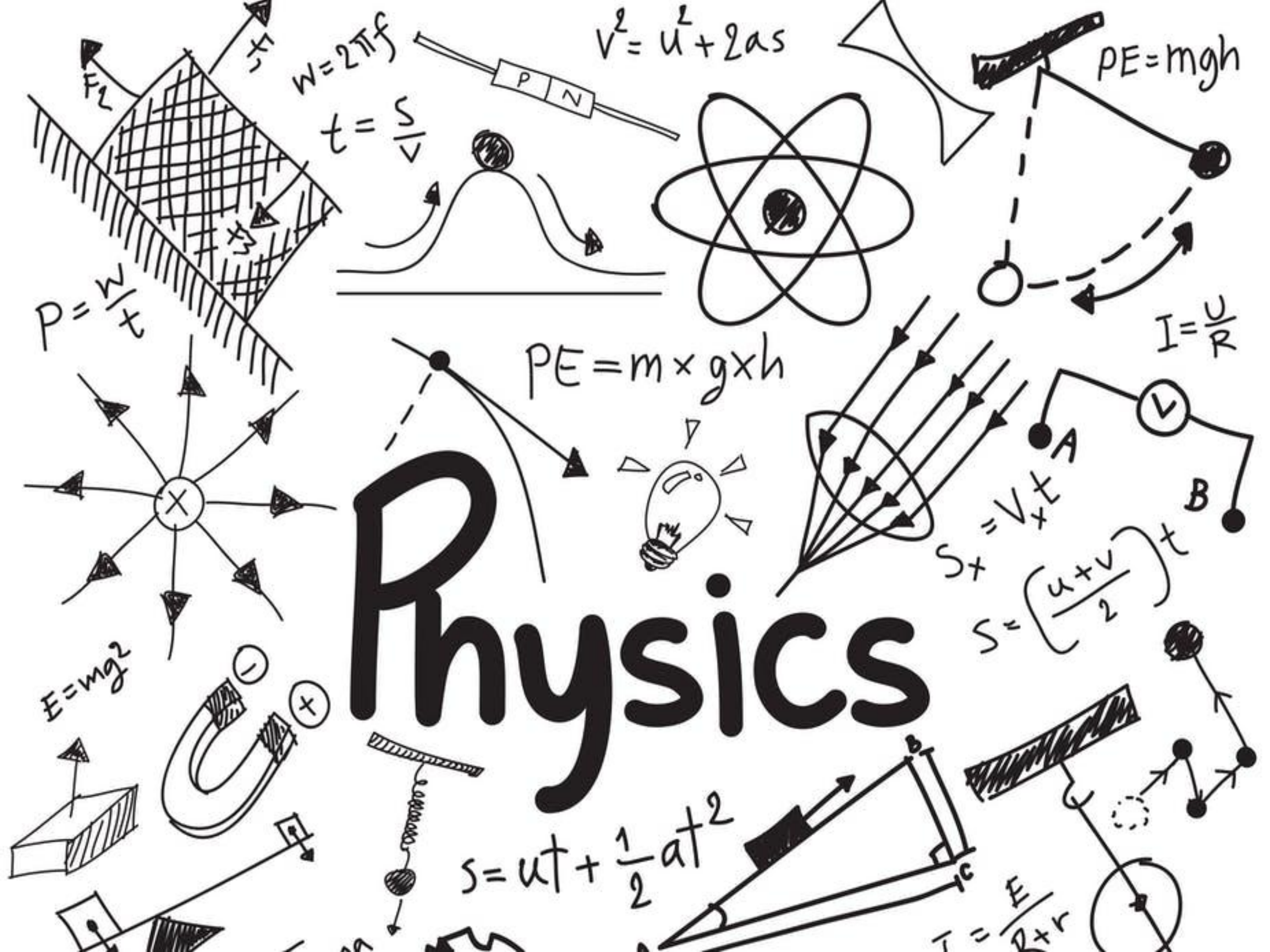
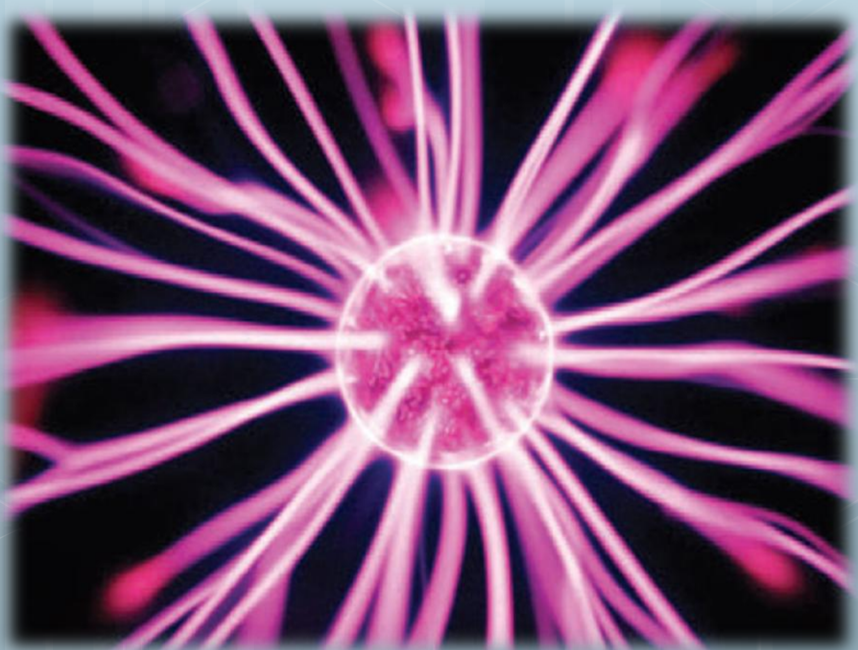

Physics
W=2πf
V²=u²+2as
PE=mgh
t=S/V
P N
P=W/t
PE=m×g×h
I=U/R
A
B
S=(u+v)/2 t
E=mg²
s=ut+1/2at²
I=E/R+r



Εικόνα: Σε μια επιτραπέζια μπάλα πλάσματος, οι χρωματιστές γραμμές που βγαίνουν από τη σφαίρα αποδεικνύουν την ύπαρξη ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου.

