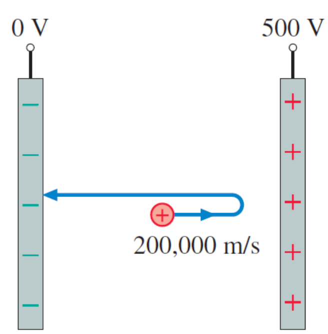
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2023-24
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τελική Εξέταση

- **ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ**
- **Υπολογίστε όλες τις απαντήσεις σας με ακρίβεια 3ου δεκαδικού ψηφίου, όπου απαιτείται.**
- **Μπορείτε να αποχωρήσετε οποτεδήποτε θέλετε, αφού παραδώσετε κόλλες και θέματα.**
- **Αιτιολογήστε ΠΛΗΡΩΣ τις απαντήσεις σας. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή τσέπης.**
- **ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ γράψετε πάνω στις κόλλες των εκφωνήσεων ΔΕ θα αξιολογηθεί.**
- **Κάνετε/αντιγράψτε ΣΧΗΜΑΤΑ και εξηγήστε με ΛΟΓΙΑ τι κάνετε!**
- **Συνολικές μονάδες αυτής της εξέτασης:** 110. **Αριστα:** 100.

1. **Θέμα 1ο: Ενέργεια και Ηλεκτρισμός - 40 μονάδες**
   Στο Σχήμα 1, ένα πρωτόνιο βάλλεται με ταχύτητα 2×10^5 m/s από τη μέση ενός πυκνωτή με φορά προς τη θετική πλάκα. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι 500 V και το πεδίο ανάμεσά τους θεωρείται ομογενές.



Σχήμα 1: *Σχήμα Θέματος 1.*

(αʹ) **(10 μ.)** Πόσο είναι το δυναμικό στο μέσον των πλακών, εκεί δηλ. που ξεκινά να κινείται το πρωτόνιο;

(βʹ) **(10 μ.)** Δείξτε ότι αυτή η ταχύτητα ΔΕΝ είναι αρκετή για να συγκρουστεί με τη θετική πλάκα.

(γʹ) **(20 μ.)** Ποιά είναι η ταχύτητα του πρωτονίου όταν συγκρούεται με την αρνητική πλάκα;

Θεωρήστε $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg και ότι $q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

Λύση:

(αʹ) Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι 250 V στο μέσο των πλακών γιατί το δυναμικό ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση

$$V_f - V_i = V_f - 0 = Ed \tag{1}$$

με d η απόσταση από την αρνητική πλάκα μέχρι ένα σημείο του πεδίου και $V_i = 0$ το δυναμικό της αρνητικής πλάκας.

(β΄) Το πρωτόνιο θα αποκτήσει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

$$\Delta U_e = e\Delta V = 1.6 \times 10^{-19} \times 250 = 4.00 \times 10^{-17}\ \mathrm{J} \tag{2}$$

αν κινηθεί σε όλη τη διαδρομή ως τη θετική πλάκα. Αυτή η αύξηση δυναμικής ενέργειας έρχεται σε αντίθεση με τη μείωση της κινητικής ενέργειας που θα είναι

$$\Delta K = 0 - K_i = -\frac{1}{2}m_p u^2 = -\frac{1}{2} \times 1.67 \times 10^{-27} \times (2 \times 10^5)^2 = -3.34 \times 10^{-17}\ \mathrm{J} \tag{3}$$

Αφού $\Delta K + \Delta U_e \neq 0$, το πρωτόνιο δε φτάνει στη θετική πλάκα.

(γ΄) Το σύστημα πρωτόνιο-πεδίο είναι απομονωμένο. Ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας, και μάλιστα επειδή το πεδίο είναι συντηρητικό, μπορεί να εφαρμοστεί η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας μεταξύ της αρχικής θέσης τοποθέτησης και της τελικής θέσης σύγκρουσης, δηλ.

$$
\begin{aligned}
K_f + U_f &= K_i + U_i \qquad (4)\\
\frac{1}{2}m_p u_f^2 + q_p V_f &= \frac{1}{2}m_p u_i^2 + q_p V_i \qquad (5)\\
\frac{1}{2}m_p u_f^2 + 0 &= \frac{1}{2}m_p u_i^2 + q_p V_i \qquad (6)\\
u_f^2 &= u_i^2 + \frac{2q_p V_f}{m} \qquad (7)\\
&= \sqrt{u_i^2 + \frac{2q_p}{m}V_f} \qquad (8)\\
&= \sqrt{(2 \times 10^5)^2 + \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 250}{1.67 \times 10^{-27}}} = 2.9648 \times 10^5\ \mathrm{m/s} \qquad (9)
\end{aligned}
$$

