

HY-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2022-23
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Επαναληπτική Τελική Εξέταση

Όνοματεπώνυμο: _____

A.M: _____ Τμήμα: _____

Με άριστα το 10, με πόσο θα βαθμολογούσατε την προετοιμασία σας για αυτήν την εξέταση; _____

- **ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ**
- **Υπολογίστε όλες τις απαντήσεις σας με ακρίβεια 3ου δεκαδικού ψηφίου.**
- **Αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή τσέπης.**
- **Όπου χρειάζεται, θεωρήστε $g = 9.8 \text{ m/s}^2$**
- **Συνολικές μονάδες αυτής της εξέτασης: 115. Άριστα: 100.**

1. Θέμα 1ο: Κλασική Μηχανική Ι - 20 μονάδες

Μόλις προσγειωθήκατε στον Πλανήτη X κι αισθάνεστε πολύ ανάλαφρος/η. Έχετε ένα μπρελόκ μάζας 0.1 kg στα χέρια σας. Ανεβαίνετε σε ένα μικρό λοφάκι ύψους 10 m και το αφήνετε από ηρεμία. Μετράτε το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει στο έδαφος και βρίσκετε ότι είναι 3.40 s. Αν αγνοήσετε αντιστάσεις λόγω της ατμόσφαιρας του πλανήτη, τότε

- (α) πόσο είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας στον Πλανήτη X;
(β) πόσο ζυγίζει (βάρος, όχι μάζα!) το μπρελόκ στον Πλανήτη X;

Συγκρίνετε με τον πλανήτη Γη και σχολιάστε.

Λύση:

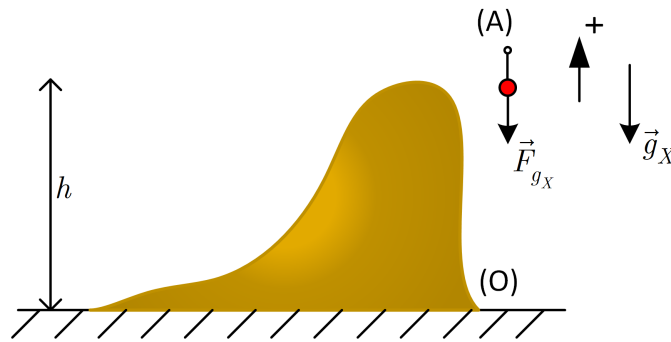
Το μπρελόκ εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση. Θεωρούμε θετική φορά της κίνησης προς τα πάνω. Σημείο αναφοράς θα είναι η θέση του εδάφους, O, και θέση ρίψης η θέση A, 10 μέτρα από το σημείο αναφοράς. Στο μπρελόκ ασκείται μόνο μια δύναμη κατά την κίνησή του, η δύναμη του βάρους, \vec{F}_g . Δείτε το Σχήμα 1.

- (α) Το μπρελόκ επιταχύνεται καθώς πέφτει λόγω της δύναμης του βάρους, άρα θεωρείται ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση. Άρα

$$y_O = y_A + u_{yA}t - \frac{1}{2}g_X t^2 \iff 0 = 10 + 0t - \frac{1}{2}g_X(3.4)^2 \iff g_X = 1.730 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

- (β) Το βάρος του μπρελόκ θα είναι

$$F_g = mg_X = 0.1 \cdot 1.730 = 0.173 \text{ N} \quad (2)$$



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

Στον πλανήτη Γη θα ήταν

$$F_g = mg = 0.1 \cdot 9.81 = 0.981 \text{ N} \quad (3)$$

δηλ. περίπου 5.5 φορές μεγαλύτερη η δύναμη του βάρους στη Γη.

2. Θέμα 2ο: Κυματική - 20 μονάδες

Ένα εγκάρσιο κύμα σε ένα σχοινί περιγράφεται από τη σχέση

$$y(x, t) = 0.0075 \cos(\pi(40x + 250t)) \quad (4)$$

με όλα τα μεγέθη στην παραπάνω σχέση να έχουν μετρηθεί στο Διεθνές Σύστημα (θέσεις και πλάτος σε m, κυματάριθμος σε rad/m, συχνότητα σε rad/s, χρόνος σε s).

- (α) Βρείτε το πλάτος, την περίοδο, τη συχνότητα, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
 (β) Το κύμα ταξιδεύει προς τη θετική πλευρά του άξονα x' ή προς την αρνητική; Εξηγήστε.
 (γ) Η μάζα ανά μονάδα μήκους του σχοινού είναι $\mu = 0.05 \text{ kg/m}$. Βρείτε την τάση του, T .
 (δ) Βρείτε την μέση ισχύ, P , του κύματος.

Λύση:

(α) Από την εξίσωση του κύματος έχουμε

$$A = 0.0075 \text{ m} \quad (5)$$

$$T = \frac{1}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{1}{\frac{250\pi}{2\pi}} = 0.008 \text{ s} \quad (6)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.008} = 125 \text{ Hz} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{40\pi} = 0.05 \text{ m} \quad (8)$$

$$u = \lambda f = 0.05 \cdot 125 = 6.25 \text{ m/s} \quad (9)$$

(β) Προς την αρνητική (αριστερά), γιατί είναι της μορφής $A \sin(kx + \omega t)$.