3η Ενότητα
Ηλεκτρισμός

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός

Ηλεκτρική Δύναμη

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός

Ηλεκτρική Δύναμη

Ηλεκτρομαγνητισμός

- Μελέτη των φαινομένων που σχετίζονται με τον **ηλεκτρισμό** και το **μαγνητισμό**
- Νόμοι του Ηλεκτρομαγνητισμού
  - Πανταχού παρόντες: smartphones, τηλεοράσεις, ηλεκτροκινητήρες, Η/Υ, επιταχυντές σωματιδίων, κ.α.
- Ηλεκτρικός → ήλεκτρο (αρχ. Ελλ.) = κεχριμπάρι (απολιθωμένη ρητίνη, παράγωγο των κωνοφόρων δένδρων)
- Μαγνητικός → Μαγνησία Μ. Ασίας (σημερινή Μανίσα, κοντά στη Σμύρνη) → περιοχή που βρέθηκε για πρώτη φορά ο μαγνητίτης
- <u>Στόχος μας</u>: να αναπτύξουμε μοντέλα κατανόησης των ηλεκτρικών φαινομένων μέσω **φορτίων και δυνάμεων**

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός

Ηλεκτρική Δύναμη

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός

Ηλεκτρική Δύναμη

Ηλεκτρική Δύναμη

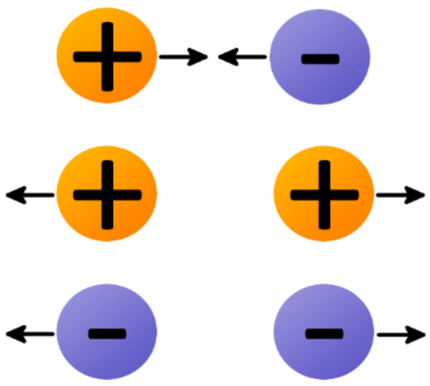
- Όλοι έχετε “δει” ηλεκτρικές δυνάμεις γύρω σας
  - **Τρίψτε** ένα μπαλόνι στα μαλλιά σας και θα δείτε ότι έλκει κομματάκια χαρτιού
- Μια τέτοια συμπεριφορά της ύλης αναφέρεται ως **ηλεκτρική φόρτιση**
  - Ηλεκτρικά φορτισμένα σωματίδια κινούνται από τα μαλλιά σας στο μπαλόνι
  - Πλησιάζοντας το στα κομμάτια χαρτί, τα φορτισμένα σωματίδια έλκουν κάποια άλλα φορτισμένα σωματίδια στο χαρτί
  - Όσο περισσότερο τρίβουμε το μπαλόνι στα μαλλιά μας, τόσο μεγαλύτερη ποσότητα φορτισμένων σωματιδίων μεταφέρεται
  - Αρχικά, το μπαλόνι και τα κομματάκια χαρτιού ονομάζονται **(ηλεκτρικά) ουδέτερα**
    - …απλά γιατί δεν έχουν πλεόνασμα ή έλλειμα φορτίων

Ηλεκτρική Δύναμη

- Πειράματα έδειξαν ότι υπάρχουν δυο είδη ηλεκτρικού φορτίου

- Ονομάστηκαν ***θετικό*** και **αρνητικό** *φορτίο*
  - Τα **ηλεκτρόνια** (ή και άλλα σωματίδια) έχουν **αρνητικό φορτίο**
  - Τα **πρωτόνια** (ή και άλλα σωματίδια) έχουν **θετικό φορτίο**

- **Φορτία ίδιου προσήμου απωθούνται**
- **Φορτία αντίθετου προσήμου έλκονται**



Ηλεκτρική Δύναμη

- **Αρχή Διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου**
  - …σε απομονωμένο σύστημα
  - Μεταφορά (όχι δημιουργία!) φορτίου από ένα σώμα σε ένα άλλο
    - Το ένα φορτίζεται **θετικά (πλεόνασμα θετικού φορτίου)**, το άλλο **αρνητικά (πλεόνασμα αρνητικού φορτίου)**
  - Ποιος είναι όμως ο «φορέας» του φορτίου;
    - Ξέρουμε πλέον ότι – στα μέταλλα – τα **ηλεκτρόνια** μεταφέρουν φορτίο, τα οποία μεταφέρονται από ένα μέταλλο σε ένα άλλο, δημιουργώντας θετική ή αρνητική φόρτιση

Ηλεκτρική Δύναμη

- **Αρχή Διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου**

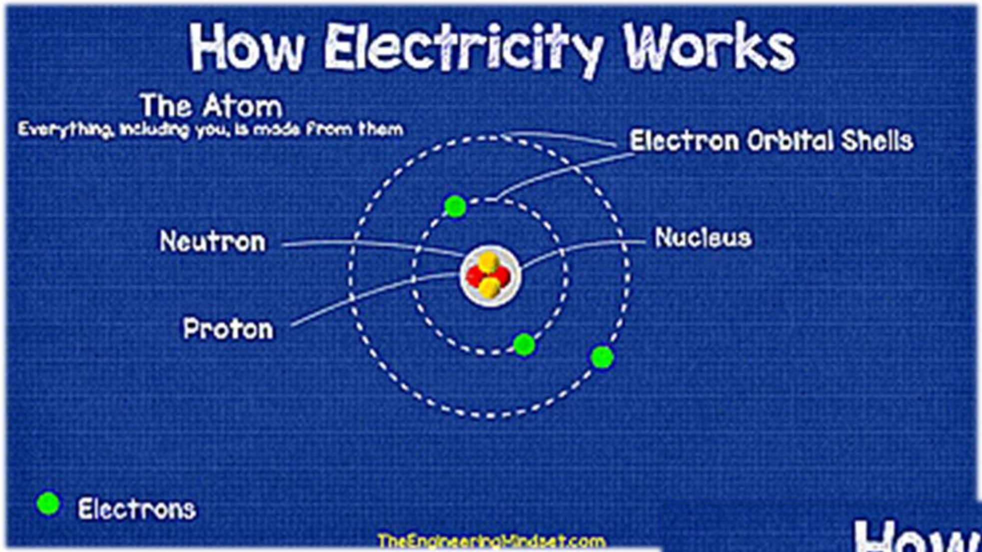
  - Το 1909, ο R. Milikan ανακάλυψε ότι το ηλεκτρικό φορτίο q απαντάται στη φύση σε **ακέραια** πολλαπλάσια ενός στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου e:

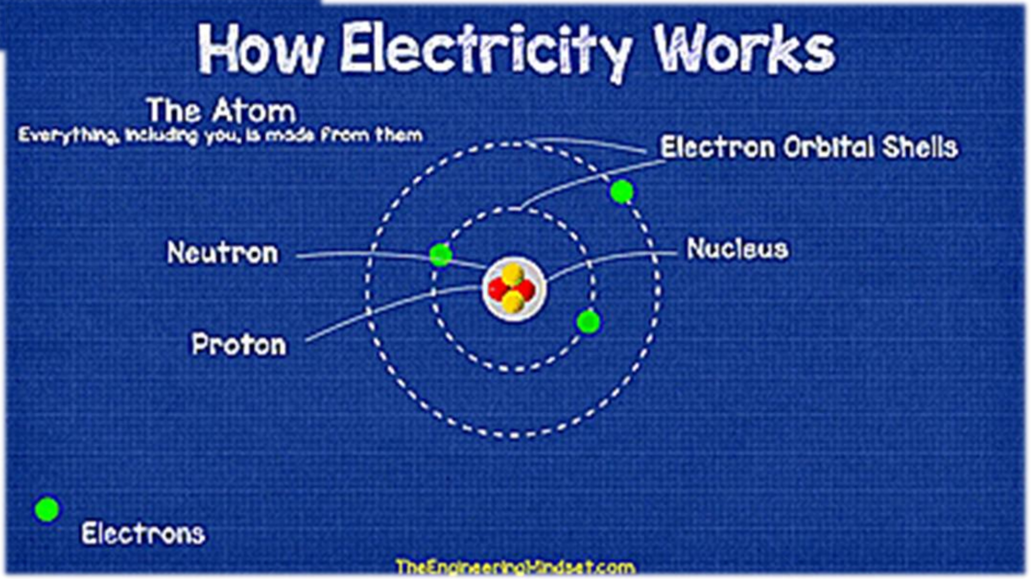
$$q = Ne, \qquad N \in \mathbb{Z}$$

  - Λέμε ότι το ηλεκτρικό φορτίο είναι **κβαντισμένο**

  - **Ηλεκτρόνιο**: φορτίο **-e** , **Πρωτόνιο**: φορτίο **+e**

Ηλεκτρική Δύναμη



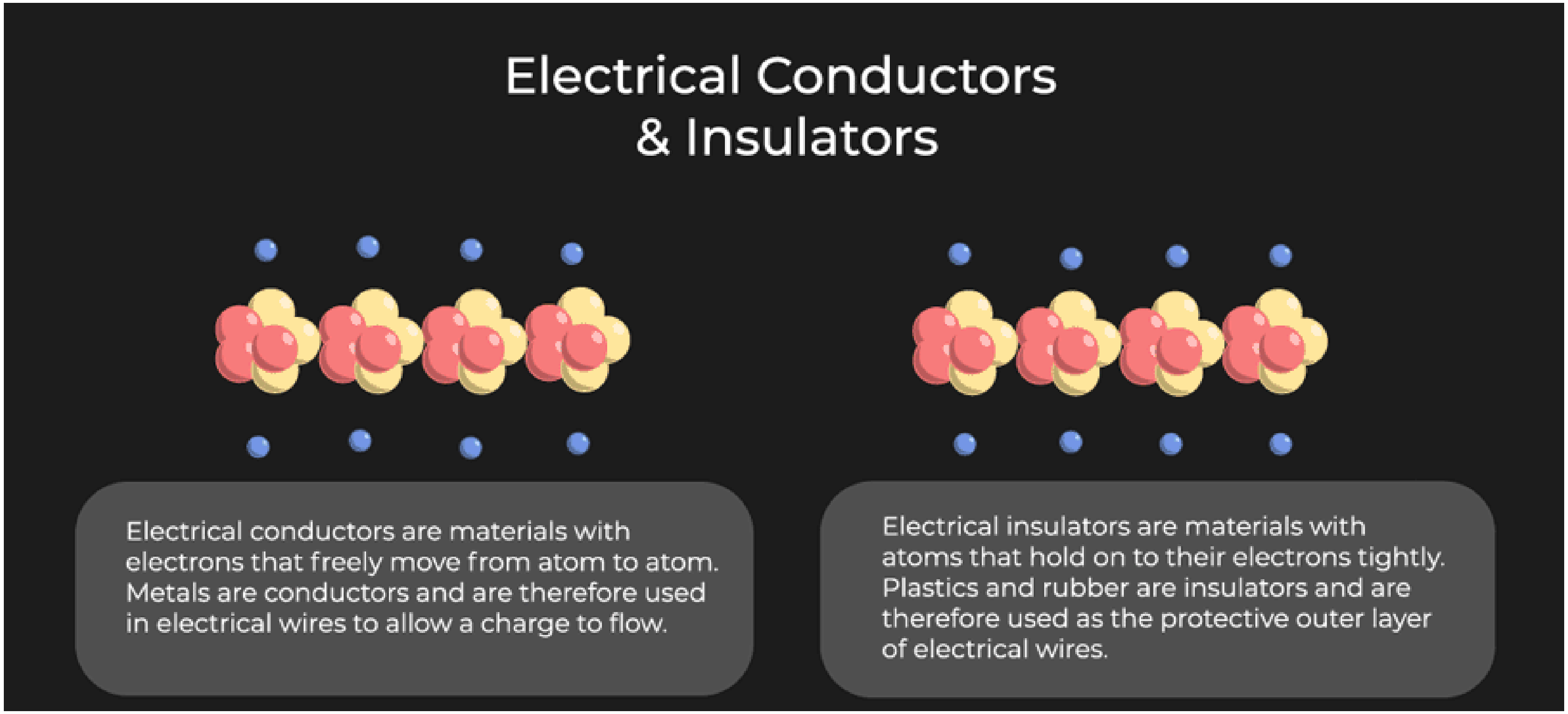


Ηλεκτρική Δύναμη

- **Κατηγοριοποίηση υλικών**
- ***Αγωγοί:*** υλικά (χαλκός, αλουμίνιο, άργυρος, κλπ) όπου κάποια ηλεκτρόνια είναι ελεύθερα και δεν είναι δεσμευμένα σε άτομα, και μπορούν να κινηθούν σχετικά ελεύθερα στο υλικό
  - Όταν φορτιστούν, το φορτίο κατανέμεται άμεσα σε όλη την επιφάνεια του υλικού
- ***Μονωτές:*** υλικά (γυαλί, ξύλο, κλπ) που όλα τα ηλεκτρόνια τους είναι δεσμευμένα σε άτομα και δεν μπορούν να κινηθούν ελεύθερα
  - Όταν φορτιστούν, το φορτίο κατανέμεται σε μια συγκεκριμένη περιοχή
- ***Ημιαγωγοί:*** με προσθήκη συγκεκριμένης ποσότητας ατόμων στο υλικό (πυρίτιο, γερμάνιο), εναλλάσσονται από αγωγοί σε μονωτές

Ηλεκτρική Δύναμη

- **Κατηγοριοποίηση υλικών**



Ηλεκτρική Δύναμη

- **Ο νόμος του Coulomb**
  - Ο Charles Coulomb ανακάλυψε πειραματικά το **μέτρο** των ηλεκτρικών δυνάμεων ανάμεσα σε **ακίνητα φορτισμένα σωματίδια**
  - Από τα πειράματά του προέκυψε ότι: **η ηλεκτρική δύναμη ανάμεσα σε δυο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια q_1, q_2 (μηδενικού μεγέθους – σημειακά) που απέχουν απόσταση r μεταξύ τους δίνεται από τη σχέση**

