



Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Χωρητικότητα



Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Χωρητικότητα



# Χωρητικότητα

- **Εισαγωγή**

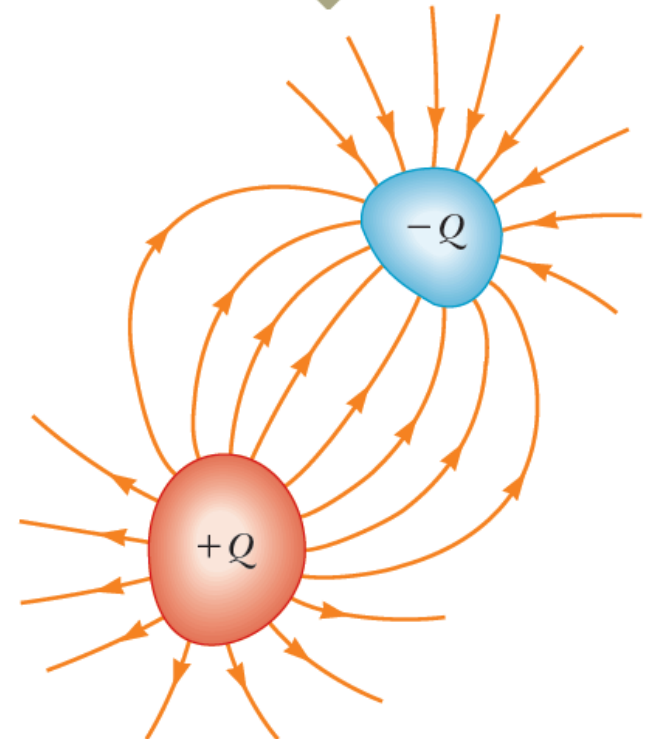
- Σε αυτή τη διάλεξη θα μιλήσουμε για το πρώτο από τα τρία βασικά συστατικά των ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος
- Τον **πυκνωτή!**
- Οι πυκνωτές είναι **διατάξεις που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια**
  - Που? Στο ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται στο εσωτερικό τους!
- Πυκνωτές χρησιμοποιούνται
  - για την επιλογή συχνότητας στο ραδιόφωνό σας
  - ως φίλτρα σε μεγάφωνα για την επεξεργασία διαφορετικών συχνοτήτων
  - για αποθήκευση ενέργειας όταν θέλετε να βγάλετε φωτογραφία με φλας
  - κ.α.



# Χωρητικότητα

- Χωρητικότητα
- Έστω δυο αγωγοί όπως στο σχήμα
- Αυτή η διάταξη ονομάζεται **πυκνωτής**
  - Οι αγωγοί λέγονται *αγώγιμες πλάκες (ή οπλισμοί)*
  - Παρατηρήστε το ηλεκτρικό πεδίο
  - Αν οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου  $|Q|$  και αντίθετου προσήμου, τότε αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού ανάμεσά τους
    - Το συνολικό φορτίο είναι βέβαια μηδέν αλλά παρ' όλα αυτά λέμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο  $|Q|$
- Τι καθορίζει πόσο φορτίο μπορούν να φέρουν;

Όταν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος, οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου και αντίθετου προσήμου.





# Χωρητικότητα

## • Χωρητικότητα

- Πειραματικά, έχειδειχθεί ότι η ποσότητα φορτίου  $Q$  σε έναν πυκνωτή είναι γραμμικά **ανάλογη με τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς**
- Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται από το **σχήμα** και την **απόσταση** των αγωγών
  - Η σταθερά αυτή ονομάζεται **χωρητικότητα**
- Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί ως  $Q = C\Delta V$ , αν ορίσουμε τη χωρητικότητα ως:
- Η **χωρητικότητα  $C$**  ενός πυκνωτή ορίζεται ως ο **λόγος** του **μέτρου** του **φορτίου** σε οποιονδήποτε οπλισμό προς το **μέτρο** της **διαφοράς δυναμικού** ανάμεσά τους:

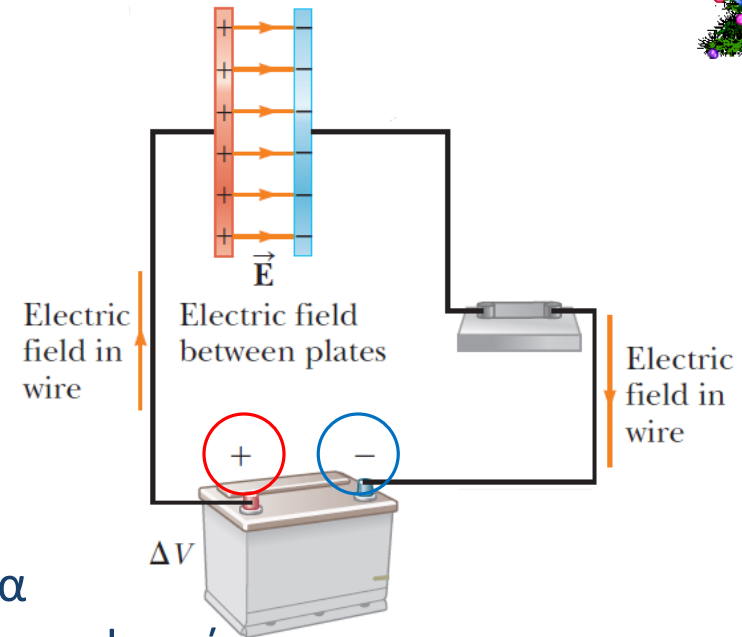
$$C \equiv \frac{|Q|}{|\Delta V|}$$

Πολύ μεγάλη μονάδα, συνήθως στην πράξη έχουμε  $\mu\text{F}$ ,  $\text{nF}$ , ή  $\text{pF}$