(γ) Γνωρίζουμε ότι

$$u = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \implies u^2 = \frac{T}{\mu} \implies T = u^2 \mu = (6.25)^2 \cdot 0.05 = 1.95 \text{ N} \quad (10)$$

(δ) Η μέση ισχύς, P , του κύματος είναι

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 u = 5.42 \text{ W} \quad (11)$$

3. Θέμα 3ο: Ηχητικά Κύματα - 25 μονάδες

Η σειρήνα ενός περιπολικού εκπέμπει ηχητικό κύμα συχνότητας 1200 Hz όταν βρίσκεται σε ακινησία. Το περιπολικό είναι κρυμμένο στην εθνική οδό με τη σειρήνα σε λειτουργία και το ηχητικό κύμα ανακλάται σε κινούμενο επί της οδού αυτοκίνητο και επιστρέφει στο περιπολικό με συχνότητα 1250 Hz. Το περιπολικό βρίσκεται στην άκρη του δρόμου και έτσι το αυτοκίνητο έρχεται από μακριά και στη συνέχεια προσπερνά το περιπολικό.

(α) Πόσο γρήγορα κινούνταν το αυτοκίνητο; Θεωρήστε ότι το αυτοκίνητο λειτουργεί ως δεύτερη “πηγή”, όταν το κύμα ανακλάται και επιστρέφει στο περιπολικό.

(β) Ποιά συχνότητα θα λάμβανε το περιπολικό αν κινούνταν κι αυτό με ταχύτητα 20 m/s προς ερχόμενο το αυτοκίνητο;

Λύση:

(α) Θεωρούμε ότι το αυτοκίνητο λειτουργεί ως δεύτερη “πηγή”, όταν το κύμα ανακλάται και επιστρέφει στο περιπολικό. Άρα, αν υποθέσουμε ότι πλησιάζει το περιπολικό, λαμβάνει μια διαφορετική συχνότητα από τη συχνότητα εκπομπής, και αυτή θα είναι

$$f_{car} = \frac{u_{sound} + u_o}{u_{sound}} f_{police} \quad (12)$$

Λειτουργώντας ως πηγή, εκπέμπει την παραπάνω συχνότητα πίσω στο περιπολικό. Το περιπολικό λοιπόν, ως ακίνητος παρατηρητής θα λαμβάνει συχνότητα κινούμενης προς αυτόν πηγής

$$f' = \frac{u_{sound}}{u_{sound} - u_o} f_{car} \quad (13)$$

$$= \frac{u_{sound}}{u_{sound} - u_o} \frac{u_{sound} + u_o}{u_{sound}} f_{police} \quad (14)$$

$$= \frac{u_{sound} + u_o}{u_{sound} - u_o} f_{police} \quad (15)$$

$$1250 = \frac{344 + u_o}{344 - u_o} 1200 \quad (16)$$

και άρα

$$u_o = 7.02 \text{ m/s} \quad (17)$$

(β) Η παραπάνω σχέση τροποποιείται για κινούμερο παρατηρητή προς κινούμενη προς αυτόν πηγή. Άρα η συχνότητα που φτάνει στο αυτοκίνητο θα είναι

$$f_{car} = \frac{u_{sound} + u_o}{u_{sound} - u_{police}} f_{police} = \frac{344 - 7.02}{344 - 20} 1200 = 1300 \text{ Hz} \quad (18)$$

και αυτή εκπέμπεται πίσω στο περιπολικό. Άρα το περιπολικό, ως κινούμενος παρατηρητής προς κινούμενη προς αυτόν πηγή, θα λαμβάνει συχνότητα

$$f' = \frac{u_{sound} + u_{police}}{u_{sound} - u_o} f_{police} = \frac{344 + 20}{344 - 7.02} 1300 = 1404 \text{ Hz} \quad (19)$$

4. Θέμα 4ο: Ηλεκτρικά Πεδία και Δυναμικά - 25 μονάδες

Τρία σημειακά φορτία βρίσκονται σε μια ευθεία γραμμή. Το φορτίο $q_3 = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$ βρίσκεται στη θέση $x = 0$. Τα φορτία $q_2 = -3 \times 10^{-9} \text{ C}$ και q_1 βρίσκονται στις θέσεις $x = 0.04 \text{ m}$ και $x = 0.02 \text{ m}$. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων στο q_3 είναι μηδέν, πόσο είναι το φορτίο q_1 ;

Λύση:

Αφού η συνισταμένη των δυνάμεων στο q_3 είναι μηδέν, τότε το φορτίο ισορροπεί. Επιλέγουμε θετική φορά τη συμβατική του άξονα $x'x$. Από τον 1ο νόμο του Newton

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \iff \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} = \vec{0} \implies F_{23} = F_{13} \quad (20)$$