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

όπου k_e ονομάζεται σταθερά του Coulomb

  - Πειράματα έδειξαν ότι η ηλεκτρική δύναμη είναι **συντηρητική**

Ηλεκτρική Δύναμη

- **Ο νόμος του Coulomb**
- **Σταθερά $\boldsymbol{k_e}$**
  - $k_e = 9 \times 10^9 \ \frac{Nm^2}{C^2}$ (περίπου)
  - Επίσης, γράφεται ως

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

  όπου ϵ_0 η **διηλεκτρική σταθερά του κενού**
- Μονάδα μέτρησης ηλεκτρ. δύναμης στο S.I. : Newton (N)
- Το μικρότερο ελεύθερο φορτίο που έχει βρεθεί στη φύση είναι

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\ C$$

  - $\boldsymbol{C = \mathbf{Coulomb}}$: **μονάδα μέτρησης φορτίου**
  - Μη θεμελιώδης μονάδα μέτρησης
    - Εξαρτάται από άλλες μονάδες που θα δούμε στη συνέχεια

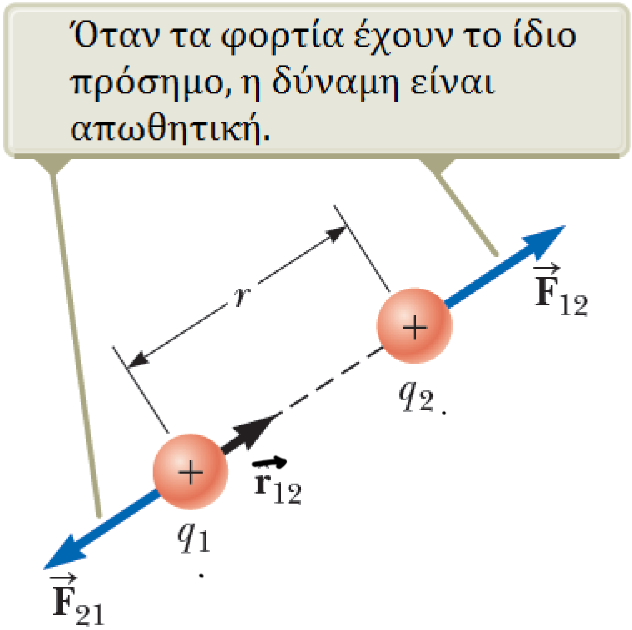
Ηλεκτρική Δύναμη

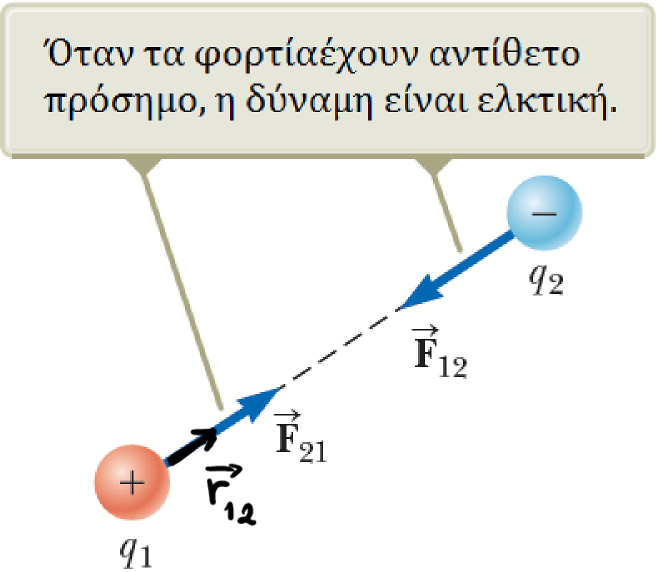
- **Ο νόμος του Coulomb – Διανυσματική μορφή**

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{12}}$$

με $\vec{r}_{12}$ το μοναδιαίο διάνυσμα από το φορτίο 1 στο φορτίο 2

Σπάνια θα χρησιμοποιούμε αυτή τη γραφή (έχουμε καλύτερες) και μόνο για να εξάγουμε θεωρητικά αποτελέσματα