Μονάδα μέτρησης:  $1 \text{ C/V} = 1 \text{ Farad (F)}$

# Χωρητικότητα

- Χωρητικότητα
- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή
- Ένας τρόπος να τον φορτίσουμε είναι να τον συνδέσουμε σε ένα κύκλωμα με μπαταρία
- Ηλεκτρικό κύκλωμα ονομάζεται ένα μονοπάτι στο οποίο μπορούν να ρέουν φορτία
- Μπαταρία ονομάζεται μια συσκευή που μπορεί να διατηρεί μια διαφορά δυναμικού  $\Delta V$  ανάμεσα στους δυο πόλους της
- Πόλοι είναι περιοχές της μπαταρίας που φορτία μπορούν να βγαίνουν (από τον έναν) και να μπαίνουν (από τον άλλο)
- Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από καλώδια, έναν πυκνωτή, μια μπαταρία και έναν διακόπτη που ανοιγοκλείνει
  - Θετικός πόλος (υψηλότερου δυναμικού)
  - Αρνητικός πόλος (χαμηλότερου δυναμικού)



# Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα** – μια σημείωση για την μπαταρία...
- Μέσα στη μπαταρία γίνονται **χημικές αντιδράσεις** που:
  - «τραβάνε» θετικά ιόντα προς τον ένα πόλο,
  - «σπρώχνουν» ηλεκτρόνια προς τον άλλον
- Έτσι:
  - στον **αρνητικό** πόλο έχουμε **περίσσεια ηλεκτρονίων** → αρνητικό φορτίο,
  - στον **θετικό** έχουμε **έλλειψη ηλεκτρονίων** → θετικό φορτίο.
- Αυτή η χωρική διάταξη φορτίων δημιουργεί ένα **ηλεκτρικό πεδίο** στον χώρο γύρω από τους πόλους, άρα και μια **διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους πόλους της**
- Οι χημικές διεργασίες δουλεύουν «**κόντρα**» στο ηλεκτρικό πεδίο μέσα στην μπαταρία!
- Σπρώχνουν φορτία από χαμηλό δυναμικό σε υψηλό, κρατώντας σταθερή τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων

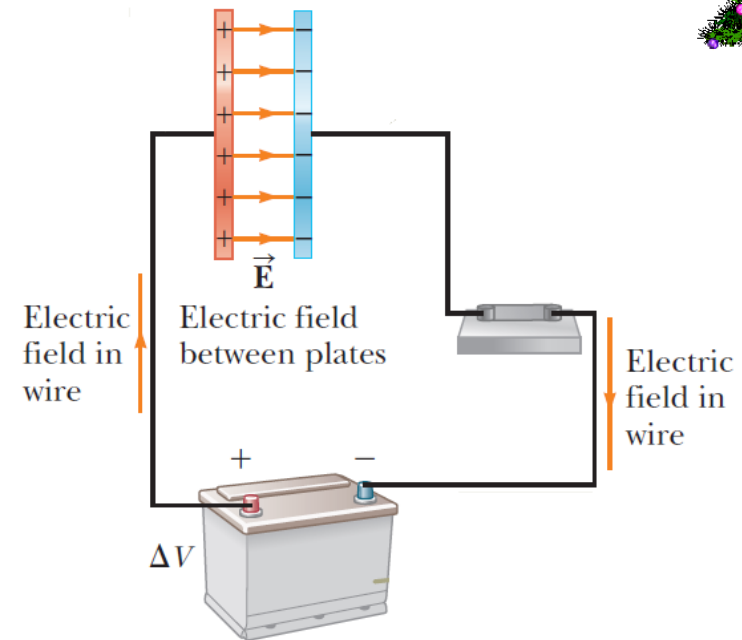


# Χωρητικότητα



## • Χωρητικότητα

- Αν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος, η μπαταρία δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στα καλώδια
- Ας δούμε την «δεξιά» (μπλέ) πλάκα
  - Η μπαταρία εγκαθιστά διαφορά δυναμικού μεταξύ πόλου και πλάκας
  - Εγείρεται ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο  $\rightarrow$  ηλεκτρ. δύναμη στα ηλεκτρόνια του  $\rightarrow$  κινούνται προς την πλάκα
    - Θυμηθείτε ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται πάντα προς περιοχές υψηλού δυναμικού (αντίθετα της φοράς του ηλεκτρικού πεδίου)!
  - Η κίνηση συνεχίζεται ως ότου η πλάκα, το καλώδιο, και ο αρνητικός πόλος της μπαταρίας έχουν όλα το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό
  - Όταν αυτό γίνει, η διαφορά δυναμικού παύει να υπάρχει  $\rightarrow$  δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο και τα ηλεκτρόνια δεν κινούνται
  - Η (μπλέ) πλάκα φέρει πλέον αρνητικό φορτίο  $-Q$



# Χωρητικότητα



- Χωρητικότητα

- Όμοια ισχύουν και για τη «αριστερή» (κόκκινη) πλάκα

- Εγκαθίσταται διαφορά δυναμικού μεταξύ πλάκας και πόλου μπαταρίας

- ...μόνο που εκεί τα ηλεκτρόνια κινούνται από την πλάκα στο καλώδιο

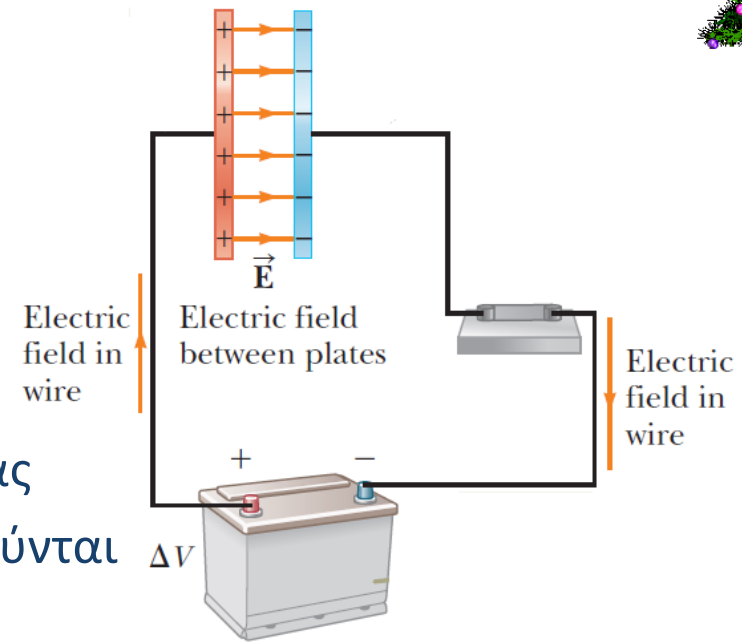
- ... αφού κινούνται προς περιοχές υψηλού δυναμικού, αντίθετα δηλ. της φοράς του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου

- ...αφήνοντάς τη φορτισμένη θετικά

- Στο τέλος, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων της μπαταρίας είναι ίδια με αυτήν ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή.

