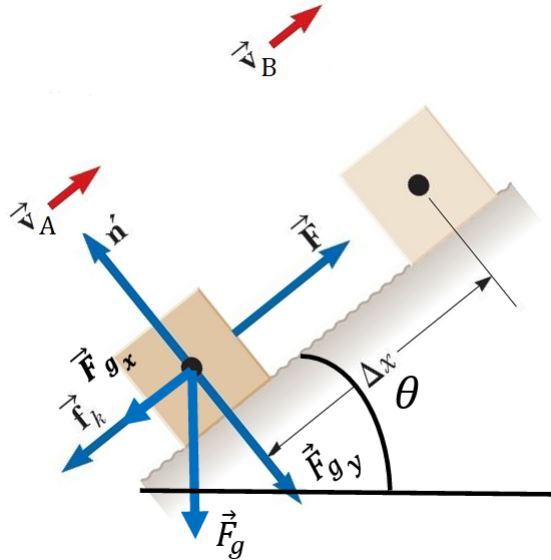


ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2025-26
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής
Τελική Εξέταση

- ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ
- Αιτιολογήστε ΠΛΗΡΩΣ τις απαντήσεις σας. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή τσέπης.
- Κάνετε/αντιγράψτε ΣΧΗΜΑΤΑ και εξηγήστε με ΛΟΓΙΑ τι κάνετε!

Θέμα 1ο - 30 μονάδες:

Στο Σχήμα 1 βλέπετε το ένα σώμα που κινείται ανοδικά σε κεκλιμένο επίπεδο παρουσία δύναμης $\vec{F}$. Θεωρήστε ότι το σώμα ανεβαίνει το μη-λείο επικλινές υπό την επίδραση σταθερής δύναμης $\vec{F}$, από τη θέση Α στη θέση Β. Σας δίνονται ότι $m = 0.5 \text{ kg}$, $F = 4 \text{ N}$, $u_A = 6 \text{ m/s}$, $u_B = 2 \text{ m/s}$, $\Delta x = 5 \text{ m}$, $\theta = 30^\circ$, και άγνωστος ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μ_k .



Σχήμα 1: Σχήμα Θέματος 1.

Δείξτε ότι στη διαδρομή $A \rightarrow B$

$$\mu_k = \frac{F\Delta x - \Delta K - mg \sin(\theta)\Delta x}{mg \cos(\theta)\Delta x} = 0.7423 \quad (1)$$

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε όποιο τρόπο θέλετε για τη λύση.

Λύση:

Από τη στιγμή που σε οποιαδήποτε επιλογή συστήματος δρα η εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ παράγοντας έργο, τα συστήματα είναι όλα μη απομονωμένα. Θεωρούμε σύστημα συντεταγμένων με σημείο αναφοράς $(0,0)$ τη θέση Α και άξονα x' επάνω στο κεκλιμένο. Θετικές φορές θεωρούνται οι συμβατικές. Οποιαδήποτε λύση από τις παρακάτω είναι σωστή.

- Θεωρούμε το σύστημα {σώμα}, μονομελές και μη απομονωμένο. Στη διαδρομή $A \rightarrow B$ ισχύει το ΘΜΚΕΕ:

$$\Delta K_{A \rightarrow B} = \sum W_{ext} \quad (2)$$

$$= W_F + W_n + W_{F_{gy}} + W_{F_{gx}} + W_{f_k} \quad (3)$$

$$= W_F + W_{F_{gx}} + W_{f_k} \quad (4)$$

με τα έργα των $\vec{F}_{gy}$, $\vec{n}$ να είναι μηδενικά λόγω καθετότητας των δυνάμεων στη μετατόπιση του σώματος. Έτσι

$$\Delta K = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} + \vec{F}_{gx} \cdot \Delta \vec{x} + \vec{f}_k \cdot \Delta \vec{x} \quad (5)$$

$$= F\Delta x - mg \sin(\theta)\Delta x - f_k\Delta x \quad (6)$$

Λόγω ισορροπίας στον άξονα $y'y$, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad (7)$$

$$\vec{n} + \vec{F}_{gy} = \vec{0} \quad (8)$$

$$n - F_{gy} = 0 \quad (9)$$

$$n = F_{gy} = mg \cos(\theta) \quad (10)$$

οπότε

$$\Delta K = F\Delta x + mg \sin(\theta)\Delta x - \mu_k n\Delta x \quad (11)$$

$$= F\Delta x - mg \sin(\theta)\Delta x - \mu_k mg \cos(\theta)\Delta x \quad (12)$$

$$\mu_k = \frac{F\Delta x - \Delta K - mg \sin(\theta)\Delta x}{mg \cos(\theta)\Delta x} = 0.7423 \quad (13)$$

