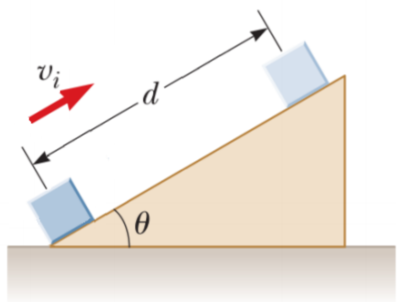
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2018-19
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Επαναληπτική Τελική Εξέταση

Αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή τσέπης.

1. **Θέμα 1ο: Κλασική Μηχανική - 35 μονάδες**
Ένα κουτί μάζας $m = 5$ kg ξεκινάει από τη βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 30^o$ με αρχική ταχύτητα $u_i = 8$ m/s, και σταματά αφού διανύσει απόσταση $d = 3$ m, όπως στο Σχήμα 1. Υπολογίστε:



Σχήμα 1: *Θέμα 1ο: Σώμα σε κεκλιμένο.*

(α΄) **(5 μ.)** τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του κουτιού.

(β΄) **(8 μ.)** τη μεταβολή στη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης - κουτιού.

(γ΄) **(12 μ.)** το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης τριβής που ασκείται στο κουτί (με την υπόθεση ότι είναι σταθερή).

(δ΄) **(10 μ.)** το συντελεστή τριβής ολισθήσεως μ_k κουτιού - κεκλιμένου επιπέδου.

Λύση:

(α΄) Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια δίνεται ως

$$\Delta K = K_{final} - K_{initial} = 0 - \frac{1}{2}5 \times 8^2 = -160 \text{ J} \tag{1}$$

(β΄) Θεωρώντας το σύστημα Γη-κουτί, η μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι

$$\Delta U = U_{final} - U_{initial} = mgh - 0 = mgd\sin(\theta) = 5 \times 9.8 \times 3 \times \sin 30^o = 73.5 \text{ J} \tag{2}$$

όπου h είναι το ύψος του κουτιού από την επιφάνεια της Γης στην τελική του θέση.

(γ΄) Το μη απομονωμένο σύστημα Γης - κουτιού θα περιγράφεται ενεργειακά στη διαδρομή του από τη βάση ως τη θέση τελικής στάσης από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας:

$$\Delta K + \Delta U = W_{f_k} \tag{3}$$
$$\Delta K + \Delta U = f_k d\cos(\pi) \tag{4}$$
$$\Delta K + \Delta U = -f_k d \tag{5}$$

Εναλλακτικά, στο απομονωμένο σύστημα Γης - κουτιού - επιφάνειας κεκλιμένου, θα έχουμε την ισοδύναμη ενεργειακή περιγραφή κατά την ίδια διαδρομή ως εξής:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0 \tag{6}$$

$$\Delta K + \Delta U + f_k d = 0 \tag{7}$$

Ό,τι κι αν επιλέξατε, δεν υπάρχουν άλλες δυνάμεις πλην της τριβής που να παράγουν έργο στο κουτί, οπότε η δύναμη τριβής είναι η μόνη άγνωστη, αποτελεί εξωτερική δύναμη στο σύστημα, και βρίσκουμε το μέτρο της ως

$$f_k = -\frac{\Delta K + \Delta U}{d} = 28.8 \text{ N} \tag{8}$$

ενώ η διεύθυνση της είναι παράλληλη του κεκλιμένου και η φορά της αντίθετα της κίνησης του κουτιού.

(δ΄) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κουτί και είναι κάθετες στο επικλινές πρέπει να αθροίζουν στο μηδέν λόγω ισορροπίας του κουτιού στον άξονα $y'y$. Θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω, έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longrightarrow \Sigma F_y = 0 \Longrightarrow n - mg\cos(30^o) = 0 \tag{9}$$

θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω, και αφού $n = mg\cos(30^o) = 42.4$ N, θα είναι

$$f_k = \mu_k n \Longrightarrow \mu_k = 0.68 \tag{10}$$

2. **Θέμα 2ο: Ηχητικά Κύματα - 25 μονάδες**

(α΄) **(10 μ.)** Έχετε κλείσει εισιτήριο για τη συναυλία του Μαραβέγια στο Ηράκλειο. Λόγω κίνησης φτάνετε καθυστερημένος/η στο χώρο αλλά η φίλη σας έχει κρατήσει χώρο για σας. Τρέχετε γρήγορα στη θέση σας, πλησιάζοντας ευθύγραμμα το συναυλιακό χώρο, και παρατηρείτε ότι ένας ήχος από την κιθάρα του συχνότητας 262 Hz σας ακούγεται 1 Hz υψηλότερα. Πόσο γρήγορα τρέχετε;