- Τότε η αριστερή πλάκα έχει το ίδιο δυναμικό με το θετικό πόλο, όπως και η δεξιά πλάκα με τον αρνητικό πόλο

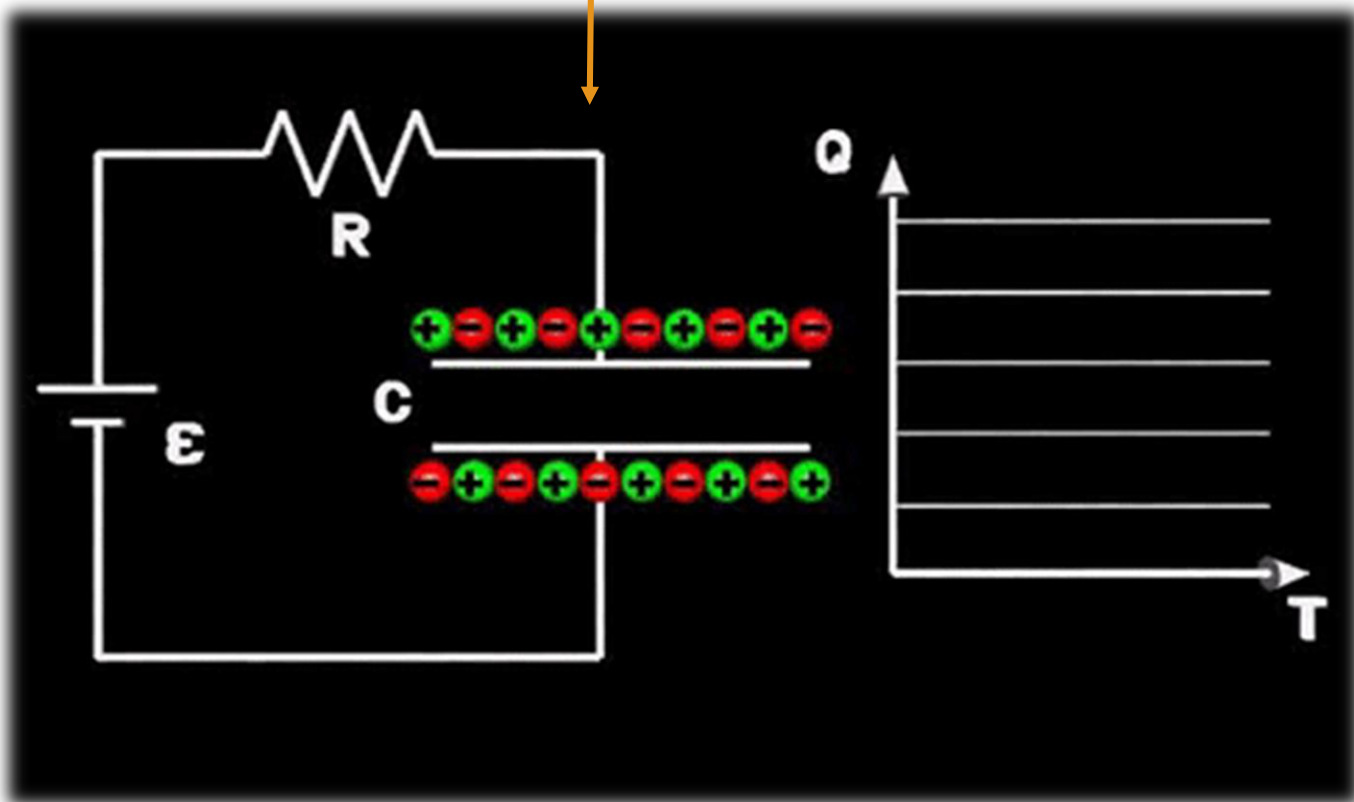
- Έτσι, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού πλέον → πυκνωτής φορτισμένος!



# Χωρητικότητα

## • Χωρητικότητα

Δεν χρειάζεται να φανταζόμαστε ότι συγκεκριμένα ηλεκτρόνια φεύγουν από τη μία πλάκα και πάνε στην άλλη. Το κύκλωμα είναι γεμάτο ελεύθερα ηλεκτρόνια, και η μπαταρία τα βάζει να κυκλοφορούν.

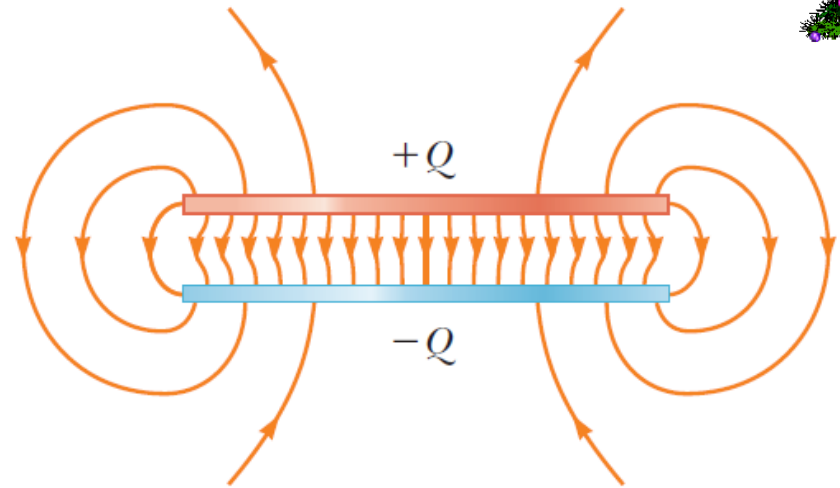


# Χωρητικότητα



- **Χωρητικότητα**

- Στην πραγματικότητα, το ηλεκτρικό πεδίο ενός πυκνωτή είναι όπως στο σχήμα δεξιά