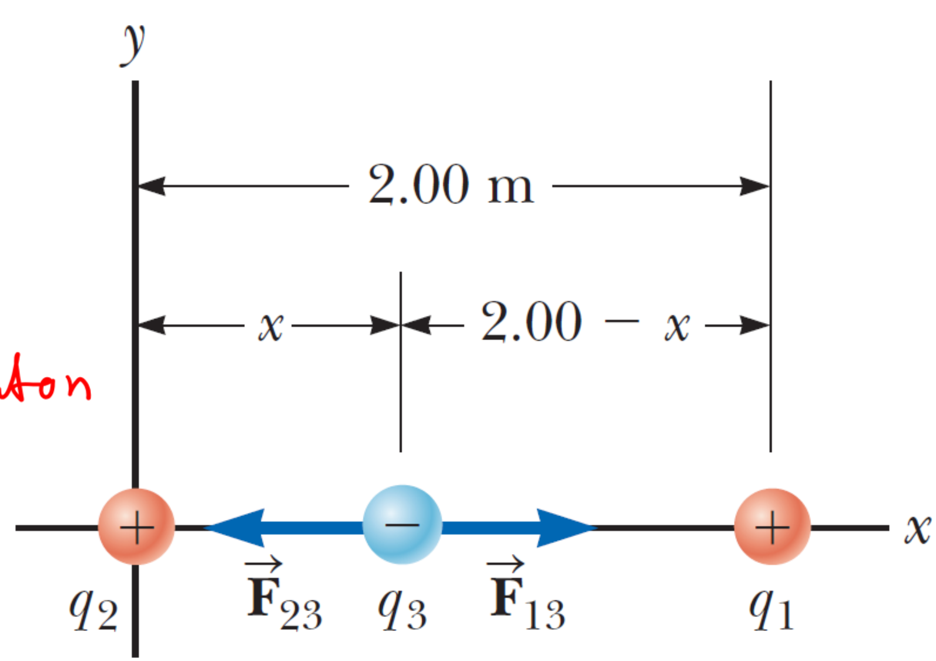


Ηλεκτρική Δύναμη

- **Παράδειγμα:**
- Τρία φορτισμένα σωματίδια βρίσκονται επάνω στον x-άξονα όπως στο σχήμα. Το $q_1 = 15\ \mu C$ βρίσκεται «δεμένο» στη θέση $x = 2\ m$, το $q_2 = 6\ \mu C$ βρίσκεται «δεμένο» στην αρχή των αξόνων, και η συνισταμένη των δυνάμεων στο q_3 είναι μηδέν.
Βρείτε τη θέση του q_3.

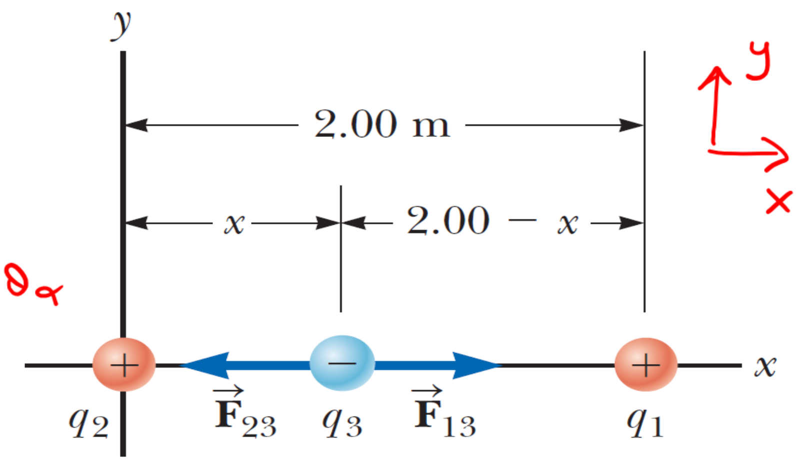
Ισορροπία $\Longleftrightarrow$ 1ος Ν. Newton

$$\sum \vec{F}_x = \vec{\emptyset}$$



Ηλεκτρική Δύναμη

- **Παράδειγμα – Λύση:**



Αφού θέλουμε το q_3 να ισορροπεί, θα πρέπει στη θέση x να ισχύει ο 1ος Ν. Newton: $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = \vec{0} \Rightarrow F_{13} - F_{23} = 0 \Leftrightarrow \boxed{F_{13} = F_{23}}.$$

Άρα
$$\cancel{k_e}\frac{|q_1|\cdot\cancel{|q_3|}}{(2-x)^2} = \cancel{k_e}\frac{|q_2|\cdot\cancel{|q_3|}}{x^2} \Leftrightarrow \frac{|q_1|}{(2-x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{15\cdot\cancel{10^{-6}}}{(2-x)^2} = \frac{6\cdot\cancel{10^{-6}}}{x^2} \Leftrightarrow \frac{15}{(2-x)^2} = \frac{6}{x^2} \Leftrightarrow 15x^2 = 6(2-x)^2 \Leftrightarrow$$