- Θεωρούμε το σύστημα {σώμα, Γη}, πολυμελές και μη απομονωμένο. Στη διαδρομή $A \rightarrow B$ ισχύει η ΑΔΕ :

$$\Delta K_{A \rightarrow B} + \Delta U_g^{A \rightarrow B} = \sum W_{ext} \quad (14)$$

$$= W_F + W_n + W_{f_k} \quad (15)$$

$$= W_F + W_{f_k} \quad (16)$$

με το έργο της $\vec{n}$ να είναι μηδενικό λόγω καθετότητας της δύναμης στη μετατόπιση του σώματος. Έτσι

$$\Delta K + \Delta U_g = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} + \vec{f}_k \cdot \Delta \vec{x} \quad (17)$$

$$= F\Delta x - f_k\Delta x \quad (18)$$

Λόγω ισορροπίας στον άξονα $y'y$, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad (19)$$

$$\vec{n} + \vec{F}_{gy} = \vec{0} \quad (20)$$

$$n - F_{gy} = 0 \quad (21)$$

$$n = F_{gy} = mg \cos(\theta) \quad (22)$$

οπότε, θεωρώντας επίπεδο βαρυτικής δυναμικής ενέργειας στην αρχική θέση του σώματος,

$$\Delta K + \Delta U_g = F\Delta x - \mu_k n\Delta x \quad (23)$$

$$\Delta K + U_{gB} - U_{gA} = F\Delta x - \mu_k mg \cos(\theta)\Delta x \quad (24)$$

$$\Delta K + mgh - 0 = F\Delta x - \mu_k mg \cos(\theta)\Delta x \quad (25)$$

$$\Delta K + mg\Delta x \sin(\theta) = F\Delta x - \mu_k mg \cos(\theta)\Delta x \quad (26)$$

$$\mu_k = \frac{F\Delta x - \Delta K - mg \sin(\theta)\Delta x}{mg \cos(\theta)\Delta x} = 0.7423 \quad (27)$$

- Θεωρούμε το σύστημα {σώμα, Γη, κεκλιμένο}, πολυμελές και μη απομονωμένο. Στη διαδρομή $A \rightarrow B$ ισχύει η ΑΔΕ :

$$\Delta K_{A \rightarrow B} + \Delta U_g^{A \rightarrow B} + \Delta E_{th}^{A \rightarrow B} = \sum W_{ext} \quad (28)$$

$$= W_F + W_n \quad (29)$$

$$= W_F \quad (30)$$

με το έργο της $\vec{n}$ να είναι μηδενικό λόγω καθετότητας της δύναμης στη μετατόπιση του σώματος. Έτσι, θεωρώντας επίπεδο βαρυτικής δυναμικής ενέργειας στην αρχική θέση του σώματος,

$$\Delta K + \Delta U_g + \Delta E_{th} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} \quad (31)$$

$$\Delta K + U_{gB} - U_{gA} + f_k \Delta x = F \Delta x \quad (32)$$

$$\Delta K + U_{gB} - U_{gA} + \mu_k n \Delta x = F \Delta x \quad (33)$$

$$\Delta K + mgh - 0 + \mu_k n \Delta x = F \Delta x \quad (34)$$

$$\Delta K + mg \Delta x \sin(\theta) + \mu_k n \Delta x = F \Delta x \quad (35)$$