- Είναι όμως βολικό να θεωρούμε ότι αν οι πλάκες βρίσκονται σε απόσταση  $d$  πολύ μικρή
  - ...δηλ. οι πλάκες είναι πολύ κοντά μεταξύ τους...
- ...τότε το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσά τους είναι σχεδόν ομογενές
- Αγνοούμε τα (ενδιαφέροντα) φαινόμενα που συμβαίνουν στα άκρα των πλακών

# Χωρητικότητα

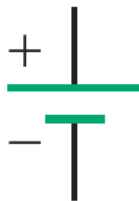
## • Συνδυασμοί Πυκνωτών

### • Συμβολισμοί

Σύμβολο  
πυκνωτή



Σύμβολο  
μπαταρίας



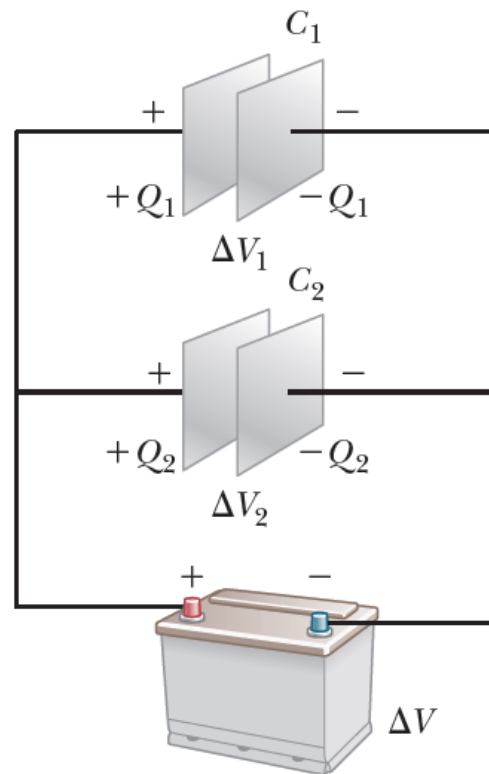
Σύμβολο  
διακόπτη



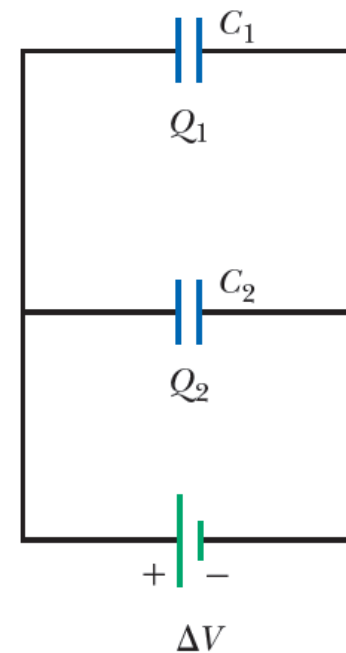
Ανοιχτό



Κλειστό



a

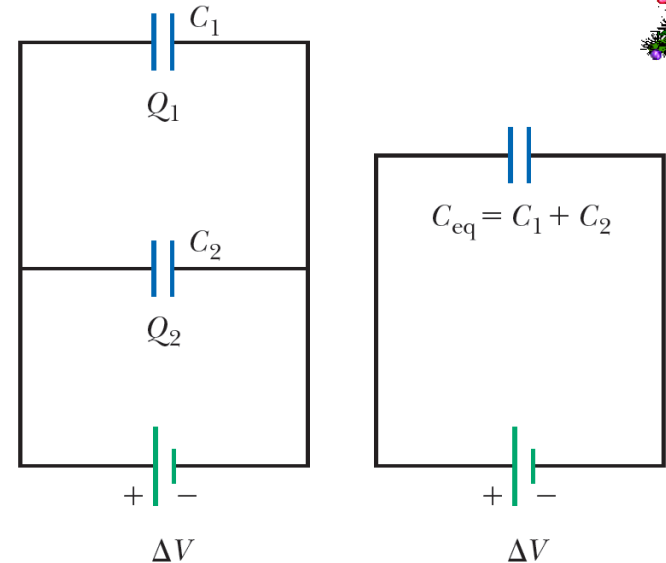


b



# Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Στο σχήμα βλέπετε τη λεγόμενη **παράλληλη σύνδεση** δυο πυκνωτών με την μπαταρία
- Η λέξη «παράλληλα» **δεν έχει να κάνει με τη σχεδίαση**
- Έχει να κάνει με το ότι οι πυκνωτές είναι **απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον ένα τους οπλισμό και απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον άλλο**
- Η ίδια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στα άκρα των δυο ομάδων των συνδεδεμένων οπλισμών
- Άρα όλοι οι πυκνωτές έχουν την **ίδια διαφορά δυναμικού** στα άκρα τους!

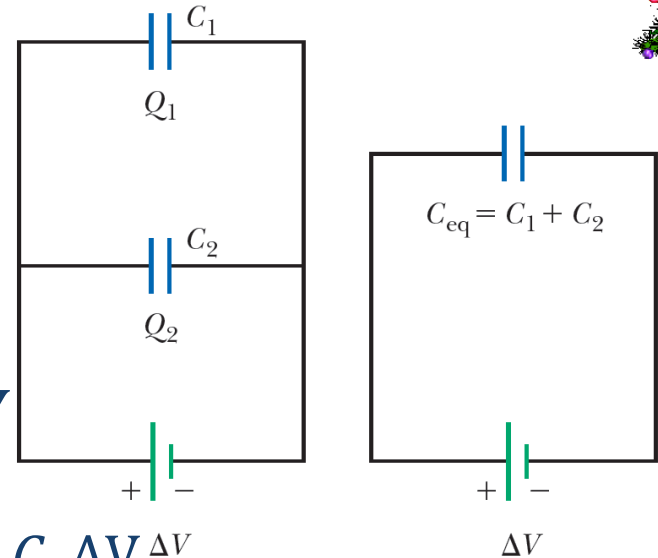


# Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων παράλληλα είναι η ίδια και ίση με  $\Delta V$



- Οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο

$$Q_1 = C_1 \Delta V, \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

- Το συνολικό φορτίο είναι

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2) \Delta V$$

- Άρα οι δυο πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν από έναν, με χωρητικότητα  $C_{eq} = C_1 + C_2$

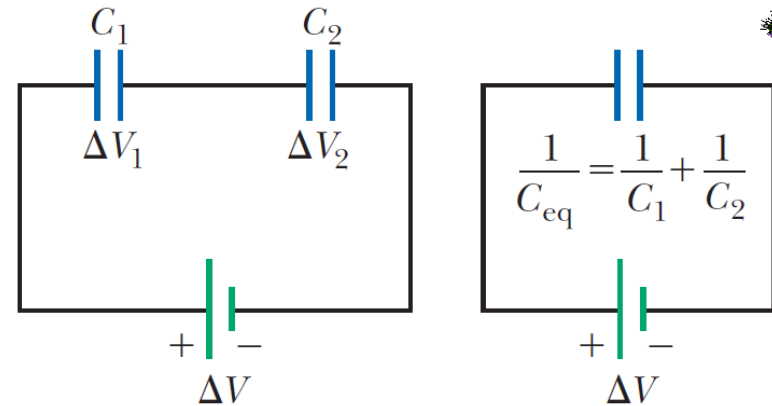
- Γενικότερα: **παράλληλη σύνδεση πυκνωτών**

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$$

# Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Η διαφοράς δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων **σε σειρά** είναι διαφορετικές
- Ξανά, το «σε σειρά» **δε σημαίνει κάτι όσον αφορά τη σχεδίαση**
- Σημαίνει ότι οι πυκνωτές συνδέονται σειριακά, ο ένας μετά τον άλλο, και όποια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται, αυτή εφαρμόζεται στα άκρα της όλης συνδεσμολογίας πυκνωτών
- Συγκεκριμένα:
  - Η αριστερή πλάκα του  $C_1$  και η δεξιά πλάκα του  $C_2$  είναι συνδεδεμένες με την πηγή
  - Οι άλλες δυο πλάκες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους μόνο
    - Το συνολικό τους φορτίο είναι μηδέν, και πρέπει να παραμείνει τόσο, εφόσον αποτελούν ηλεκτρικά απομονωμένο σύστημα!

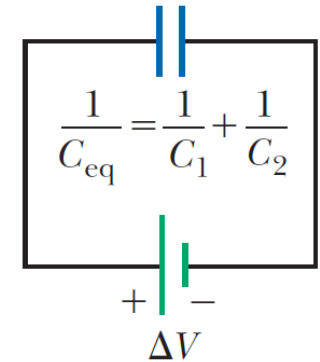
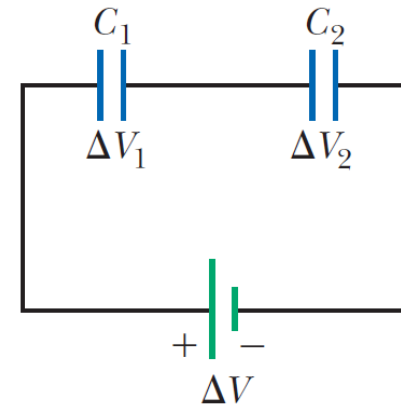


# Χωρητικότητα



## • Συνδυασμοί Πυκνωτών

- Ας θεωρήσουμε αρχικά αφόρτιστους πυκνωτές
- Όταν συνδέσουμε την μπαταρία, μεταφέρονται ηλεκτρόνια από την αριστερή πλάκα του  $C_1$  στη δεξιά πλάκα του  $C_2$
- Ένα ισόποσο αρνητικό φορτίο εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του  $C_2$ , και άρα αυτή έχει πλεόνασμα φορτίου (θετικού)
- Το αρνητικό φορτίο που εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του  $C_2$  προκαλεί συσσώρευση αρνητικού φορτίου στην δεξιά πλάκα του  $C_1$
- Έτσι, και οι δυο πυκνωτές έχουν δεξιές πλάκες με φορτίο  $-Q$  και αριστερές πλάκες με φορτίο  $+Q$
- Δηλ. οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο  $Q$



# Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

- Το φορτίο των δυο πυκνωτών σε σειρά είναι ίδιο,  $Q_1 = Q_2 = Q$

- Ισχύει  $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$ :

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή που έχει την ίδια επίδραση στο κύκλωμα με τους δυο πυκνωτές

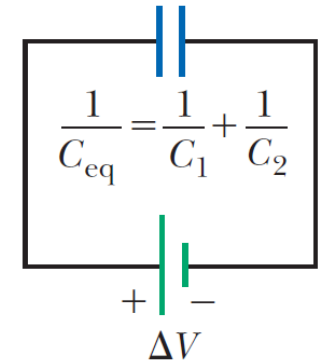
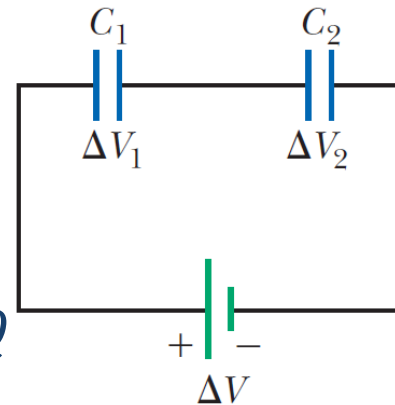
$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} \Leftrightarrow \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

- Άρα γενικά: **σειριακή σύνδεση πυκνωτών**

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$



$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}}$$





# Χωρητικότητα

- Συνοψίζοντας:

- Παράλληλη σύνδεση:

- Ισοδύναμος πυκνωτής με φορτίο το άθροισμα των επιμέρους φορτίων και ίδια διαφορά δυναμικού με τους επιμέρους πυκνωτές
- Χωρητικότητα ίση με το άθροισμα των επιμέρους χωρητικοτήτων

- Σειριακή σύνδεση:

- Ισοδύναμος πυκνωτής με φορτίο ίδιο με τα φορτία των επιμέρους πυκνωτών και διαφορά δυναμικού ίση με το άθροισμα των επιμέρους διαφορών δυναμικού
- Χωρητικότητα ίση με το αντίστροφο άθροισμα των αντίστροφων επιμέρους χωρητικοτήτων

$$Q_{eq} = \sum Q_i$$

$$\Delta V_{eq} = \Delta V_i$$

$$C_{eq} = \sum C_i$$

$$Q_{eq} = Q_i$$

$$\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$$

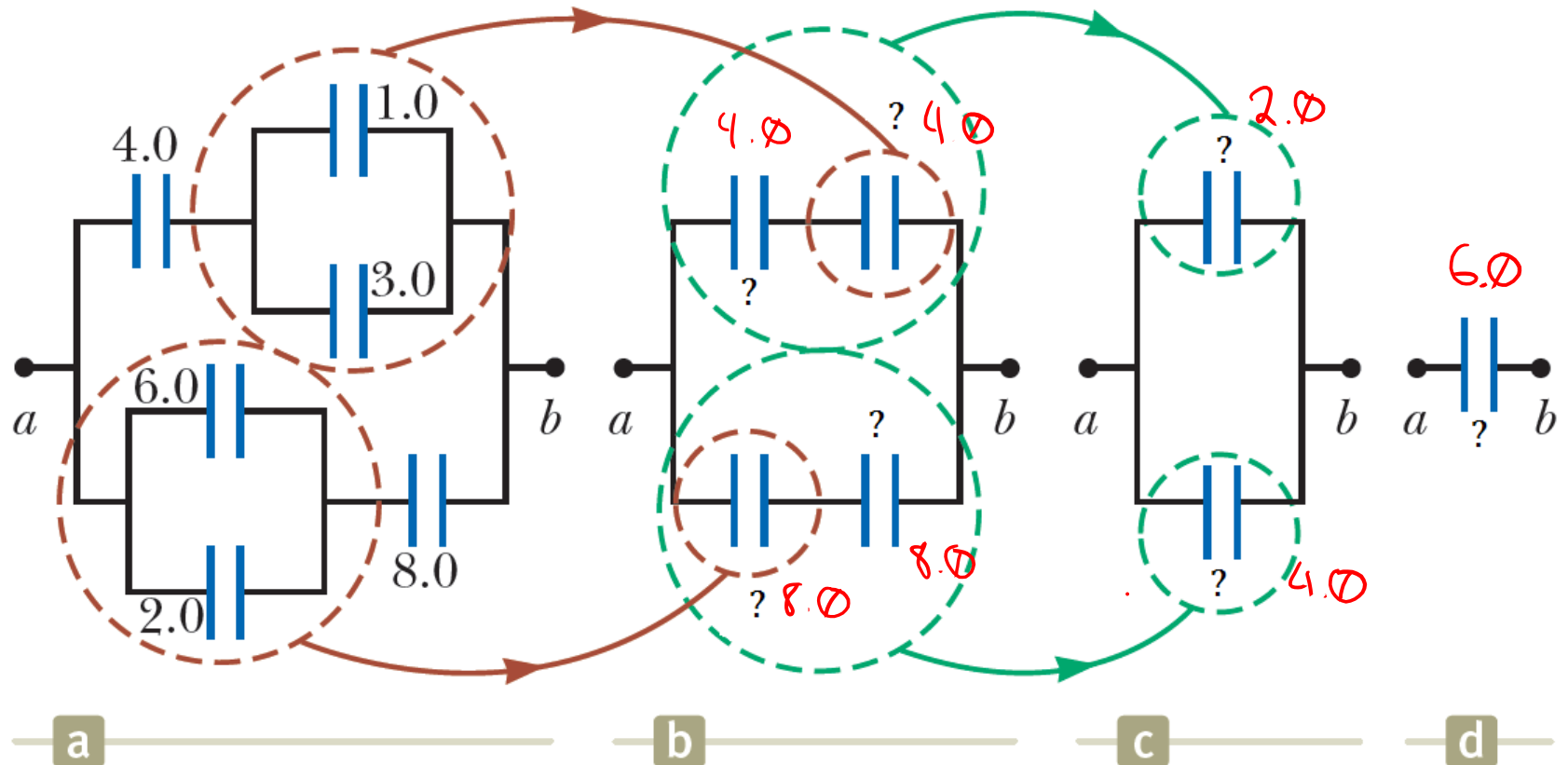
$$C_{eq} = \left( \sum \frac{1}{C_i} \right)^{-1}$$

# Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:** Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα για τη διάταξη του σχήματος (a)