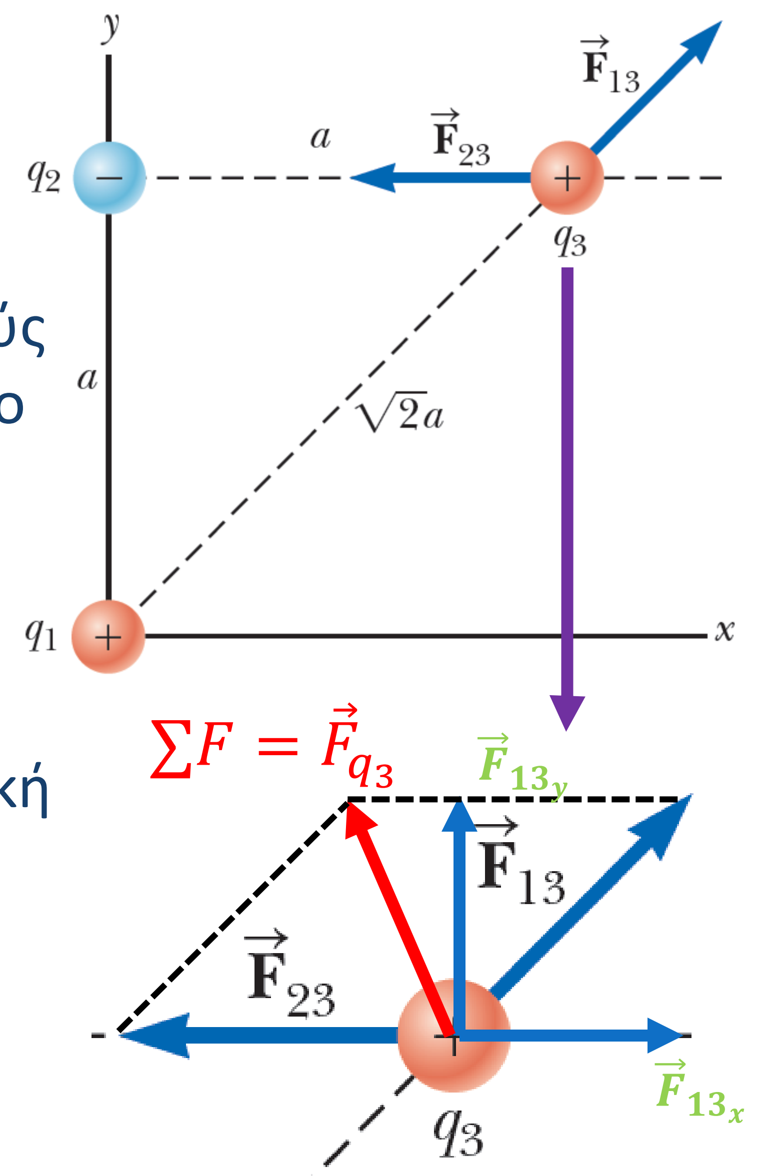
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 8 = 0 \begin{cases} x_1 = 0.775\ m & \checkmark \\ x_2 = -3.44\ m & \times \end{cases}$$

Άρα $x = 0.775\ m$

Ηλεκτρική Δύναμη

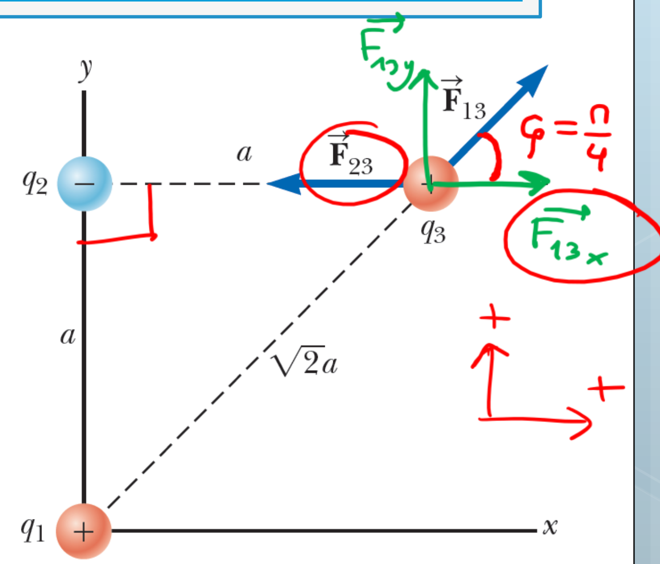
- **Παράδειγμα:**
- Τρια σημειακά φορτία βρίσκο-νται στις γωνίες ενός ισοσκελούς ορθογωνίου τριγώνου όπως στο σχήμα.
  Δίνεται ότι $q_1 = q_3 = 5\ \mu C$, $q_2 = -2\ \mu C$ και $\alpha = 0.1\ m$.

  Βρείτε τη συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο q_3.



Ηλεκτρική Δύναμη

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Δίδεται ότι $q_1 = q_3 = 5\,\mu C,\ q_2 = -2\,\mu C$ και $\alpha = 0.1\,m$. Βρείτε τη συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη στο q_3.



Έστω $\vec{F}_{q_3}$ η συνισταμένη των ηλεκτρ. δυνάμεων που ασκούνται στο φορτίο q_3, δηλ.

$$\vec{F}_{q_3} = \vec{F}_{q_{3x}} + \vec{F}_{q_{3y}} = F_{q_{3x}}\cdot\vec{i} + F_{q_{3y}}\cdot\vec{j} \quad (A)$$

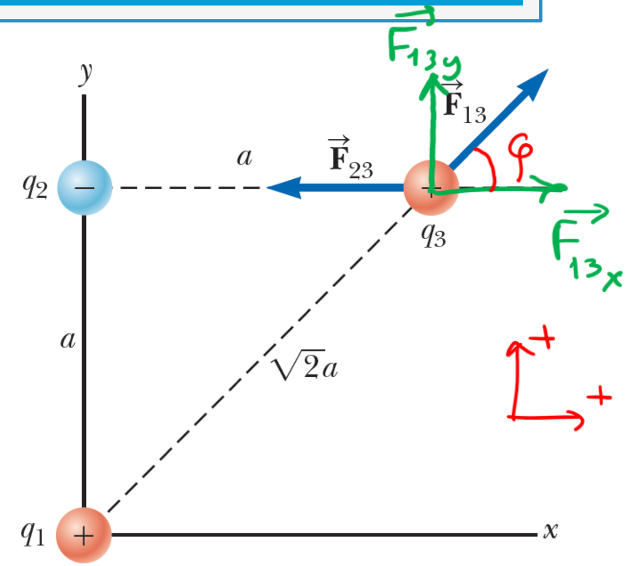
→ Στον άξονα x'x: $\vec{F}_{q_{3x}} = \vec{F}_{13x} + \vec{F}_{23} \Rightarrow F_{q_{3x}} = F_{13x} - F_{23}$ (1)

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2|\cdot|q_3|}{a^2} = 9\cdot10^9\,\frac{2\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-6}}{(10^{-1})^2} = \dots = 9.0\ N \quad (2)$$

$F_{13x} = F_{13}\cdot\cos\frac{\pi}{4}$, λόγω γεωμετρίας του σχήματος. $= F_{13}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ηλεκτρική Δύναμη

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Δίδεται ότι $q_1 = q_3 = 5\ \mu C,\ q_2 = -2\ \mu C$ και $\alpha = 0.1\ m$. Βρείτε τη συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη στο q_3.