Λόγω ισορροπίας στον άξονα $y'y$, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad (36)$$

$$\vec{n} + \vec{F}_{gy} = \vec{0} \quad (37)$$

$$n - F_{gy} = 0 \quad (38)$$

$$n = F_{gy} = mg \cos(\theta) \quad (39)$$

οπότε

$$\Delta K + mg \Delta x \sin(\theta) + \mu_k mg \Delta x \cos(\theta) = F \Delta x \quad (40)$$

$$\mu_k mg \Delta x \cos(\theta) = F \Delta x - \Delta K - mg \Delta x \sin(\theta) \quad (41)$$

$$\mu_k = \frac{F \Delta x - \Delta K - mg \sin(\theta) \Delta x}{mg \cos(\theta) \Delta x} = 0.7423 \quad (42)$$

- Θεωρούμε το σύστημα {σώμα, κεκλιμένο}, πολυμελές και μη απομονωμένο. Στη διαδρομή $A \rightarrow B$ ισχύει η ΑΔΕ :

$$\Delta K_{A \rightarrow B} + \Delta E_{th}^{A \rightarrow B} = \sum W_{ext} \quad (43)$$

$$= W_F + W_n + W_{F_{gx}} + W_{F_{gy}} \quad (44)$$

$$= W_F + W_{F_{gx}} \quad (45)$$

με τα έργα των $\vec{F}_{gy}$, $\vec{n}$ να είναι μηδενικά λόγω καθετότητας των δυνάμεων στη μετατόπιση του σώματος. Έτσι,

$$\Delta K + \Delta E_{th} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} + \vec{F}_{gx} \cdot \Delta x \quad (46)$$

$$\Delta K + f_k \Delta x = F \Delta x - F_{gx} \Delta x \quad (47)$$

$$\Delta K + \mu_k n \Delta x = F \Delta x - mg \sin(\theta) \Delta x \quad (48)$$

Λόγω ισορροπίας στον άξονα $y'y$, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad (49)$$

$$\vec{n} + \vec{F}_{gy} = \vec{0} \quad (50)$$

$$n - F_{gy} = 0 \quad (51)$$

$$n = F_{gy} = mg \cos(\theta) \quad (52)$$

οπότε

$$\Delta K + \mu_k mg \Delta x \cos(\theta) = F \Delta x - mg \sin(\theta) \Delta x \quad (53)$$

$$\mu_k mg \Delta x \cos(\theta) = F \Delta x - \Delta K - mg \Delta x \sin(\theta) \quad (54)$$

$$\mu_k = \frac{F \Delta x - \Delta K - mg \sin(\theta) \Delta x}{mg \cos(\theta) \Delta x} = 0.7423 \quad (55)$$

Θέμα 2ο - 30 μονάδες:

Ένα σώμα σε απλή αρμονική ταλάντωση περιγράφει τη θέση του ως

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (56)$$

σε σχέση με τη θέση ισορροπίας του. Αν $\phi = \pi/5$, τότε πόσο ποσοστό της συνολικής ενέργειας του ταλαντωτή βρίσκεται αποθηκευμένο ως ελαστική δυναμική ενέργειά του, όταν $t = 0$;

Λύση:

Όταν $\phi = \pi/5$ και $t = 0$, τότε

$$x(0) = A \cos(\pi/5) \quad (57)$$

Η συνολική ενέργεια του ταλαντωτή θα είναι

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k A^2 \quad (58)$$

για κάθε χρονική στιγμή. Η ελαστική δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι

$$U_s = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow U_s(t) = \frac{1}{2} k x^2(t) \Rightarrow U_s(0) = \frac{1}{2} k x(0)^2 \quad (59)$$

Ο λόγος των δυο είναι

$$\frac{U_s(0)}{E_{\text{tot}}} = \frac{\frac{1}{2} k x(0)^2}{\frac{1}{2} k A^2} = \frac{\frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\pi/5)}{\frac{1}{2} k A^2} = \cos^2(\pi/5) \quad (60)$$

