



Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικό Δυναμικό



Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικό Δυναμικό



Ηλεκτρικό Δυναμικό

◉ Εισαγωγή

- ◉ Στη μελέτη του ηλεκτρισμού ως τώρα, τον σχετίσαμε με την έννοια της ηλεκτρικής *δύναμης*
- ◉ Τώρα θα συσχετίσουμε τα ηλεκτρικά φαινόμενα με την έννοια της *ενέργειας*
- ◉ Θα ορίσουμε την έννοια του **ηλεκτρικού δυναμικού και της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας**
 - ◉ Το ηλεκτρικό δυναμικό έχει μεγάλη εφαρμογή στη λειτουργία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων και συσκευών
- ◉ Θα περιγράψουμε φαινόμενα με **μεγαλύτερη ευκολία** απ' ό,τι με χρήση πεδίων και δυνάμεων
 - ◉ ...όπως περιγράψαμε πιο εύκολα τα φαινόμενα της Μηχανικής με ενεργειακά θεωρήματα σε σχέση με την περιγραφή μέσω δυνάμεων και εξισώσεων κινηματικής



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Ηλεκτρικό Δυναμικό

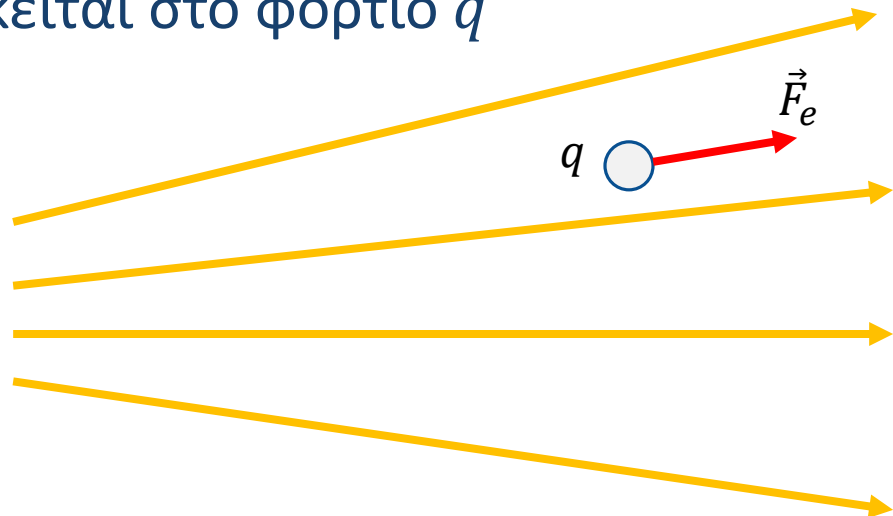
- Έστω ένα φορτίο q που τοποθετείται σε ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$

- Έστω το

{φορτίο, πεδίο}

ως ένα **απομονωμένο σύστημα**

- Δύναμη $\vec{F}_e = q\vec{E}$ ασκείται στο φορτίο q



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Δύναμη $\vec{F}_e = q\vec{E}$ ασκείται στο φορτίο q

- Η δύναμη οφείλεται στο πεδίο

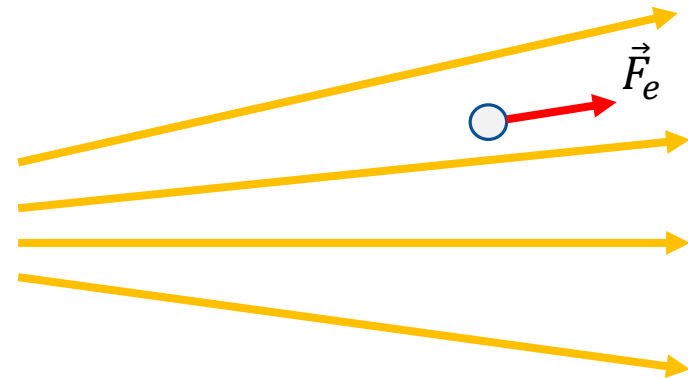
- Το φορτίο θα κινηθεί λόγω της ηλεκτρικής δύναμης

- Η ηλεκτρική δύναμη είναι **συντηρητική** (αποδεικνύεται πειραματικά) και **εσωτερική** δύναμη του συστήματος

- Άρα το έργο της, W_{F_e} , είναι **εσωτερικό** στο σύστημα

- Άρα το πεδίο παράγει εσωτερικό έργο στο σύστημα

- Όπως ακριβώς η βαρυτική δύναμη (βαρυτικό πεδίο) στο σύστημα {Γη, βιβλίο}, όταν το βιβλίο αφήνεται να πέσει από ύψος