Άρα $F_{13x} = k_e \dfrac{|q_1|\cdot|q_3|}{(\sqrt{2}a)^2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} =$

$= 9\cdot10^{9}\cdot\dfrac{5\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-6}}{2\cdot10^{-2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dots \cong 7.9\ N$ (3)

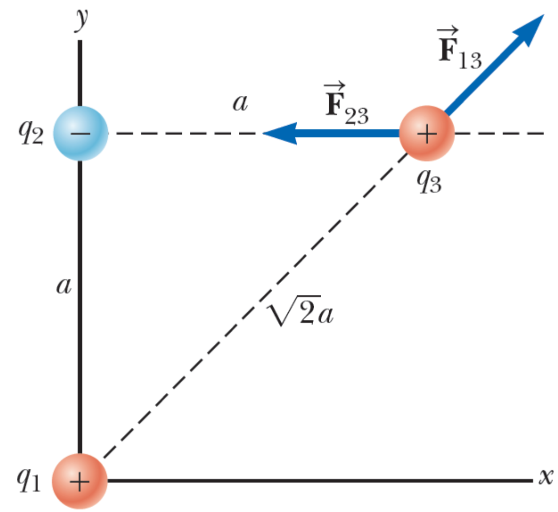
Η (1) λόγω (2), (3) δίνει $\vec{F}_{q_{3x}} = (7.9-9\ N)\vec{i} = (-1.1\ N)\vec{i}$ (4)

→ Στον άξονα y'y: $\vec{F}_{q_{3y}} = \vec{F}_{13y} \Rightarrow F_{q_{3y}} = F_{13y}$ (5)

$F_{13y} = F_{13}\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = F_{13}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} = k_e\cdot\dfrac{|q_1|\cdot|q_3|}{(\sqrt{2}a)^2}\dfrac{\sqrt{2}}{2} =$

Ηλεκτρική Δύναμη

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Δίδεται ότι $q_1 = q_3 = 5\ \mu C,\ q_2 = -2\ \mu C$ και $\alpha = 0.1\ m$. Βρείτε τη συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη στο q_3.



$$= 9\cdot 10^9 \cdot \frac{5\cdot 10^{-6}\cdot 5\cdot 10^{-6}}{2\cdot 10^{-2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \dots \cong 7.9\,N$$

Άρα $F_{q_{3y}} = 7.9\,N \Rightarrow \vec{F}_{q_{3y}} = (7.9\,N)\,\vec{j}$ (6)

Η (A) λόγω (4), (6) δίνει $\vec{F}_{q_3} = (-1.1\,N)\cdot\vec{i} + (7.9\,N)\,\vec{j}$

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
  - Πώς «γνωρίζει» ένα φορτισμένο σωματίδιο την παρουσία ενός άλλου φορτισμένου σωματιδίου ώστε να αναπτυχθεί δύναμη Coulomb μεταξύ τους;
    - Για να απαντήσουμε σε αυτό χρειαζόμαστε την έννοια του ***πεδίου***
  - Η έννοια του πεδίου αναπτύχθηκε από τον M. Faraday
  - **Ηλεκτρικό πεδίο** υπάρχει σε μια περιοχή του χώρου γύρω από ένα φορτισμένο σωματίδιο…
    - …που λέγεται ***πηγή φορτίου***
  - Το αντιλαμβανόμαστε όταν ένα άλλο (αρκετά μικρότερου φορτίου) φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο και τότε μια ηλεκτρική δύναμη ασκείται πάνω του

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
  - Ορίζουμε το **διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ σε ένα σημείο του χώρου ως η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα μικρό φορτίο q_0 που βρίσκεται στο σημείο αυτό, δια το φορτίο αυτό**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

  - Άρα το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου έχει την **ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη** που θα ασκούνταν σε ένα μικρό **θετικό** φορτίο q_0
  - Ένα ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει σε ένα σημείο του χώρου αν ένα φορτισμένο σωματίδιο (με μικρό φορτίο q_0) υφίσταται μια ηλεκτρική δύναμη

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

Το q_0 αποκαλείται συχνά και «δοκιμαστικό φορτίο»

Ηλεκτρικά Πεδία

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
  - Αν το $q_0 > 0$, η ηλεκτρ. δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα του ηλεκτρ. πεδίου στο σημείο του φορτίου q_0
  - Αν το $q_0 < 0$, το διάνυσμα του ηλεκτρ. πεδίου στο σημείο του φορτίου q_0 και η ηλεκτρική δύναμη έχουν αντίθετες κατευθύνσεις
  - Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ σε ένα σημείο P λόγω της παρουσίας **πηγής φορτίου** q σε απόσταση r από το σημείο P δίνεται ως

$$\vec{E}q_0 = \vec{F}_e \Rightarrow \vec{E}\cancel{q_0} = k_e\frac{q\cancel{q_0}}{r^2}\vec{\mathbf{r}} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = k_e\frac{q}{r^2}\vec{\mathbf{r}}}$$

με $\vec{\mathbf{r}}$ το γνωστό μοναδιαίο διάνυσμα που είδαμε νωρίτερα

  - Το **μέτρο** του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P δίνεται ως

