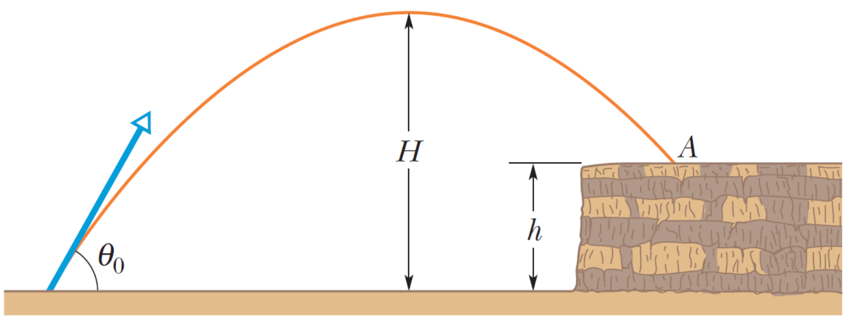
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2024-25
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τελική Εξέταση

- **ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ**
- **Υπολογίστε όλες τις απαντήσεις σας με ακρίβεια 3ου δεκαδικού ψηφίου, όπου απαιτείται.**
- **Μπορείτε να αποχωρήσετε οποτεδήποτε θέλετε, αφού παραδώσετε κόλλες και θέματα.**
- **Αιτιολογήστε ΠΛΗΡΩΣ τις απαντήσεις σας. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή τσέπης.**
- **ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ γράψετε πάνω στις κόλλες των εκφωνήσεων ΔΕ θα αξιολογηθεί.**
- **Κάνετε/αντιγράψτε ΣΧΗΜΑΤΑ και εξηγήστε με ΛΟΓΙΑ τι κάνετε!**
- **Συνολικές μονάδες αυτής της εξέτασης:** 115**. Αριστα:** 100.

Θέμα 1ο - **25 μονάδες**:
Στο Σχήμα 1, μια πέτρα βάλλεται με αρχική ταχύτητα $u_i = 42$ m/s και υπό γωνία $\theta_i = 60^\circ$ σε μια ψηλή στοίβα από κιβώτια ύψους h. Η πέτρα χτυπά στο σημείο A, 5.5 δευτερόλεπτα μετά τη ρίψη της.



Σχήμα 1: *Σχήμα Θέματος 1.*

(α') **(10 μ.)** το ύψος h της στοίβας

(β') **(10 μ.)** την ταχύτητα της πέτρας ακριβώς πριν χτυπήσει στο σημείο A

(γ') **(5 μ.)** το μέγιστο ύψος H που φτάνει σε σχέση με το έδαφος

Λύση:
Αναλύοντας την κίνηση, η πέτρα μοντελοποιείται ως σωματίδιο που εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή ταχύτητα στον οριζόντιο άξονα και ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση στον κατακόρυφο άξονα. Έστω O το σημείο που βάλλεται η πέτρα, με συντεταγμένες $O(0,0)$ και $t = 0$ τη στιγμή ακριβώς που ξεκινά τη διαδρομή OA από το σημείο O. Θεωρούμε θετικές φορές της κίνησης στους δυο άξονες τις συμβατικές (πάνω και δεξιά). Μπορούμε να αναλύσουμε την αρχική ταχύτητα $u_i = u_O$ σε συνιστώσες

$$u_{y_O} = u_O \sin(\theta_i) = 42\sin(60^\circ) = 42\frac{\sqrt{3}}{2} = 21\sqrt{3} \text{ m/s} \tag{1}$$

$$u_{x_O} = u_O \cos(\theta_i) = 42\cos(60^\circ) = 42\frac{1}{2} = 21 \text{ m/s} \tag{2}$$

Ο χρόνος πτήσης της πέτρας είναι $t = 5.5$ s.