και από το νόμο του Coulomb

$$k_e \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \iff \frac{|q_2|}{(0.04)^2} = \frac{|q_1|}{(0.02)^2} \iff |q_1| = 0.75 \times 10^{-9} \text{ C} \quad (21)$$

Οπότε

$$q_1 = \begin{cases} +0.75 \text{ nC} \\ -0.75 \text{ nC} \end{cases} \quad (22)$$

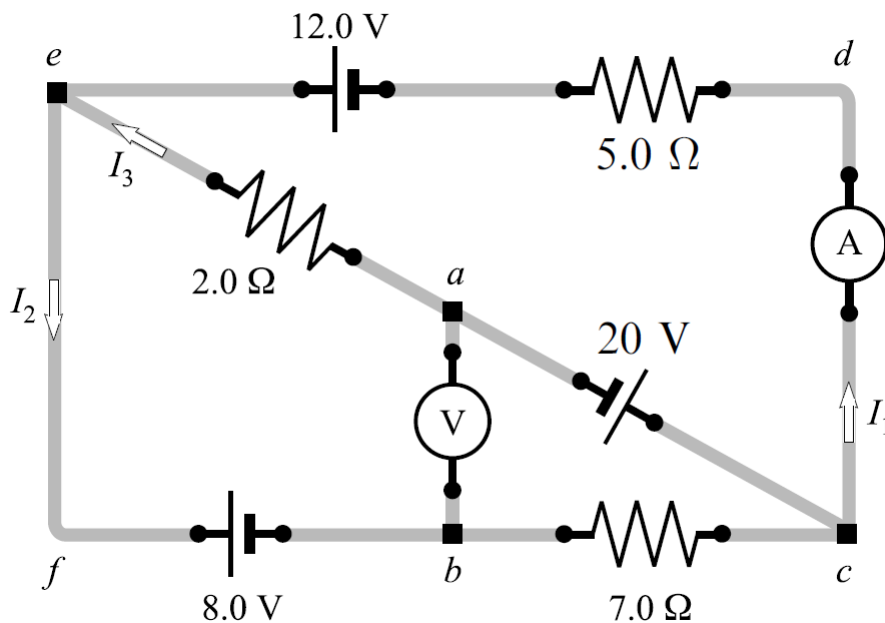
Όμως για να είναι αντίρροπες οι δυνάμεις που ασκούνται στο q_3 , πρέπει υποχρεωτικά το φορτίο q_1 να είναι θετικό.

5. Θέμα 5ο: Ηλεκτρικά Κυκλώματα - 25 μονάδες

Ένα αμπερόμετρο (ammeter) μετρά την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που το διαπερνά, ενώ ένα βολτόμετρο (voltmeter) μετρά την τάση (διαφορά δυναμικού) που υπάρχει στα άκρα του. Για το ηλεκτρικό κύκλωμα του Σχήματος 2, δείξτε ότι οι ενδείξεις του αμπερόμετρου και του βολτόμετρου είναι

$$I_{\text{αμπερόμετρου}} = 3.93 \text{ A} \quad V_{\text{βολτόμετρου}} = 4.3 \text{ V} \quad (23)$$

Υποθέστε ότι οι συσκευές αυτές είναι ιδανικές (το βολτόμετρο έχει πάρα πολύ μεγάλη αντίσταση, άρα είναι σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα, ενώ το αμπερόμετρο μηδενική αντίσταση, άρα αφήνει το ρεύμα του κλάδου του να το διαπεράσει).



Σχήμα 2: Θέμα 5ο: ηλεκτρικό κύκλωμα.

Λύση:

Εφαρμόζουμε το 2ο κανόνα του Kirchhoff στο βρόχο $cdefc$:

$$-5I_1 + 12 - 8 - 7I_2 = 0 \iff 5I_1 + 7I_2 = 4 \quad (24)$$

Όμοια για το βρόχο $cdeac$:

$$-5I_1 + 12 + 2I_3 + 20 = 0 \iff 5I_1 - 2I_3 = 32 \quad (25)$$

Στον κόμβο e ισχύει ο 1ος κανόνας του Kirchhoff, δηλ.

$$I_1 + I_3 = I_2 \quad (26)$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω σχέση στη σχέση (24) έχουμε

$$5I_1 + 7I_1 + 7I_3 = 4 \implies I_3 = \frac{4 - 12I_1}{7} \quad (27)$$

και αντικαθιστώντας στη σχέση (25), παίρνουμε

$$5I_1 - 2\frac{4 - 12I_1}{7} = 32 \implies I_1 = 3.93 \text{ A} \quad (28)$$

που είναι και η ένδειξη του αμπερόμετρου. Κατά συνέπεια, $I_2 = -2.2 \text{ A}$. Για να βρούμε την ένδειξη του βολτόμετρου, δηλ. το V_{ab} , γράφουμε το 2ο κανόνα του Kirchhoff στο μονοπάτι acb :

$$V_a + 20 + 7I_2 = V_b \iff V_b - V_a = 20 + 7I_2 \iff V_{ab} = 7I_2 + 20 = 0 \implies V_{ab} = 4.3 \text{ V} \quad (29)$$