(β΄) **(15 μ.)** Ένας ομιλητής που μιλά κανονικά παράγει ομιλία ηχοστάθμης 40 dB σε απόσταση 0.9 m. Αν η ελάχιστη ηχοστάθμη για την καθαρή ακρόαση του ομιλητή είναι 20 dB, δείξτε ότι η απόσταση που μπορεί κανείς να ακούσει καθαρά τον ομιλητή είναι 9 m.

Λύση:

(α΄) Προφανώς η πηγή είναι ακίνητη, άρα $u_s = 0$, ενώ εμείς είμαστε ο κινούμενος παρατηρητής με ταχύτητα u_o. Από το φαινόμενο Doppler και θεωρώντας ότι η ταχύτητα του ήχου είναι $u = 343$ m/s, θα έχουμε

$$f_o = f_s\frac{u + u_o}{u} \Longrightarrow u_o = u\Big(\frac{f_o}{f_s} - 1\Big) \Longrightarrow u_o = 343\Big(\frac{263}{262} - 1\Big) \approx 1.31 \text{ m/s} \tag{11}$$

(β΄) Επειδή τα ηχητικά κύματα διαδίδονται σε σφαιρικά κυματικά μέτωπα, η ένταση ενός κύματος σε απόσταση r από την πηγή εκπομπής δίνεται ως

$$I = \frac{P_{avg}}{4\pi r^2} \tag{12}$$

Έστω δυο κύματα εντάσεων I_1, I_2 σε αποστάσεις r_1, r_2 που αντιστοιχούν σε ηχοστάθμη 40 και 20 dB αντίστοιχα. Θα έχουμε

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{13}$$

Από την ηχοστάθμη του πρώτου κύματος, είναι

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} \Longrightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^{\frac{\beta_1}{10}} \tag{14}$$

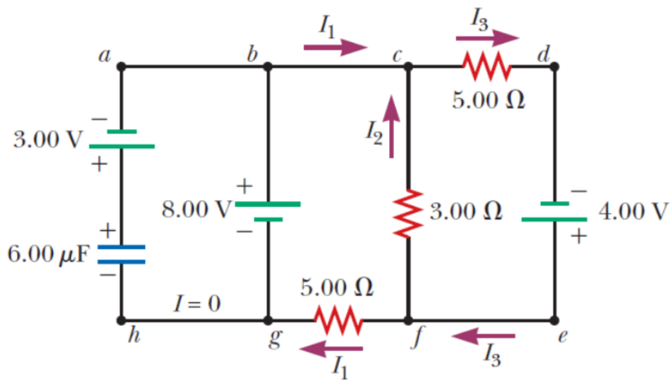
ενώ για το δεύτερο κύμα

$$\beta_2 = 10 \log \frac{2_1}{I_0} \Longrightarrow \frac{I_2}{I_0} = 10^{\frac{\beta_2}{10}} \tag{15}$$

Ο λόγος I_1/I_2 δίνει

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{\beta_1-\beta_2}{10}} = \frac{r_2^2}{0.9^2} \Longrightarrow r_2^2 = 10^2 0.9^2 = 81 \Longrightarrow r_2 = 9 \text{ m} \tag{16}$$

3. **Θέμα 3ο: Ηλεκτρικά Κυκλώματα - 20 μονάδες**
Το κύκλωμα του Σχήματος 2 έχει συνδεθεί για πολλή ώρα, τόση ώστε ο πυκνωτής να έχει φορτιστεί. Βρείτε:



Σχήμα 2: *Θέμα 3ο: Ηλεκτρικό κύκλωμα.*

(αʹ) **(5 μ.)** το ρεύμα στην μπαταρία των 4 V.

(βʹ) **(5 μ.)** το ρεύμα στον αντιστάτη των 3 Ω.

(γʹ) **(5 μ.)** το ρεύμα στην μπαταρία των 8 V.

(δʹ) **(5 μ.)** ότι το φορτίο στον πυκνωτή ισούται με $Q = 66$ μC.