(α΄) Η θέση Α του σχήματος έχει συντεταγμένες $(x_A, y_A = h)$. Επειδή η πέτρα εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση (της βαρύτητας) στον άξονα $y'y$, θα έχουμε στη διαδρομή ΟΑ ότι

$$y_A = y_O + u_{yO}t - \frac{1}{2}gt^2 \Longleftrightarrow h = 0 + 21\sqrt{3}\cdot 5.5 - 4.9(5.5)^2 = 51.827 \text{ m} \tag{3}$$

(β΄) Στο σημείο Α, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι ίδια με την οριζόντια συνιστώσα της στο σημείο Ο, λόγω της κίνησης με σταθερή ταχύτητα στον οριζόντιο άξονα. Άρα $u_{x_A} = 21$ m/s. Για την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας, γνωρίζουμε τη σχέση

$$u_{y_A} = u_{yO} - gt \Longleftrightarrow u_{y_A} = 21\sqrt{3} - 9.8(5.5) = -17.527 \text{ m/s} \tag{4}$$

με το αρνητικό πρόσημο να δηλώνει τη φορά του αντίστοιχου διανύσματος (προς τα κάτω). Άρα συνολικά στο σημείο Α θα έχουμε

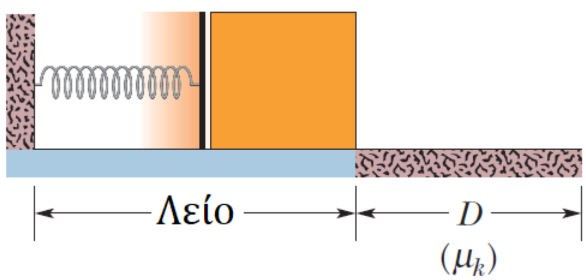
$$u_A = \sqrt{u_{x_A}^2 + u_{y_A}^2} = 27.353 \text{ m/s} \tag{5}$$

(γ΄) Το μέγιστο ύψος H που φτάνει σε σχέση με το έδαφος μας δίνεται από τη γνωστή σχέση

$$H = \frac{u_O^2 \sin(\theta_i)^2}{2g} = 67.5 \text{ m} \tag{6}$$

Θέμα 2ο - **25 μονάδες**:

Στο Σχήμα 2, ένα κουτί μάζας 3.5 kg επιταχύνεται από ακινησία μέσω ενός συμπιεσμένου ελατηρίου σταθεράς $k = 640$ N/m. Αρχικά, ελατήριο και κουτί βρίσκονται σε λεία επιφάνεια (χωρίς τριβές). Το κουτί αφήνει το ελατήριο όταν αυτό φτάσει το φυσικό του μήκος και αμέσως μετα ταξιδεύει σε οριζόντια επιφάνεια με τριβές, με συντελεστή τριβής ολισθήσεως $\mu_k = 0.25$. Η δύναμη τριβής ακινητοποιεί το κουτί σε απόσταση $D = 7.8$ m.



Σχήμα 2: *Σχήμα Θέματος 2.*

(α΄) **(5 μ.)** Βρείτε την αύξηση στη θερμική ενέργεια του συστήματος {κουτί, επιφάνεια}.

(β΄) **(10 μ.)** Βρείτε τη μέγιστη κινητική ενέργεια που λαμβάνει το κουτί.

(γ΄) **(10 μ.)** Βρείτε τη συμπίεση που είχε υποστεί το ελατήριο.

Λύση:

Έστω το σύστημα {κουτί, επιφάνεια}. Θεωρούμε ως θετικές φορές της κίνησης τις συμβατικές (πάνω και δεξιά).

(α΄) Στη διαδρομή από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου ως τη θέση όπου το σώμα σταματά, η αύξηση της θερμικής ενέργειας θα είναι

$$\Delta E_{th} = f_k \Delta x = f_k D = \mu_k n D = \mu_k m g D = 66.885 \text{ J} \tag{7}$$

με την τελευταία σχέση να ισχύει λόγω ισορροπίας του συστήματος στον άξονα $y'y$:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow n = F_g = mg \tag{8}$$