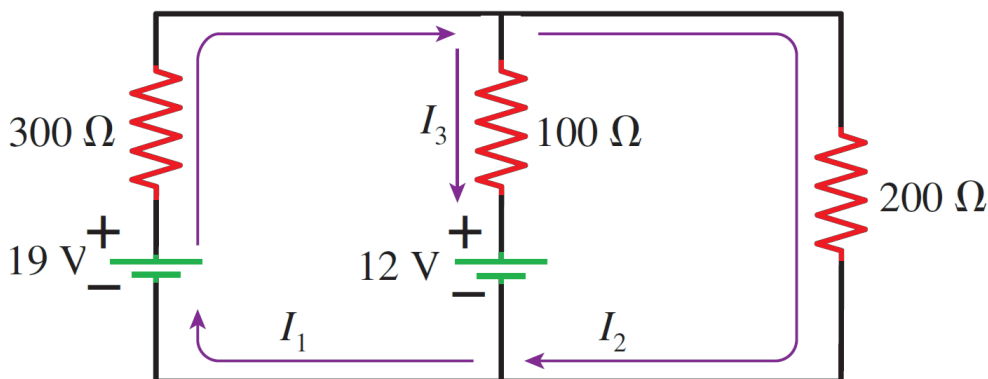
οπότε

$$U_s(0) = \cos^2(\pi/5) E_{\text{tot}} = 0.6545 E_{\text{tot}} \quad (19)$$

άρα το ποσοστό της συνολικής ενέργειας του ταλαντωτή που βρίσκεται αποθηκευμένο ως ελαστική δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι 65.45%.

Θέμα 3ο - 18 μονάδες:

Σας δίνεται το κύκλωμα συνεχούς ρεύματος του Σχήματος 2.



Σχήμα 2: Σχήμα Θέματος 3.

(α') **(12 μ.)** Δείξτε ότι τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 έχουν τιμές (κατά μέτρο) 0.03, 0.05, 0.02 A, αντίστοιχα.

(β') **(6 μ.)** Πόση είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη των 100 Ω;

Λύση:

(α') Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον έναν απ' τους δυο κόμβους και παίρνουμε

$$I_2 + I_3 = I_1 \quad (61)$$

Εφαρμόζουμε τον 2ο κανόνα Kirchhoff δεξιόστροφα στον αριστερά και δεξιά βρόχο αντίστοιχα, και έχουμε τις εξισώσεις

$$19 - 300I_1 - 100I_3 - 12 = 0 \quad (62)$$

$$12 + 100I_3 - 200I_2 = 0 \quad (63)$$

Έχουμε ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους. Λύνοντάς το,

$$I_2 + I_3 = I_1 \quad (64)$$

$$19 - 300I_1 - 100I_3 - 12 = 0 \quad (65)$$

$$12 + 100I_3 - 200I_2 = 0 \quad (66)$$

που γράφεται ως

$$I_2 + I_3 = I_1 \quad (67)$$

$$300I_1 + 100I_3 = 7 \quad (68)$$

$$100I_3 - 200I_2 = -12 \quad (69)$$

και αντικαθιστώντας την πρώτη στη δεύτερη, έχουμε

$$I_2 + I_3 = I_1 \quad (70)$$

$$300I_2 + 400I_3 = 7 \quad (71)$$

$$-200I_2 + 100I_3 = -12 \quad (72)$$

Πολλαπλασιάζοντας με 4 την εξίσωση (72) και αφαιρώντας τη από τη δεύτερη έχουμε

$$300I_2 + 400I_3 = 7 \quad (73)$$

$$(-) \quad (74)$$

$$-800I_2 + 400I_3 = -48 \quad (75)$$

δηλ.

$$1100I_2 = 55 \iff I_2 = \frac{55}{1100} = 0.05 \text{ A} \quad (76)$$

και αντικαθιστώντας παραπάνω παίρνουμε

$$300 \cdot 0.05 + 400I_3 = 7 \iff 15 + 400I_3 = 7 \iff 400I_3 = -8 \iff I_3 = -0.02 \text{ A} \quad (77)$$

Τέλος από την σχέση του κόμβου έχουμε

$$I_2 + I_3 = I_1 \iff 0.05 - 0.02 = I_1 \iff I_1 = 0.03 \text{ A} \quad (78)$$

(β') Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη των 100Ω είναι

$$\Delta V = I_3 R_{100} = 0.02 \cdot 100 = 2 \text{ V} \quad (79)$$

κατ' απόλυτη τιμή.