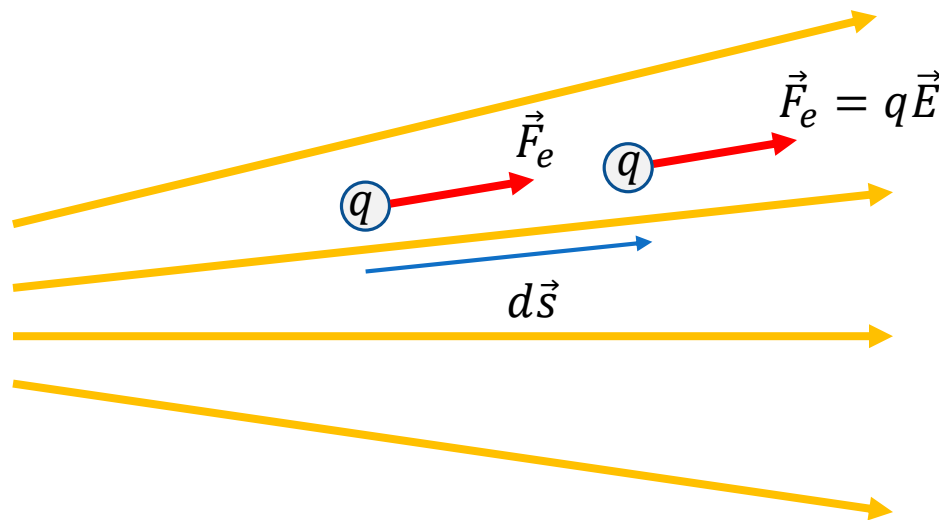




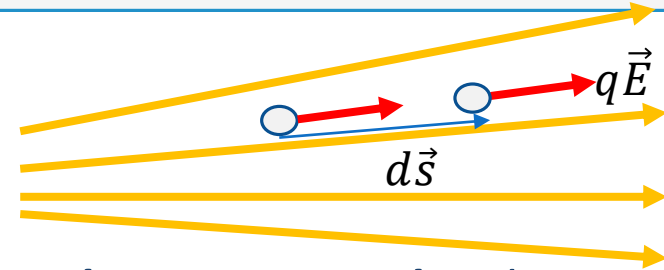
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Ηλεκτρικό Δυναμικό
- Για μια **απειροστά μικρή** μετατόπιση $d\vec{s}$ ενός σημειακού φορτίου q στο ηλεκτρικό πεδίο...
 - ...το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που παράγεται στο φορτίο είναι

$$dW_{F_e} = \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό



• Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Θυμηθείτε: το έργο μιας **εσωτερικής συντηρητικής** δύναμης σε ένα σύστημα ισούται με την αρνητική μεταβολή της **δυναμικής του ενέργειας**: της **ηλεκτρικής δυναμικής του ενέργειας**!

$$dW_{F_e} = -dU_e$$

- Άρα

$$dU_e = -dW_{F_e} = -\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = -q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Για πεπερασμένη μετατόπιση από ένα σημείο (A) στο (B) είναι

$$\Delta U_e = -W_{F_e} = -\int dW_{F_e} = \int -q\vec{E} \cdot d\vec{s} = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow W_{F_e} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Δεν εξαρτάται απ'το μονοπάτι:
 $\vec{F}_e = q\vec{E}$ συντηρητική δύναμη!



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

- Για μια **συγκεκριμένη θέση** (A) του φορτίου στο πεδίο, το σύστημα έχει μια δυναμική ενέργεια U_e^A , σε σχέση με μια θέση (B) όπου έχει δυναμική ενέργεια $U_e^B = 0$ (διάταξη αναφοράς)
 - Για παράδειγμα, όταν το φορτίο βρίσκεται μακριά, στο άπειρο
- Έστω ότι το σύστημα **{πεδίο, φορτίο}** βρίσκεται σε μια διάταξη που έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_e
- Διαιρώντας την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_e με το φορτίο q λαμβάνουμε:

$$V = \frac{U_e}{q}$$

το οποίο ονομάζεται **ηλεκτρικό δυναμικό (voltage) V**

Ηλεκτρικό Δυναμικό



$$\Delta U_e = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

- Πριν λίγο ορίσαμε τη διαφορά δυναμικής ενέργειας ΔU_e μεταξύ δυο σημείων
- Η **διαφορά δυναμικού** μεταξύ δυο σημείων (A) και (B) ορίζεται ως: η **μεταβολή** στην ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος {πεδίο-φορτίο} όταν ένα φορτίο q μετακινείται μεταξύ δυο σημείων (A) και (B), δια το φορτίο αυτό:

$$\begin{aligned}\Delta V_{A \rightarrow B} &= V_B - V_A \\ &= \frac{U_e^B}{q} - \frac{U_e^A}{q} = \frac{\Delta U_e}{q} \quad \bullet \quad \bullet \\ &= -\frac{1}{q} q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}\end{aligned}$$

Παρατηρήστε
ότι $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$

Μονάδα μέτρησης
δυναμικού: 1 Volt

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Παρατηρήστε
ότι $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} \text{ m}$

- Δεν εξαρτάται από το φορτίο q , παρά μόνο από το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$!
- Άρα η διαφορά δυναμικού αποτελεί ένα **χαρακτηριστικό του πεδίου!**
- Όπως και με τη δυναμική ενέργεια που έχουμε δει ως τώρα (βαρυτική, ελαστική), μόνο διαφορές δυναμικού έχουν νόημα
- Πολλές φορές ορίζουμε εμείς ένα σημείο/μια περιοχή/μια διάταξη του συστήματος ως **μηδενικού δυναμικού**



Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = V_B - V_A = \frac{\Delta U_e}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



● Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Προσοχή: η διαφορά δυναμικού δεν είναι το ίδιο με τη διαφορά δυναμικής ενέργειας
 - Η διαφορά δυναμικού μεταξύ (Α) και (Β) υπάρχει αποκλειστικά λόγω **μιας πηγής φορτίου, δηλ. ενός ηλεκτρικού πεδίου**, και εξαρτάται από την κατανομή αυτής
 - Για να υπάρχει διαφορά δυναμικής ενέργειας, πρέπει να υπάρχει ένα σύστημα με τουλάχιστον **δυο** μέλη (δυο φορτία ή ένα φορτίο και ένα πεδίο)!
 - Η δυναμική ενέργεια ανήκει στο σύστημα και αλλάζει μόνον αν ένα φορτίο μετακινηθεί σε σχέση με τη διάταξη αναφοράς του συστήματος!
- Σκεφτείτε το όμοια με το ηλεκτρ. πεδίο και την ηλεκτρ. δύναμη...
 - Το πεδίο υπάρχει λόγω μιας **πηγής φορτίου**
 - Η ηλεκτρ. δύναμη εγείρεται σε άλλο φορτίο στο χώρο του πεδίου
 - Απαιτούνται δηλαδή τουλάχιστον δυο φορτία (ή φορτίο και πεδίο) για την ηλεκτρική δύναμη!