2. **Θέμα 2ο: Κυματική - 30 μονάδες**

Βρίσκεστε σε ένα μπαρ και από τη γειτονική παρέα ακούτε (κρυφά) μια ενδιαφέρουσα πολιτική κουβέντα. Από την απόσταση που βρίσκεστε, που είναι ίση με 15 μέτρα από την παρέα, ο ήχος ακούγεται σαν ψίθυρος, δηλ. έχει ηχοστάθμη 20 dB. Πόσο κοντά πρέπει να πλησιάσετε για να ακούσετε τη συνομιλία τους στα 60 dB;

Λύση:

Γνωρίζουμε τη σχέση

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{10}$$

Όμως πρέπει να τη μετατρέψουμε σε τέτοια ώστε να έχουμε ηχοστάθμες στο αριστερό μέλος. Είναι

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} \Longrightarrow 10\log_{10}\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} = 10\log_{10}\frac{I_1}{I_0} - 10\log_{10}\frac{I_2}{I_0} = \beta_1 - \beta_2 \tag{11}$$

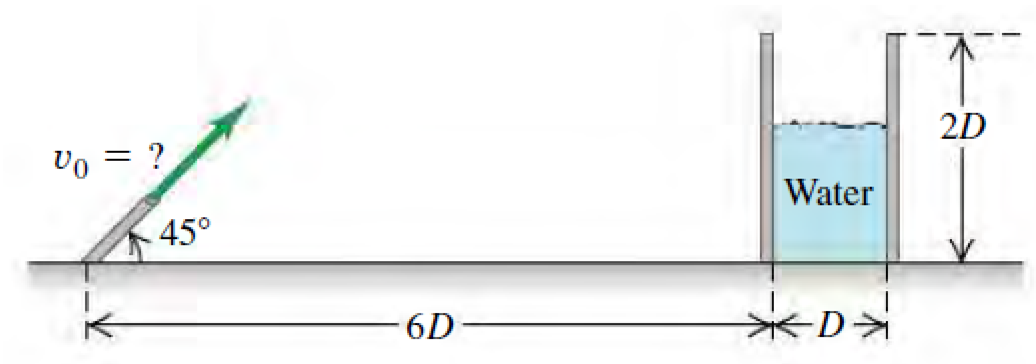
Άρα

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log_{10}\frac{I_1}{I_2} \Longleftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{\beta_1-\beta_2}{10}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{12}$$

Οπότε από τα στοιχεία της εκφώνησης θα έχουμε

$$10^{\frac{20-60}{10}} = \frac{r_2^2}{15^2} \Longleftrightarrow r_2^2 = 15^2 \times 10^{-4} \Longrightarrow r_2 = 15 \times 10^{-2} = 0.15\ \mathrm{m} \tag{13}$$

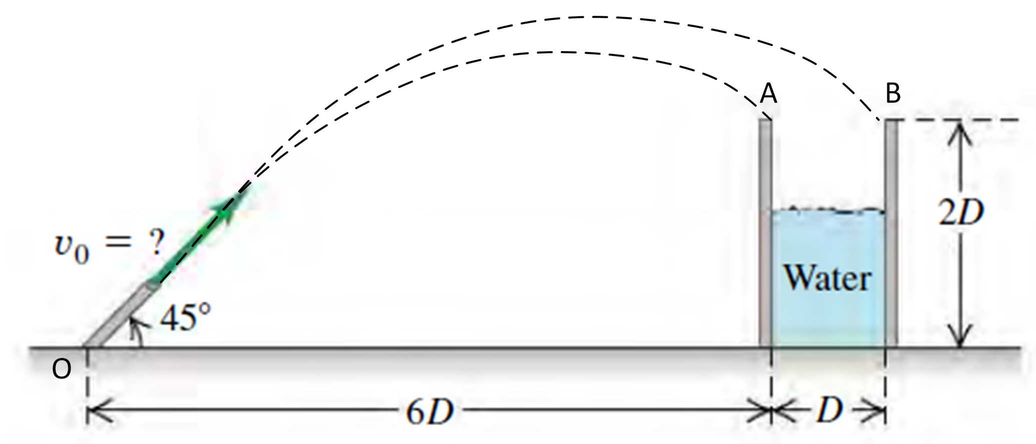
3. **Θέμα 3ο: Κλασική Μηχανική - 40 μονάδες**
Μια μάνικα νερού χρησιμοποιείται για να γεμίσει μια μεγάλη κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου D και ύψους $2D$. Η μάνικα ρίχνει νερό υπό γωνία 45° σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο και βρίσκεται σε απόσταση $6D$ από τη δεξαμενή, όπως στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: *Σχήμα Θέματος 3.*