(β΄) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που λαμβάνει το κουτί ισούται με την αύξηση της θερμικής ενέργειας του συστήματος, καθώς κατά τη στιγμή της απελευθέρωσης του κουτιού από το ελατήριο, το σύστημα έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια (όλη η αποθηκευμένη ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου έχει μετατραπεί σε κινητική). Όλη αυτή η κινητική ενέργεια μετατράπηκε σε θερμική κατά την ολίσθηση του κουτιού στην επιφάνεια με τριβές. Άρα

$$K_{max} = 66.885 \text{ J} \tag{9}$$

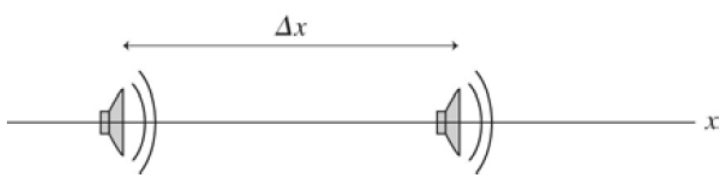
(γ΄) Έστω Α η θέση συμπίεσης του ελατηρίου και Β η θέση που το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Λόγω απουσίας τριβών στη διαδρομή αυτή, η κινητική ενέργεια που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα και η οποία αντιστοιχεί στη θέση Β, θα ισούται με την ελαστική δυναμική ενέργεια του συστήματος στη θέση Α. Άρα

$$U_s^A = K^B = K_{max} \Longleftrightarrow \frac{1}{2}kx^2 = K^B \Longleftrightarrow x^2 = \frac{2K^B}{k} \Longrightarrow x = -0.457 \text{ m} \tag{10}$$

με το πρόσημο να δηλώνει κατεύθυνση (συμπίεση).

Θέμα 3ο - **30 μονάδες**:

Δυο ηχεία συνδεδεμένα με την ίδια πηγή ήχου βρίσκονται σε νοητό άξονα $x'x$ και σε απόσταση Δx μεταξύ τους, όπως στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: *Σχήμα Θέματος 3.*

Εκπέμπουν ηχητικό κύμα μήκους κύματος λ και πλάτους a το καθένα. Βρείτε την ελάχιστη τιμή της ποσότητας

$$\frac{\Delta x}{\lambda}$$

για την οποία το πλάτος του κύματος που δημιουργούν όταν συμβάλλουν είναι ίσο με a.

Λύση:

Έχουμε δυο ηχητικά κύματα που συμβάλλουν, άρα το συνολικό πλάτος A_m του κύματος που πραγματοποιούν θα είναι

$$A_m = \left| 2a\cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \right| \tag{11}$$

με a το πλάτος των επιμέρους κυμάτων. Επειδή τα κύματα είναι συνδεδεμένα με την ίδια πηγή, η διαφορά αρχικής φάσης, $\Delta\phi$, θα ισούται με μηδέν. Οπότε η συνολική διαφορά φάσης, $\Delta\Phi$, θα είναι

$$\Delta\Phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \tag{12}$$

Θέλουμε το πλάτος του κύματος που δημιουργείται να είναι ίσο με a, άρα από τις δυο παραπάνω σχέσεις θα έχουμε

$$A_m = a = \left| 2a\cos\left(\frac{2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}}{2}\right) \right| = \left| 2a\cos\left(\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right) \right| \tag{13}$$

οπότε, κι επειδή το πλάτος είναι εξ ορισμού θετικό,

$$a = \left| 2a\cos\left(\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right) \right| \Longleftrightarrow \frac{1}{2} = \left| \cos\left(\frac{\pi\Delta x}{\lambda}\right) \right| \tag{14}$$

Ας θέσουμε $u = \frac{\Delta x}{\lambda} > 0$, τότε

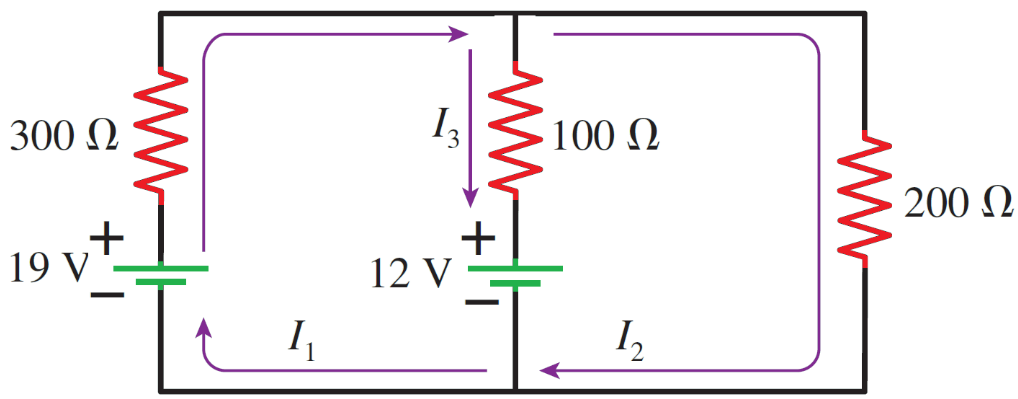
$$\frac{1}{2} = |\cos(\pi u)| \tag{15}$$