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

- Είδαμε νωρίτερα ότι

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = V_B - V_A = \frac{\Delta U_e}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$W_{F_e} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Κάποιος **εξωτερικός** παράγοντας μετακινεί *πολύ αργά* ένα φορτίο q από τη θέση Α στη θέση Β ενός ηλεκτρικού πεδίου (χωρίς να μεταβάλλει την κινητική του ενέργεια)
- Παράγεται **εξωτερικό** έργο W_{ext} στο σύστημα
 - Αλλάζει η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος!
- Άρα από την Α.Δ.Ε **μη** απομονωμένου συστήματος:

$$\Delta U_e = W_{ext}$$

κι αφού

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = \frac{\Delta U_e}{q}$$

θα έχουμε

$$W_{ext} = q \Delta V_{A \rightarrow B} = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -W_{F_e}$$

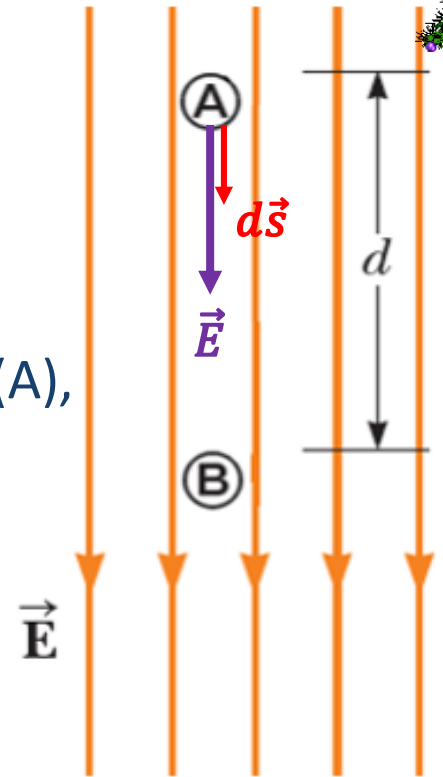
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού
- Ας απλοποιήσουμε τα πράγματα ☺
- Έστω ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο
- Ας υπολογίσουμε τη ΔV ανάμεσα στα σημεία (A), (B), απόστασης d
 - Η μετατόπιση $d\vec{s}$ από το (A) στο (B) είναι **παράλληλη** στις δυναμικές γραμμές

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= \Delta V_{A \rightarrow B} \\ &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B E ds \\ &= -E \int_A^B ds = -Ed \end{aligned}$$

- Άρα $\Delta V_{A \rightarrow B} = -Ed$ ←

Όσο «προχωράμε» προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών, το δυναμικό μειώνεται!



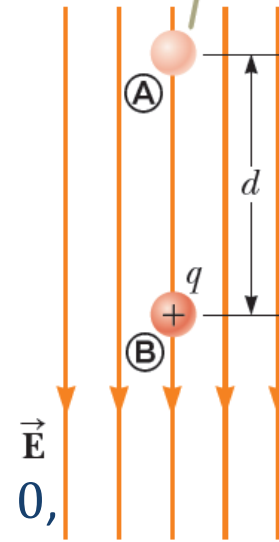
$$\Delta V_{A \rightarrow B} = -Ed$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού
- Ας θεωρήσουμε τώρα ένα φορτίο $+q$ που κινείται από το (A) στο (B) (διμελές σύστημα)
- Τότε $\Delta U_e = q\Delta V_{A \rightarrow B} = -qEd$
- Βλέπουμε ότι $\Delta U_e < 0 \Leftrightarrow U_{e_B} < U_{e_A}$
 - Αυτό σημαίνει ότι η **δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει** όταν το **θετικό φορτίο κατευθύνεται προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών**
- Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (A) ένα φορτίο $q > 0$, αυτό θα κινηθεί προς τα «κάτω» λόγω ηλεκτρικής δύναμης
 - Άρα επιταχύνεται (**2^{ος} νόμος Newton**) $\rightarrow$ αποκτά **κινητική ενέργεια**
 - Όσο προχωρά προς τα κάτω, η **δυναμική ενέργεια του συστήματος {φορτίο, πεδίο} μειώνεται** εξίσου με την αύξηση της **κιν. ενέργειας!**
 - Σας εκπλήσσει αυτό; ☺ Γιατί συμβαίνει;

Όταν ένα θετικό φορτίο μετακινείται από το (A) στο (B), η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μικραίνει.

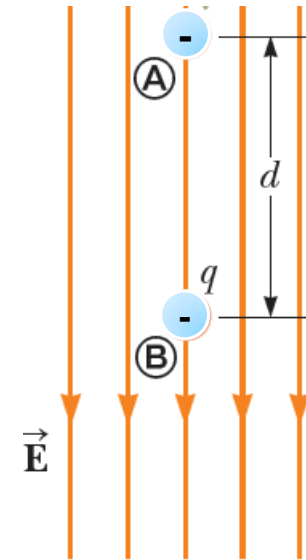


$$\Delta V_{A \rightarrow B} = -Ed$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού
- Ας θεωρήσουμε, στην ίδια διάταξη, τώρα ένα φορτίο $-q$ που κινείται από το (B) στο (A) (δε γίνεται να κινηθεί $A \rightarrow B$)
- Τότε $\Delta U_e = -q\Delta V_{B \rightarrow A} = -q(Ed) = -qEd$
 - ...αφού τώρα μετράμε $\Delta V_{B \rightarrow A}$ και όχι $\Delta V_{A \rightarrow B}$
- Βλέπουμε ότι πάλι $\Delta U_e < 0 \Leftrightarrow U_{e_B} < U_{e_A}$!
 - Αυτό σημαίνει ότι η **δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει** ξανά όταν το **αρνητικό** φορτίο κατευθύνεται προς **αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών**
 - Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (B) ένα φορτίο $q < 0$, αυτό θα κινηθεί προς τα «πάνω» λόγω ηλεκτρ. δύναμης
 - Άρα επιταχύνεται $\rightarrow$ αποκτά **κινητική ενέργεια**
 - Όσο προχωρά προς τα πάνω, η **δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μειώνεται** εξίσου.
 - Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας σε απομονωμένο σύστημα!