Σειριακά:  $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$

Παράλληλα:  $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$



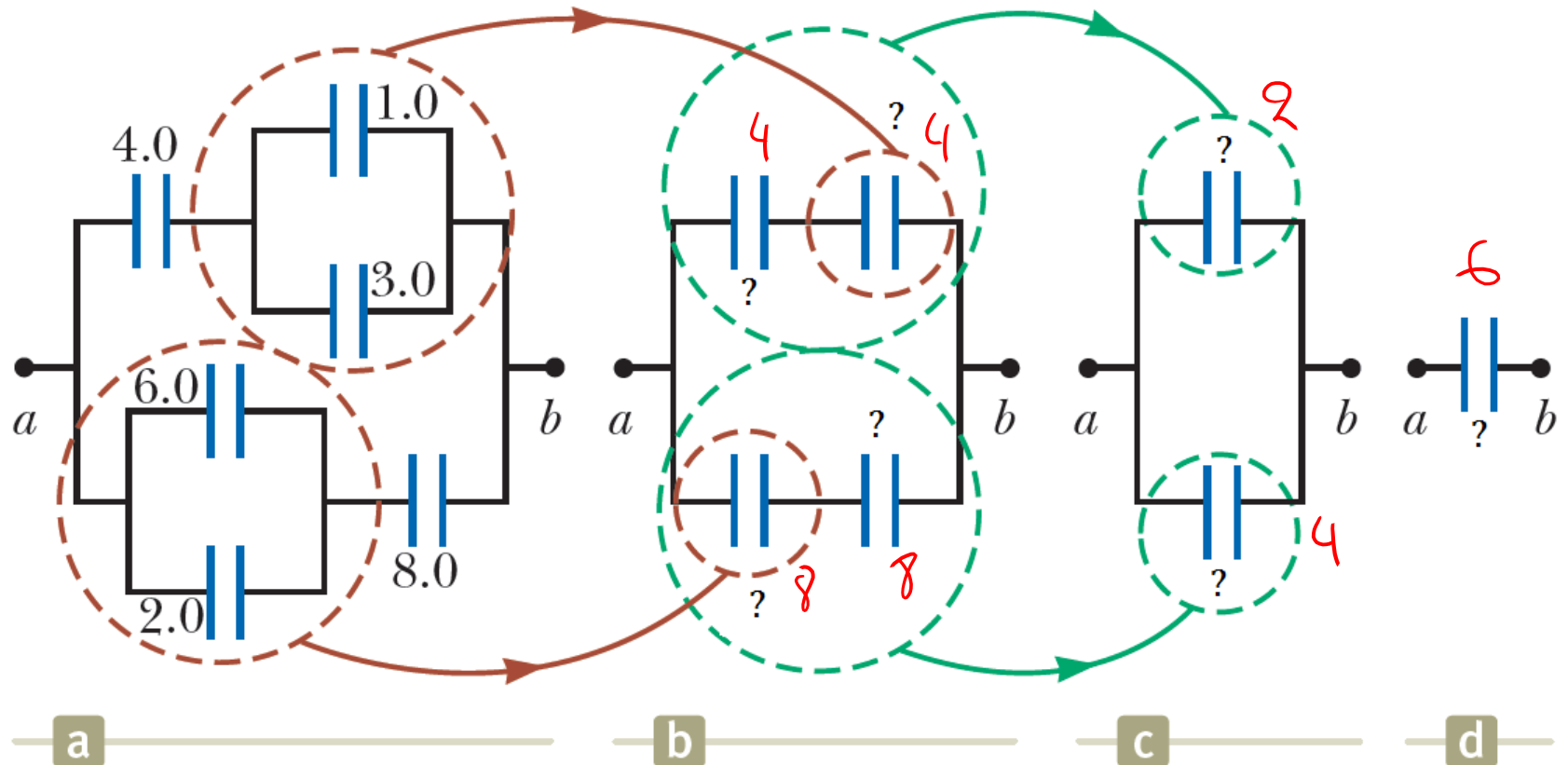
# Χωρητικότητα



- **Παράδειγμα:** Αν  $\Delta V_{ab} = 12\text{ V}$ ,  
βρείτε το φορτίο του πυκνωτή  
χωρητικότητας  $C = 3\text{ }\mu\text{F}$

Σειριακά:  $\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$

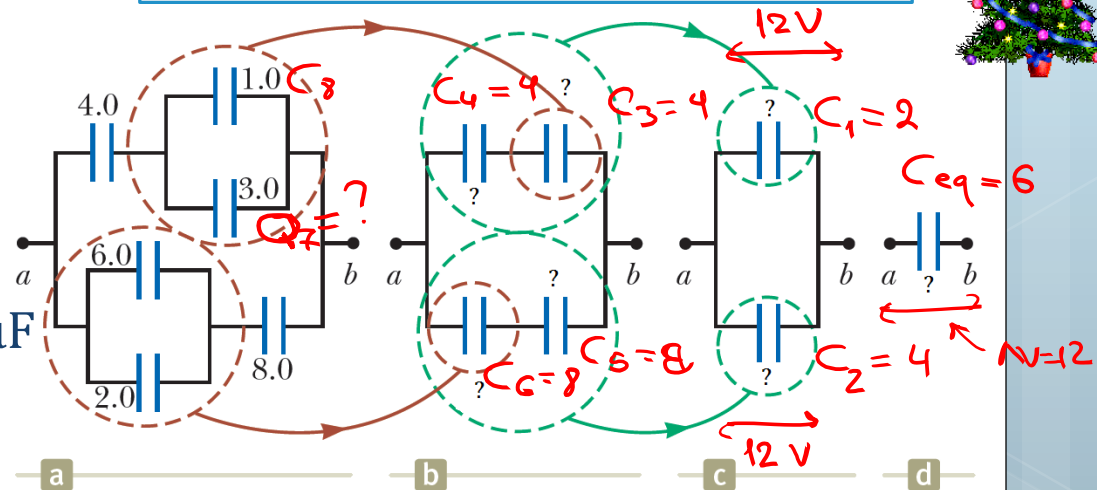
Παράλληλα:  $\Delta V_{eq} = \Delta V_i$



# Χωρητικότητα

## Παράδειγμα:

Αν  $\Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$ , βρείτε  
το  $Q$  του πυκνωτή  $C = 3 \mu\text{F}$



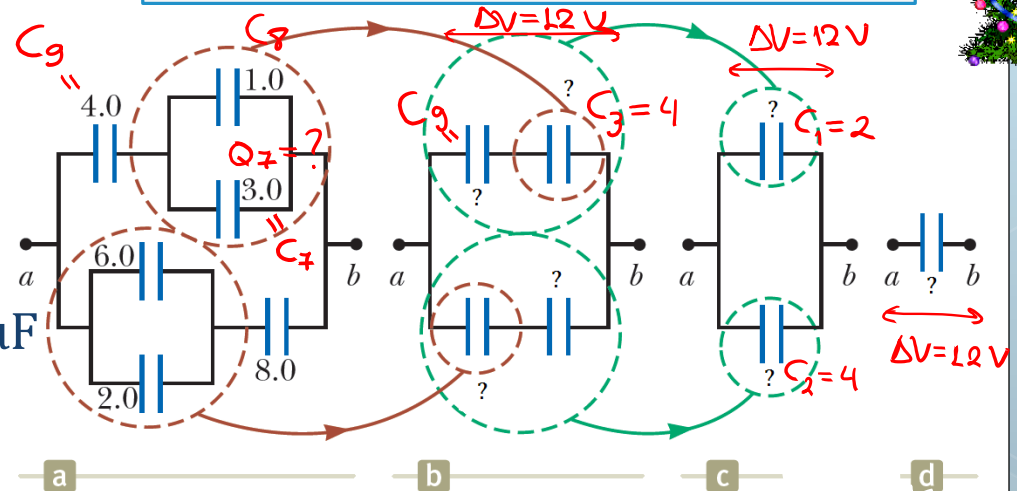
Λόγω  $\Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$ , τότε

