εισόδου της, με τις υπόλοιπες σταθερές;
- Δηλαδή ποιές συναρτήσεις δεν αγνοούν ποτέ μίαν είσοδό (η τιμή τους δεν είναι ποτέ ανεξάρτητη από μίαν είσοδο) για κάποιον(ους) συνδυασμό(ούς) τιμών των άλλων εισόδων;
- Μετράμε το πλήθος των άσων μεταξύ των εισόδων
 - $f(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0) \rightarrow$ πέντε (5) άσοι στις 10 εισόδους
 - $f(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0) \rightarrow$ τέσσερεις (4) άσοι στις 10 εισόδους
- Θεώρημα: όποτε αλλάζει μία και μόνο μία είσοδος, το πλήθος των άσων αλλάζει πάντα κατά +1 ή κατά -1.

Οι Συναρτήσεις Άρτιας και Περιττής Ισοτιμίας



- Άρτια Ισοτιμία (*Even Parity*): ορίζεται → “το πλήθος των άσσεων είναι **άρτιος** αριθμός” (1 εάν αληθές, 0 εάν ψευδές)
- Περιττή Ισοτιμία (*Odd Parity*): ορίζεται → “το πλήθος των άσσεων είναι **περιττός** αριθμός” (1 εάν αληθές, 0 εάν ψευδές)
 - Odd Parity = γενίκευση του XOR, Even Parity = γενίκευση XNOR
- Θεώρημα: όποτε αλλάζει οιαδήποτε μία και μόνο μία είσοδος, αλλάζει πάντοτε το Parity των εισόδων.

Ανίχνευση Σφαλμάτων Μετάδοσης



Ανίχνευση ενός Σφάλματος Μετάδοσης μέσω Parity

- Πομπός & δέκτης συμφωνούν: πάντα **Odd Parity** (msg + check bit)
- Μήνυμα: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 (4 άσσοι)
- Add **check bit**: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 **1** (5 άσσοι – πάντα Odd)
- Μετάδοση (έως ένα πιθανό σφάλμα): **check Odd Parity**
- Σωστή Μετάδ.: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 (5 άσσοι – oddP true)
- Λάθος Μετάδ.: 0 1 0 0 0 **0** 1 0 1 0 1 (4 άσσοι – oddP **false**)
- Λάθος Μετάδ.: **1** 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 (6 άσσοι – oddP **false**)
- Λάθος Μετάδ.: 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 **0** (4 άσσοι – oddP **false**)
- Για ανίχνευση 2, 4, κλπ. σφαλμάτων: άλλοι κώδικες, άλλο μάθημα...

Ανακεφαλαίωση

- Συναρτήσεις Boole (ψηφιακές δυαδικές):
 - Πεπερασμένο πλήθος δυνατών συνδυασμών εισόδων (2^n)
 - Πίνακας Αληθείας: τιμές εξόδου για όλους αυτούς
 - Σύνθετα δίκτυα διακοπών (3 επαφές ανά διακόπτη) →
 - Σύνθετες συναρτήσεις Boole AND, OR, NOT πολλαπλών εισόδων
- Οι συναρτήσεις που ποτέ δεν αδιαφορούν για καμία είσοδό τους:
 - Odd Parity (exclusive-OR, XOR)
 - Even Parity (συναρτ. ισότητας δύο εισόδων) == NOT (Odd Parity)
 - Πλήθος Άσων (άθροισμα των bits...)
 - Κώδικας ανίχνευσης σφαλμάτων (απλός) (~ “checksum”)