$$\Delta V_{A \rightarrow B} = -Ed$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό

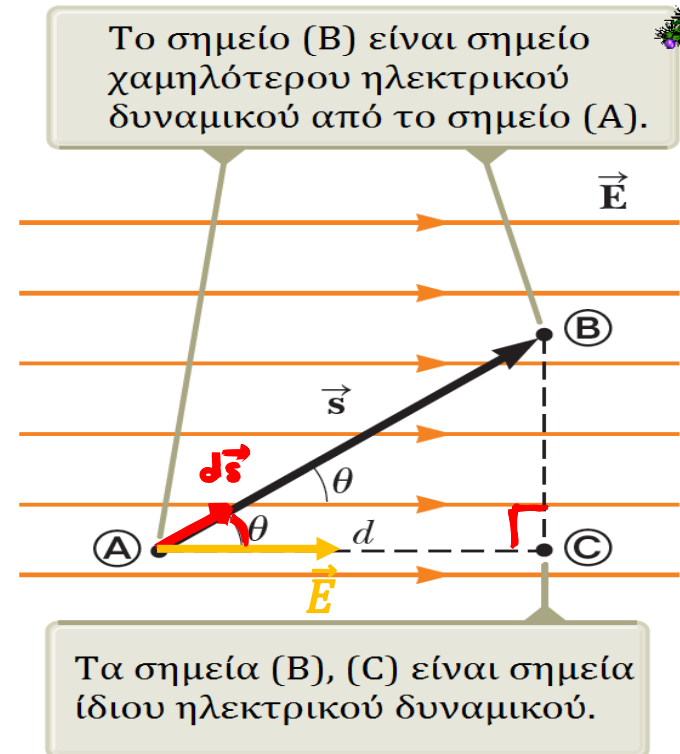
- ◉ Διαφορά Δυναμικού
- ◉ Συμπέρασμα:
- ◉ Όταν ένα φορτίο κινείται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, κινείται πάντα προς διατάξεις που η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος {φορτίου, πεδίου} μειώνεται!
- ◉ Αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα αυξάνει την κινητική του ενέργεια σε κάθε περίπτωση (το φορτίο κινείται)...
 - ◉ ... κι επειδή είναι απομονωμένο, αναγκαστικά πρέπει η ηλεκτρική του δυναμική ενέργεια να μειώνεται...
 - ◉ ...λόγω Αρχής Διατήρησης της (Μηχανικής) Ενέργειας!

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- Διαφορά Δυναμικού
- Ας γενικεύσουμε τώρα για μετατόπιση **μη παράλληλη** στις δυναμικές γραμμές
- Έστω ότι η μετατόπιση $\vec{s}$ από το (A) στο (B): $\Delta \mathbf{E} \mathbf{N}$ είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές
- Τότε για τη μετατόπιση $\vec{s}$

$$\begin{aligned}\Delta V_{AB} &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B E ds \cos(\theta) = -E \cos(\theta) \int_A^B ds \\ &= -E \underbrace{s}_{d} \cos(\theta) = -Ed\end{aligned}$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού
- Άρα για το σύστημα {πεδίο, φορτίο q } στη διαδρομή $A \rightarrow B$

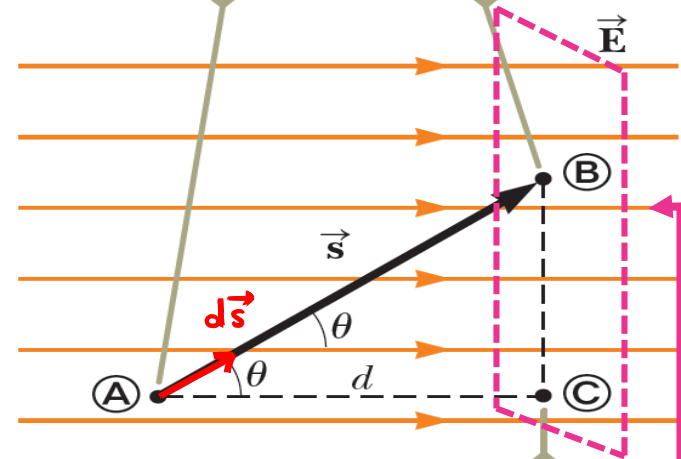
$$\Delta U_e = q \underbrace{\Delta V_{AB}}_{-Ed} = -qEd$$

- Όμως είδαμε πριν ότι

$$\Delta V_{AC} = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Ed$$

- Συμπέρασμα: **σημεία που βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο** στο ομογενές πεδίο έχουν ίδιο δυναμικό (**ισοδυναμική** επιφάνεια)

Το σημείο (B) είναι σημείο χαμηλότερου ηλεκτρικού δυναμικού από το σημείο (A).



Τα σημεία (B), (C) είναι σημεία ίδιου ηλεκτρικού δυναμικού.