$Q_{eq} = C_{eq} \Delta V_{ab} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 72 \mu\text{C}$ . Λόγω παράλληλης σύνδεσης στο (c), θα έχουμε  $\Delta V_{C_1} = \Delta V_{C_2} = \Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$ . Το φορτίο του  $C_1$  θα είναι  $Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_{C_1} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 24 \mu\text{C}$ . Λόγω σειράς σύνδεσης,  $Q_3 = Q_4 = Q_1 = 24 \mu\text{C}$ , στο σχήμα (b). Ο πυκνωτής  $C_3$  είναι ο ισοδύναμος των  $C_7, C_8$  (με τον  $C_7$  να μας ενδιαφέρει) στο σχήμα (a). Λόγω παράλληλης σύνδεσης των  $C_7, C_8$ , θα έχουμε  $\Delta V_{C_7} = \Delta V_{C_8} = \Delta V_{C_3}$ , με  $\Delta V_{C_3} = \frac{Q_3}{C_3}$  δηλ.  $\Delta V_{C_3} = \frac{24}{4} = 6 \text{ V}$ .

# Χωρητικότητα

## Παράδειγμα:

Αν  $\Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$ , βρείτε  
το  $Q$  του πυκνωτή  $C = 3 \mu\text{F}$



Άρα  $\Delta V_{C_7} = \Delta V_{C_3} = 6 \text{ V}$

Οπότε τεχνικά  $Q_7 = C_7 \cdot \Delta V_{C_7} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 18 \mu\text{C}$

Ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C = 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  έχει φορτίο  $Q = 18 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

→ Αν ζητούνται το φορτίο του  $C_8$ ? Οι  $C_7, C_8$  έχουν την ίδια  $\Delta V$  στα άκρα τους, την  $\Delta V_3 = 6 \text{ V}$ , λόγω πολλαπλής συνδεσμολογίας.  
Άρα  $Q_8 = C_8 \cdot \Delta V_3 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 6 \mu\text{C}$

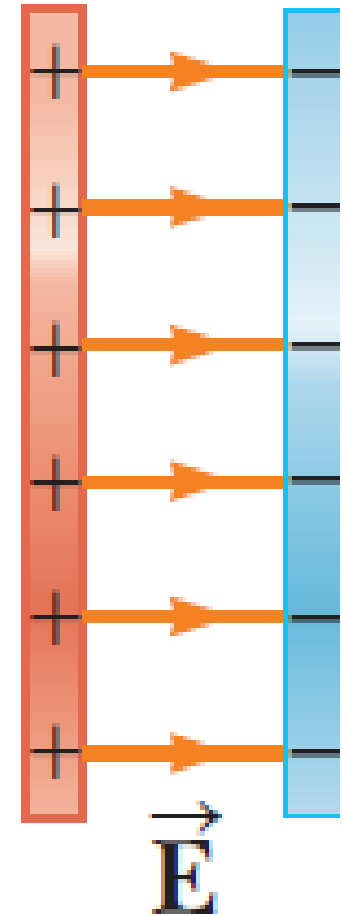
→ Αν ζητούνται το φορτίο του πυκνωτή  $C_9 = 4 \mu\text{F}$ ? Στην σειράνη σύνδεση των  $C_9, C_3$ , το φορτίο είναι το ίδιο. Άρα  $Q_3 = 24 \mu\text{C}$ , επίσης θα είναι  $Q_9 = 24 \mu\text{C}$



# Χωρητικότητα



- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας θεωρήσουμε μια απλουστευμένη, «μηχανική» διαδικασία φόρτισης ενός πυκνωτή
  - Ένα μικρό ποσό φορτίου μεταφέρεται από τη μια πλάκα μέσω ηλ. δύναμης προς την άλλη πλάκα
    - Παράγεται **έργο** στο φορτίο
  - Δημιουργείται μια **διαφορά δυναμικού** (μικρή) ανάμεσα στις πλάκες
  - Όσο μεταφέρουμε φορτίο από τη μια πλάκα στην άλλη, τόσο **μεγαλώνει** η διαφορά δυναμικού
    - **Περισσότερο έργο** απαιτείται για τη μεταφορά μιας ποσότητας φορτίου
  - Το έργο που παράγεται στο σύστημα από την εξωτερική δύναμη εμφανίζεται ως **μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος** (διατήρηση της ενέργειας)



# Χωρητικότητα

$$W = q\Delta V_{A \rightarrow B}$$



- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας υποθέσουμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο  $q$  σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας φόρτισης
  - Η διαφορά δυναμικού θα είναι  $\Delta V = \frac{q}{C}$
- Το έργο  $dW$  που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου  $dq$  από μια πλάκα φορτίου  $-q$  σε αυτή φορτίου  $+q$  είναι

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

- Άρα το συνολικό έργο που απαιτείται για τη φόρτιση του πυκνωτή από μηδενικό φορτίο σε φορτίο  $Q$  είναι:

$$W = \int dW = \int \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int q dq \Rightarrow W = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$



# Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Το έργο  $W$  που παράγεται κατά τη φόρτιση του πυκνωτή αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια  $U_E$  και άρα

$$W = U_E = \frac{1}{2} \left( \frac{Q^2}{C} \right) = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} Q \Delta V$$

$$Q = C \Delta V$$

- Θεωρούμε την **ενέργεια** σε έναν πυκνωτή ως **αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο** που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες του, όσο φορτίζεται
- Αποδεικνύεται ότι για έναν πυκνωτή από δυο παράλληλες πλάκες εμβαδού  $A$  που απέχουν απόσταση  $d$ , είναι

$$U_E = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 A d E^2$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e}$$



Τέλος Διάλεξης