και ζητάμε τις μικρότερες τιμές του πu που δίνουν συνημίτονο του οποίου η απόλυτη τιμή ισούται με $\frac{1}{2}$. Από βασική τριγωνομετρία ξέρουμε ότι οι τιμές $\pm\frac{\pi}{3}$ είναι αυτές που δίνουν τιμές συνημιτόνου ίσες με $\frac{1}{2}$. Από αυτές κρατάμε τη θετική, $\pi/3$. Άρα

$$\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos(\pi u) \Longleftrightarrow \pi u = \frac{\pi}{3} \Longleftrightarrow u = \frac{1}{3} \Longleftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{1}{3} \tag{16}$$

Θέμα 4ο - **35 μονάδες**:

Σας δίνεται το κύκλωμα συνεχούς ρεύματος του Σχήματος 4.



Σχήμα 4: *Σχήμα Θέματος 4.*

(α') **(30 μ.)** Δείξτε ότι τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 έχουν τιμές (κατά μέτρο) $0.03, 0.05, 0.02$ A, αντίστοιχα.

(β') **(5 μ.)** Πόση είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη των $100\ \Omega$;

Λύση:

(α') Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον έναν απ' τους δυο κόμβους και παίρνουμε

$$I_2 + I_3 = I_1 \tag{17}$$

Εφαρμόζουμε τον 2ο κανόνα Kirchhoff δεξιόστροφα στον αριστερά και δεξιά βρόχο αντίστοιχα, και έχουμε τις εξισώσεις

$$19 - 300I_1 - 100I_3 - 12 = 0 \tag{18}$$

$$12 + 100I_3 - 200I_2 = 0 \tag{19}$$

Έχουμε ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους. Λύνοντάς το,

$$I_2 + I_3 = I_1 \tag{20}$$

$$19 - 300I_1 - 100I_3 - 12 = 0 \tag{21}$$

$$12 + 100I_3 - 200I_2 = 0 \tag{22}$$

που γράφεται ως

$$I_2 + I_3 = I_1 \tag{23}$$

$$300I_1 + 100I_3 = 7 \tag{24}$$

$$100I_3 - 200I_2 = -12 \tag{25}$$

και αντικαθιστώντας την πρώτη στη δεύτερη, έχουμε

$$I_2 + I_3 = I_1 \tag{26}$$
$$300I_2 + 400I_3 = 7 \tag{27}$$
$$-200I_2 + 100I_3 = -12 \tag{28}$$

Πολλαπλασιάζοντας με 4 την τρίτη εξίσωση και αφαιρώντας τη από τη δεύτερη έχουμε

$$300I_2 + 400I_3 = 7 \tag{29}$$
$$(-) \tag{30}$$
$$-800I_2 + 400I_3 = -48 \tag{31}$$

δηλ.

$$1100I_2 = 55 \iff I_2 = \frac{55}{1100} = 0.05 \text{ A} \tag{32}$$

και αντικαθιστώντας παραπάνω παίρνουμε

$$300 \cdot 0.05 + 400I_3 = 7 \iff 15 + 400I_3 = 7 \iff 400I_3 = -8 \iff I_3 = -0.02 \text{ A} \tag{33}$$

Τέλος από την σχέση του κόμβου έχουμε

$$I_2 + I_3 = I_1 \iff 0.05 - 0.02 = I_1 \iff I_1 = 0.03 \text{ A} \tag{34}$$

(β΄) Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη των $100\ \Omega$ είναι

$$\Delta V = I_3 R = 0.02 \cdot 100 = 2 \text{ V} \tag{35}$$

κατ΄ απόλυτη τιμή.