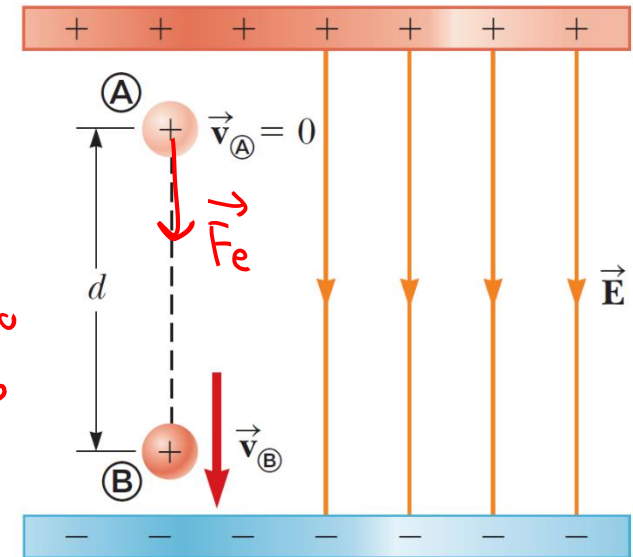


Ηλεκτρικό Δυναμικό

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Ένα πρωτόνιο αφήνεται από το σημείο (A) σε ομογενές ηλεκτρ. πεδίο μέτρου $8 \times 10^4 \frac{V}{m}$. Το πρωτόνιο υπόκειται σε μετατόπιση μέτρου $d = 0.5 \text{ m}$ στο σημείο (B) στην κατεύθυνση του $\vec{E}$. Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου στη θέση (B). Θεωρήστε ότι $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ και $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

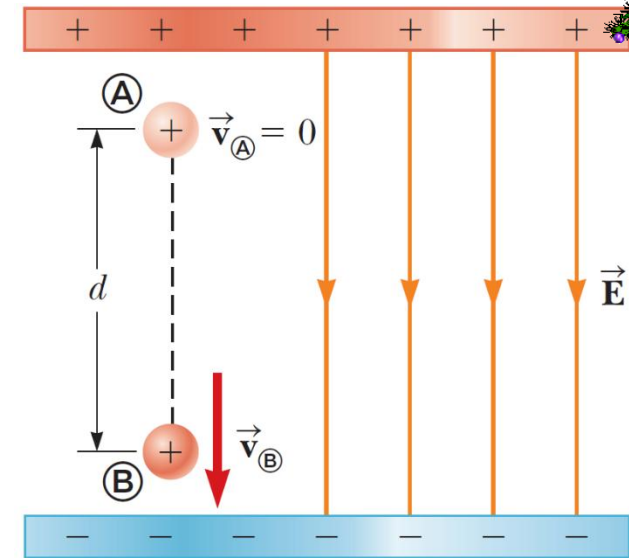
Το πρωτόνιο θα κινηθεί λόγω επίδρασης ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_e$. Η κίνησή του θα είναι προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Μπορούμε να φανταστούμε το πρωτόνιο ως σώμα υπό επίδραση δύναμης, αλλά ως λύσαμε το πρόβλημα ενεργειακά.



Ηλεκτρικό Δυναμικό

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου στη θέση (B). Θεωρήστε ότι $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ και $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.



Θεωρώ ως σύστημα το {φορτίο, πεδίο}.
Είναι ποσοφελές και απομονωμένο.

Η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η $\vec{F}_e$, που είναι και συντηρητική. Στη διαδρομή $A \rightarrow B$, ισχύει η ΑΔΜΕ:

$$\Delta E_{\text{μηχ}}^{A \rightarrow B} = 0 \Leftrightarrow K_A + U_{eA} = K_B + U_{eB}$$
$$K_B = U_{eA} - U_{eB} = -\Delta U_e^{A \rightarrow B} = -(-qEd) = qEd$$

$$\text{άρα} \quad \frac{1}{2} m u_B^2 = qEd \Rightarrow u_B^2 = \frac{2qEd}{m} \Rightarrow u_B = 2.8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό

• Διαφορά Δυναμικού

- Θα μελετήσουμε διαφορές δυναμικού σε ~~δυο περιπτώσεις~~
- 1. Δυναμικό από σημειακά φορτία
- ~~2. Δυναμικό από κατανομή φορτίου (όχι φέτος 😊)~~

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- Μπορεί κανείς να δείξει ότι:

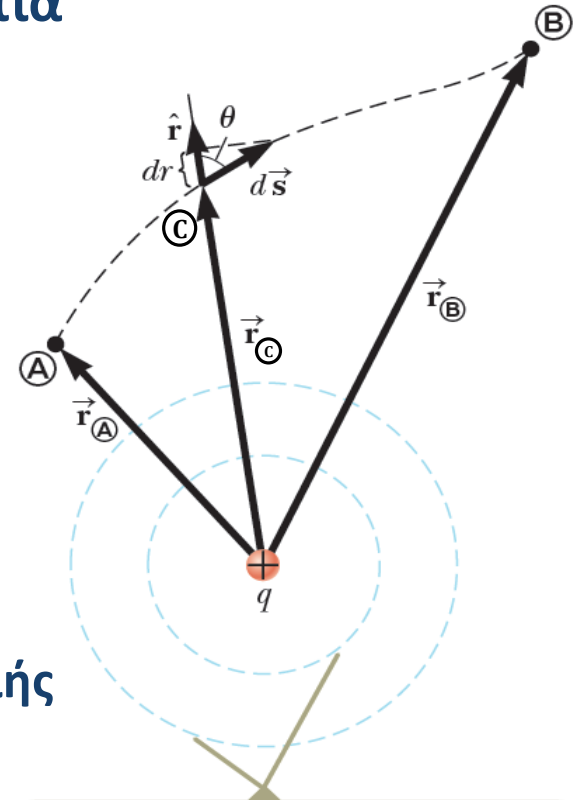
για δυο σημεία (A), (B) εντός ηλεκτρικού πεδίου πηγής φορτίου q που απέχουν απόσταση r_A, r_B από την πηγή φορτίου, η διαφορά δυναμικού $\Delta V_{A \rightarrow B}$ δίνεται από τη σχέση

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = V_B - V_A = k_e q \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

- Βλέπετε ότι είναι **ανεξάρτητη της διαδρομής** από το (A) στο (B)

- Το πεδίο είναι **συντηρητικό**

- Επίσης, εξαρτάται μόνο από τα r_i
- Ποια η σχέση για το ηλεκτρικό δυναμικό σε ένα τυχαίο σημείο C?



Οι δυο διακεκομμένοι κύκλοι αναπαριστούν τομές σφαιρικών επιφανειών με ίδιο δυναμικό.