Λύση:
Ο δεύτερος κανόνας Kirchhoff στό το βρόχο cdefc δίνει

$$-3I_2 - 5I_3 + 4 = 0 \tag{17}$$

ενώ στο βρόχο fgbcf δίνει

$$8 + 3I_2 - 5I_1 = 0 \tag{18}$$

Ο κόμβος c δίνει μέσω του πρώτου κανόνα Kirchhoff τη σχέση

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \tag{19}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα 3x3 δίνει:

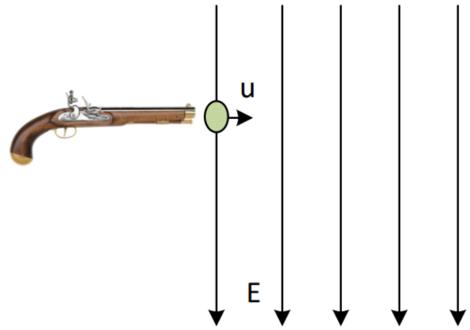
(αʹ) $I_3 = 1.02$ A

(βʹ) $I_2 = -0.363$ A

(γʹ) $I_1 = 1.38$ A

(δʹ) Στο βρόχο abgha παίρνουμε από το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff τη σχέση

$$3 - \frac{Q}{C} + 8 = 0 \Longleftrightarrow 3 - \frac{Q}{6 \times 10^{-6}} + 8 = 0 \Longleftrightarrow Q = 66 \text{ μC} \tag{20}$$



Σχήμα 3: *Θέμα 4ο: Φορτίο σε ηλεκτρικό πεδίο.*

4. **Θέμα 4ο: Κινητική - Ηλεκτρισμός - 30 μονάδες**

Ένα σωματίδιο μάζας m και φορτίου $-e$ βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα u μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο μέτρου E με διεύθυνση προς τα κάτω, όπως στο Σχήμα 3. Αγνοήστε όποιες βαρυτικές δυνάμεις. Βρείτε:

(α΄) **(10 μ.)** την οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της επιτάχυνσής του, a_x και a_y.

(β΄) **(10 μ.)** ότι η οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπισή του, x και y, μετά από χρόνο t είναι

$$x(t) = ut, \quad y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}\Big(\frac{Ee}{m}\Big)t^2 \tag{21}$$

(γ΄) **(10 μ.)** ότι η εξίσωση της τροχιάς του y, συναρτήσει του x είναι

$$y(x) = \frac{1}{2}\Big(\frac{Ee}{mu^2}\Big)x^2 \tag{22}$$

Τι είδους καμπύλη είναι η παραπάνω;

Λύση:

Αν αφήναμε το φορτίο ακίνητο στο ηλεκτρικό πεδίο, τότε αυτό θα κινούνταν προς τα πάνω, αντίθετα της φοράς των δυναμικών γραμμών του πεδίου. Λόγω της αρχικής ταχύτητας, η κίνηση του θα είναι παραβολική. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω και προς τα δεξιά και ως σημείο αναφοράς το σημείο που το φορτίο μπαίνει στο πεδίο (σημείο $(0,0$».

(α΄) Η αρχική ταχύτητα είναι οριζόντια, ενώ δεν υπάρχει επιτάχυνση λόγω του πεδίου στην οριζόντια συνιστώσα (απουσία δύναμης). Έτσι $a_x = 0$. Αντίθετα, στην κατακόρυφη συνιστώσα ασκείται στο φορτίο η ηλεκτρική δύναμη F_e λόγω του πεδίου. Από το δεύτερο νόμο του Newton

$$\Sigma F_y = ma_y \Longrightarrow a_y = \frac{F_e}{m} = \frac{Ee}{m} \tag{23}$$

(β΄) Δεδομένου ότι στον οριζόντιο άξονα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα ίση με την αρχική ταχύτητα, έχουμε

$$x(t) = ut \tag{24}$$

ενώ στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση είναι ευθύγραμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε

$$y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}\frac{Ee}{m}t^2 \tag{25}$$

(γ΄) Έχουμε ότι

$$x(t) = ut \Longrightarrow t = \frac{x(t)}{u} \tag{26}$$

και αντικαθιστώντας

$$y(x) = \frac{1}{2}\frac{Ee}{m}t^2\Big|_{t=x/u} = \frac{1}{2}\frac{Ee}{m}\Big(\frac{x}{u}\Big)^2 = \frac{1}{2}\Big(\frac{Ee}{mu^2}\Big)x^2 \tag{27}$$

Η τροχιά είναι της μορφής $y = ax^2$, δηλ. παραβολική.

Συνολικές μονάδες: 110

Άριστα: 100

Καλή Επιτυχία!