Ποιό είναι το *εύρος* δυνατών αρχικών ταχυτήτων u_0 με τις οποίες μπορεί το νερό να πέσει μέσα στη δεξαμενή; Αγνοήστε αντιστάσεις του αέρα και εκφράστε την απάντησή σας συναρτήσει των D και g.

Λύση:
Μια σταγόνα νερού εκτελεί βολή, από τη θέση O στις θέσεις A και B όπως στο Σχήμα 3. Τοποθετούμε το σύστημα



Σχήμα 3: *Σχήμα λύσης Θέματος 3.*

αξόνων μας με σημείο αναφοράς το O, δηλ. O $(0, 0)$. Θεωρούμε ότι η σταγόνα πέφτει στη δεξαμενή όταν φτάνει στα σημεία A και B, και σε οποιοδήποτε ανάμεσά τους, δηλ. πρέπει $x_A = 6D \leq x \leq x_B = 7D$ και $y_A = y = y_B = 2D$. Θεωρούμε θετικές φορές της κίνησης τις συμβατικές (πάνω και δεξιά). Η σταγόνα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση (τη βαρυτική) κίνηση στον άξονα $y'y$ και ευθύγραμμη με σταθερή ταχύτητα στον άξονα $x'x$. Θεωρούμε ότι $t = 0$ στο σημείο O. Έστω (x, y) ένα τυχαίο σημείο που ικανοποιεί τις προαναφερθείσες ανισότητες. Στον άξονα $x'x$ ισχύει

$$x = x_O + u_x t = 0 + u_O \cos(45^\circ)t \Longleftrightarrow x = u_0 \cos(45^\circ)t \Longleftrightarrow t = \frac{x}{u_0 \cos(45^\circ)} \tag{14}$$

Στον άξονα $y'y$ θα έχουμε

$$y = y_O + u_{y_O} t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 + u_O \sin(45^\circ)t - \frac{1}{2}gt^2 \Longleftrightarrow y = u_0 \sin(45^\circ)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{15}$$

κι αντικαθιστώντας από την Εξ. (14), έχουμε

$$y = u_0 \sin(45^\circ)\frac{x}{u_0\cos(45^\circ)} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u_0\cos(45^\circ)}\right)^2 = \tan(45^\circ)x - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u_0^2\cos^2(45^\circ)} = y(x) \tag{16}$$

Η ελάχιστη δυνατή τιμή του x για να πέσει η σταγόνα στη δεξαμενή ισούται με $6D$, και η τιμή του y θα πρέπει να είναι $2D$, άρα

$$y(6D) = 2D = \tan(45^\circ)6D - \frac{1}{2}g\frac{(6D)^2}{u_0^2\cos^2(45^\circ)} \Longleftrightarrow 2D = 6D - g\frac{36D^2}{u_0^2} \Longleftrightarrow 4Du_0^2 = 36D^2 g \tag{17}$$

και άρα

$$u_0^2 = 9Dg \Longrightarrow u_0 = \sqrt{9gD} \tag{18}$$

Τέλος, η μέγιστη δυνατή τιμή του x για να πέσει η σταγόνα στη δεξαμενή ισούται με $7D$, και η τιμή του y θα πρέπει να είναι $2D$, άρα

$$y(7D) = 2D = \tan(45^\circ)7D - \frac{1}{2}g\frac{(7D)^2}{u_0^2\cos^2(45^\circ)} \Longleftrightarrow 2D = 7D - g\frac{49D^2}{u_0^2} \Longleftrightarrow 5Du_0^2 = 49D^2 g \tag{19}$$

και άρα

$$u_0^2 = \frac{49}{5}Dg \Longrightarrow u_0 = \sqrt{\frac{49}{5}gD} \tag{20}$$

Άρα εν τέλει $u_0 \in \left[\sqrt{9gD}, \sqrt{\frac{49}{5}gD}\right]$.