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**

- Συνήθως θεωρούμε ότι $V = 0$ σε ένα σημείο μακριά από την πηγή φορτίου, με $r_{μακριά} = \infty$

- **Ηλεκτρικό δυναμικό V_C λόγω σημειακού φορτίου σε απόσταση r_C από το φορτίο:**

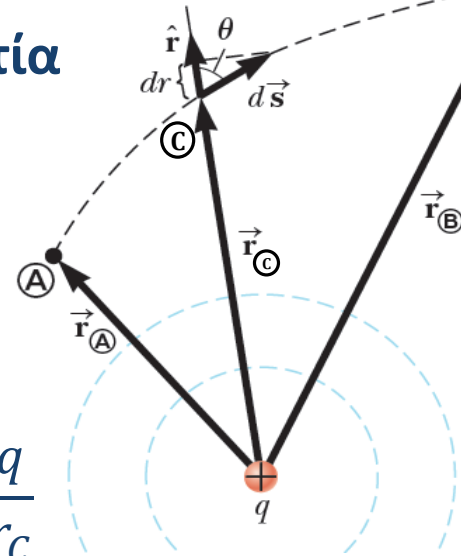
$$V_C - V_{μακριά} = V_C - 0 = k_e \frac{q}{r_C}$$

- Άρα τελικά για οποιοδήποτε σημείο C σε απόσταση r_C από την πηγή q θα έχουμε

$$V_C = k_e \frac{q}{r_C}$$

- Για πολλές πηγές φορτίου,

$$V_C = \sum V_i = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

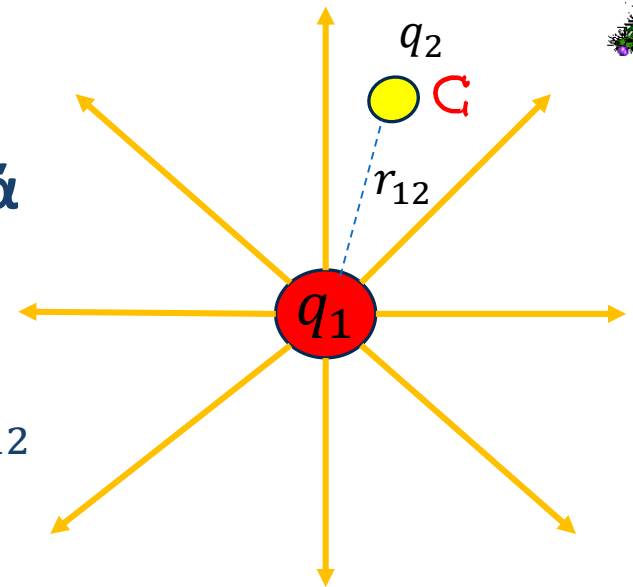


Ηλεκτρικό Δυναμικό



- Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- Για ένα φορτίο q_2 που έρχεται στο πεδίο πηγής $q_1 > 0$ σε απόσταση r_{12} (θέση C) μέσω **εξωτερικής** δύναμης έργου W_{ext}
- Το φορτίο q_2 έρχεται από πολύ «μακριά»:



$$V_{μακρια} = 0$$

- Όταν το q_2 βρίσκεται «μακριά», η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων θεωρείται μηδενική
- Το έργο W_{ext} μετατρέπεται σε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_e του συστήματος των φορτίων, δηλ.

$$W_{ext} = \Delta U_e = U_e - U_{μακρια} = U_e$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$W_{ext} = q\Delta V_{A \rightarrow B}$$



- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**

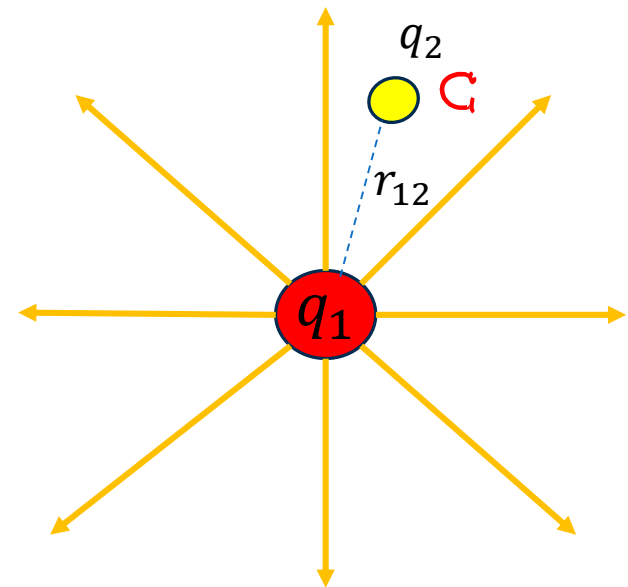
- Άρα η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός ζεύγους φορτίων είναι

$$\Delta U_e = W_{ext} = q_2 \Delta V = q_2 (V_c - V_{μακριά})$$

$$U_e - 0 = q_2 \left(k_e \frac{q_1}{r_{12}} - 0 \right) = q_2 V_c$$

- Άρα

$$U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$





Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**

- Για ένα φορτίο q_2 που έρχεται στο πεδίο φορτίου q_1 σε απόσταση r_{12} μέσω εξωτερικής δύναμης

$$U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Αν $U_e > 0$, το έργο της εξωτ. δύναμης είναι θετικό
 - Τα φορτία απωθούνται, άρα πρέπει να παραχθεί έργο από την εξωτερική δύναμη για να τα φέρει σε απόσταση r_{12}
- Αν $U_e < 0$, το έργο της εξωτ. δύναμης είναι αρνητικό
 - Τα φορτία έλκονται, άρα πρέπει να παραχθεί αρνητικό έργο (χρειάζεται δύναμη αντίθετη στην μετατόπιση (έλξη) των φορτίων) για να τα κρατήσουμε σε απόσταση r_{12}



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- Για πολλά φορτία,

$$U_e = \sum U_{e(k,m)} = k_e \sum \frac{q_k q_m}{r_{km}}, k = 1, 2, 3 \dots < m = 1, 2, 3, \dots$$

- Η παραπάνω σχέση σημαίνει ότι αθροίζουμε όλες τις τιμές δυναμικής ενέργειας που οφείλονται σε ένα ζεύγος φορτίων
- Π.χ. για τέσσερα φορτία, θα έχουμε

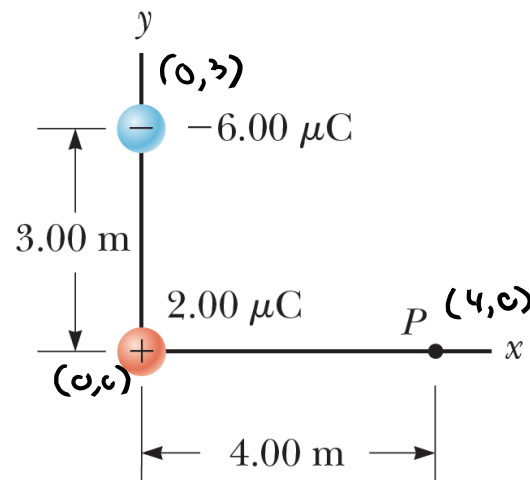
$$U_e = U_{e(1,2)} + U_{e(2,3)} + U_{e(3,4)} + U_{e(1,3)} + U_{e(1,4)} + U_{e(2,4)}$$



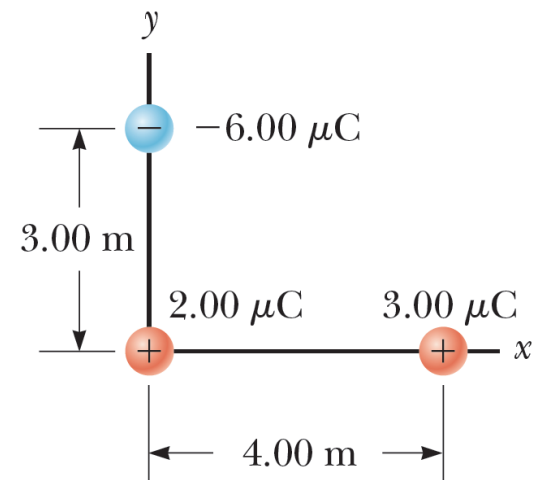
Ηλεκτρικό Δυναμικό

• Παράδειγμα:

- Ένα φορτίο $q_1 = 2 \mu\text{C}$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6 \mu\text{C}$ στη θέση $(0, 3) \text{ m}$.
Α) Βρείτε το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P με συντεταγμένες $(4, 0) \text{ m}$.
Β) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο $q_3 = 3 \mu\text{C}$, όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.



a



b

Ηλεκτρικό Δυναμικό



• Παράδειγμα – Λύση:

- Ένα φορτίο $q_1 = 2 \mu\text{C}$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6 \mu\text{C}$ στη θέση $(0, 3) \text{ m}$.

A) Βρείτε το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P με συντεταγμένες $(4, 0) \text{ m}$.

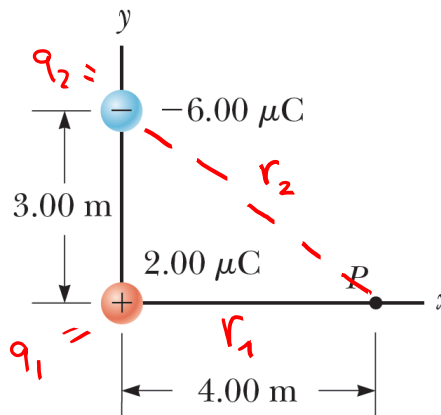
Θ_α είναι

$$V_P = \sum_i V_i$$

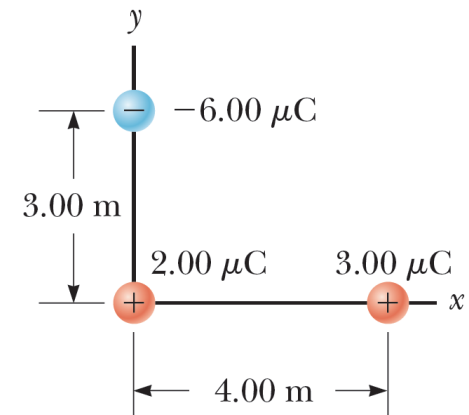
$$= V_{P,q_1} + V_{P,q_2}$$

$$= k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-6 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} - 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-6}}{5} \approx -6.3 \cdot 10^3 \text{ Volt}$$



a



b

Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$\Delta U_e = q \Delta V_{A \rightarrow B}$$



• Παράδειγμα – Λύση:

- Ένα φορτίο $q_1 = 2 \mu\text{C}$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6 \mu\text{C}$ στη θέση $(0, 3) \text{ m}$.

Β) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο $q_3 = 3 \mu\text{C}$, όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.

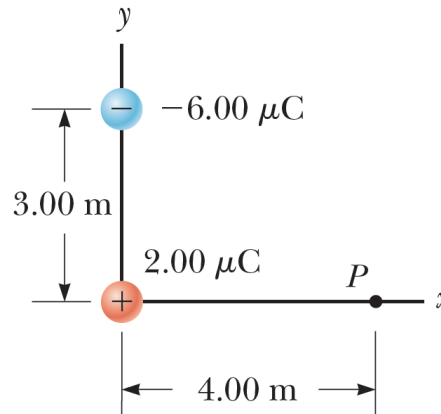
Είναι $\Delta U_e = q_3 \Delta V$

όρα

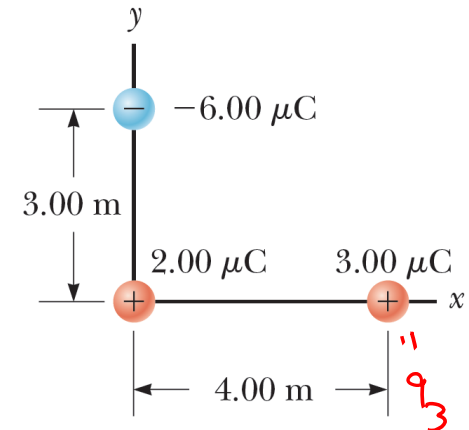
$$\begin{aligned} \Delta U_e &= q_3 \cdot \Delta V_{\infty \rightarrow P} \\ &= q_3 \cdot (V_P - V_{\infty}) \end{aligned}$$

$$= q_3 \cdot (V_P - 0) = q_3 \cdot V_P = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (-6.3 \cdot 10^3) \simeq$$

$$\simeq -1.9 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$



a



b



Ηλεκτρικό Δυναμικό

◉ Παράδειγμα – 2^η Λύση:

- Ένα φορτίο $q_1 = 2 \mu\text{C}$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6 \mu\text{C}$ στη θέση $(0, 3) \text{ m}$.

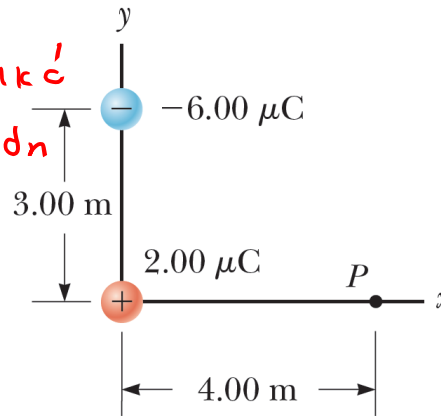
Β) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο $q_3 = 3 \mu\text{C}$, όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.

Ευαλαχιστα, για και το αρχικό μας σύστημα περιλαμβάνει ήδη δυο φορτία, θα μερλώσαμε να γράφαμε:

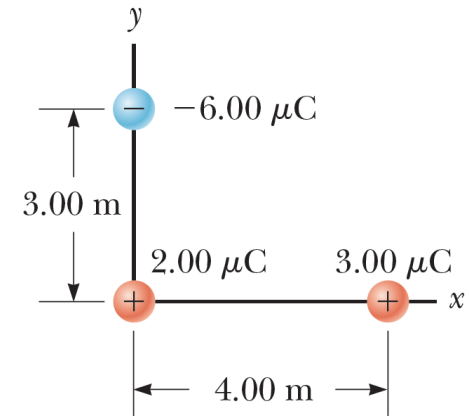
$$\Delta U_e = U_e(\text{τριών φορτίων}) - U_e(\text{δυο φορτίων})$$

$$= k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k_e \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k_e \frac{q_2 q_3}{r_{23}} - \left(k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \right)$$

$$= k_e \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k_e \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \approx -1.9 \cdot 10^{-2} \text{ J}, \text{ ίδιο αποτέλεσμα με πριν.}$$



a



b



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Τι μας λέει το δυναμικό στο σημείο C στην προηγούμενη άσκηση?
- Το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο C εξ αιτίας δυο φορτίων (όπως στο παράδειγμα) μας πληροφορεί για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ανά μονάδα – δοκιμαστικού – φορτίου (θυμηθείτε: $V_C = U/q$) που θα αποκτήσει ή χάσει το σύστημα μας αν ένα τρίτο φορτίο τοποθετηθεί στο σημείο C
- Με άλλα λόγια, είναι ένα μέτρο της ενέργειας που θα αποκτήσει ή χάσει ένα μικρό θετικό φορτίο όταν το φέρουμε στο σημείο C από μια περιοχή μηδενικού δυναμικού (συνήθως, από το άπειρο).
- Εναλλακτικά, το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο C μας πληροφορεί για το πόσο έργο απαιτείται (θετικό ή αρνητικό) για να φέρουμε (αργά) ένα φορτίο q από το άπειρο στο σημείο C, μέσω της σχέσης $W_{ext} = q\Delta V = qV_C$

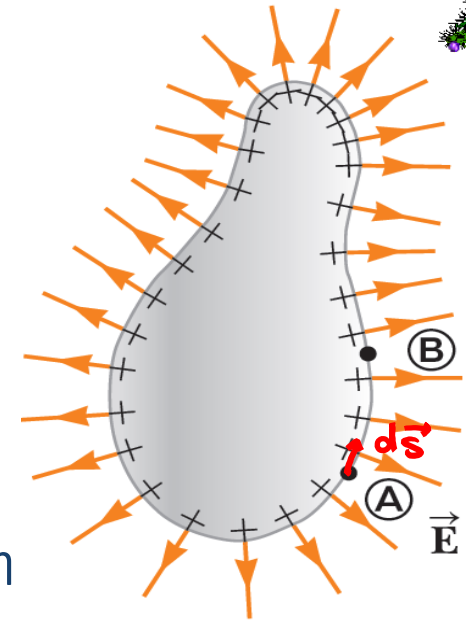
Ηλεκτρικό Δυναμικό

• Αγωγοί – Δυναμικό

- Ας δούμε αν υπάρχουν ιδιότητες αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία οι οποίες είναι σχετιζόμενες με το δυναμικό
- Έστω δυο σημεία A και B της επιφάνειας
 - Για κάθε μονοπάτι στην επιφάνειά του από το A στο B, το ηλεκτρικό πεδίο είναι **κάθετο** στη μετατόπιση $d\vec{s}$
- Άρα

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

- **Συμπέρασμα:** η επιφάνεια οποιουδήποτε φορτισμένου αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία είναι μια επιφάνεια **σταθερού δυναμικού**: κάθε σημείο της επιφάνειας έχει το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό. Επιπλέον, το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό οπουδήποτε εντός του αγωγού και ίσο με την τιμή του στην επιφάνεια





Τέλος Διάλεξης