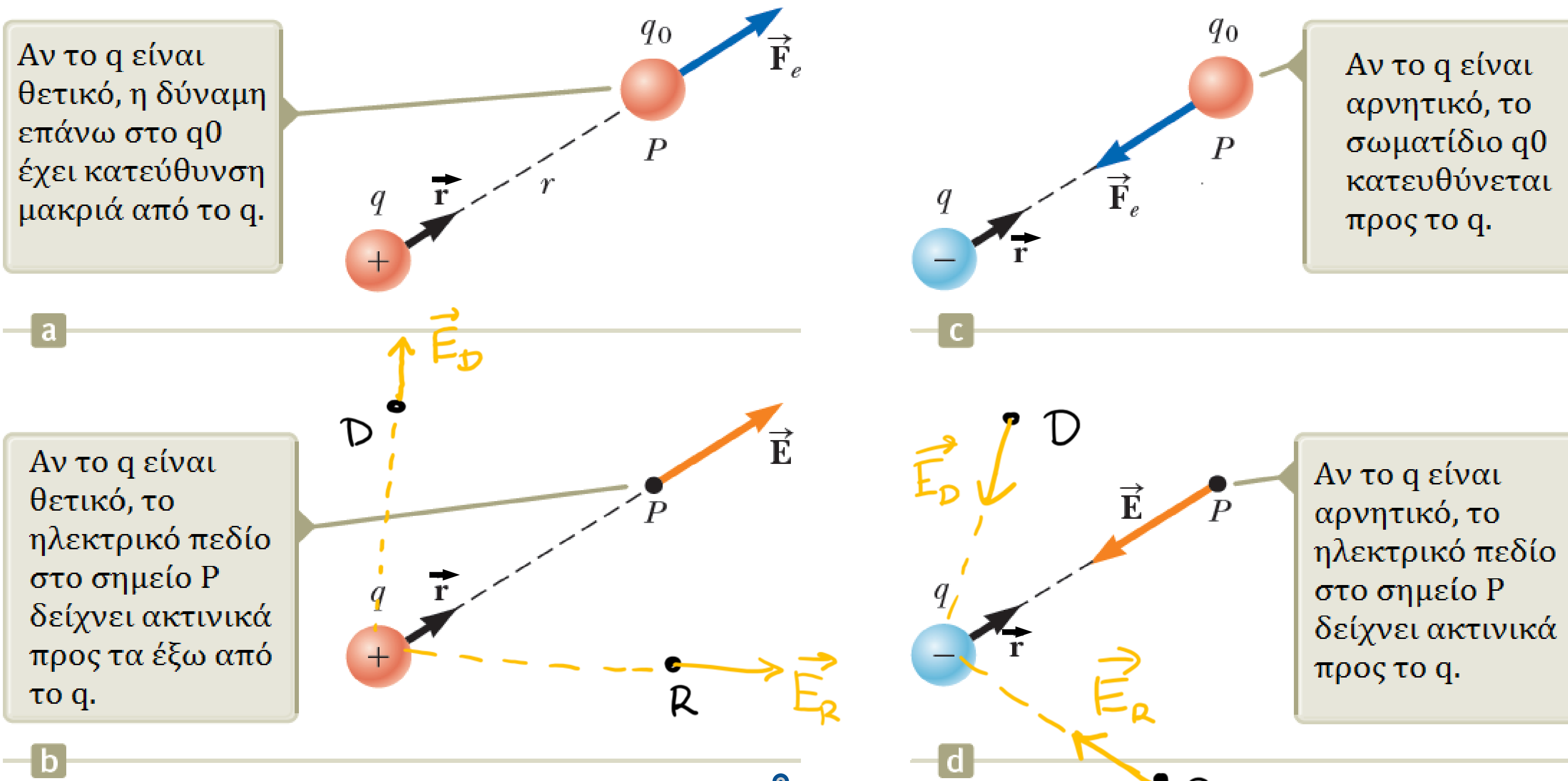
$$|\vec{E}| = E = k_e\frac{|q|}{r^2}$$

Ηλεκτρικό πεδίο αποκλειστικά εξαρτώμενο από την πηγή φορτίου q!

Ηλεκτρικά Πεδία

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

- **Ηλεκτρικό πεδίο**

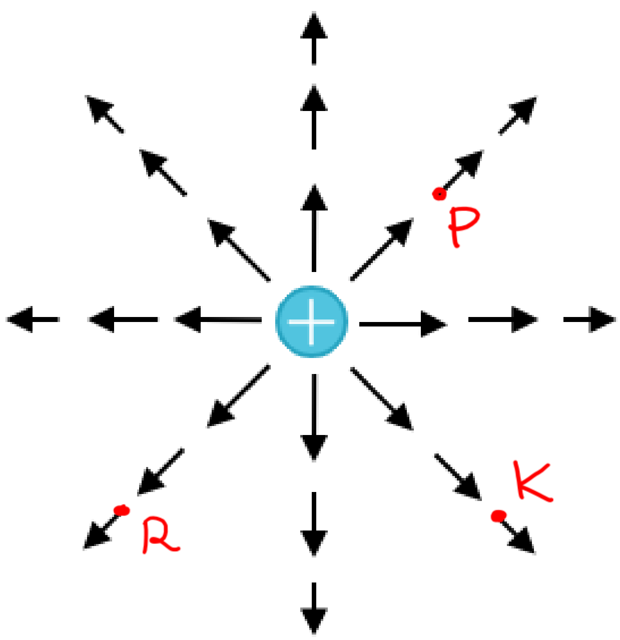


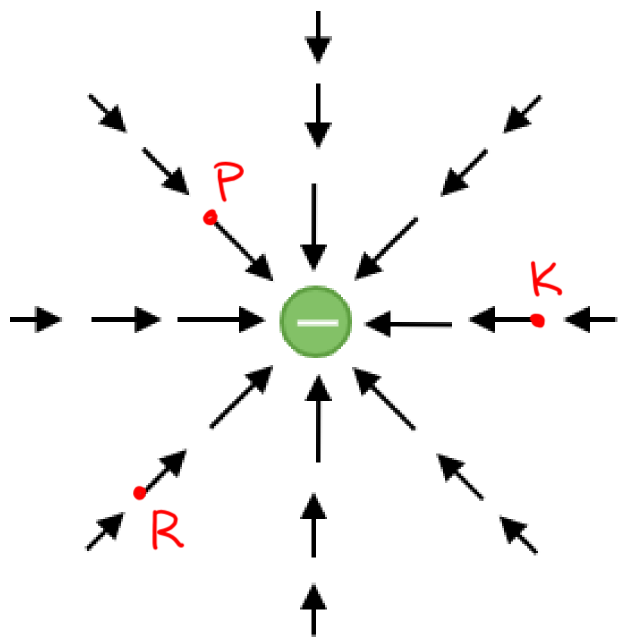
Θετική πηγή φορτίου → φορά πεδίου ακτινικά «προς τα έξω»

Αρνητική πηγή φορτίου → φορά πεδίου ακτινικά «προς τα μέσα»

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
  - Για τρια τυχαία σημεία γύρω από την πηγή φορτίου, το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου φαίνεται παρακάτω





Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
  - Τι συμβαίνει αν έχουμε πολλές πηγές φορτίου q_i;
  - Πως υπολογίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P?

  - Ηλεκτρικό πεδίο: διανυσματικό μέγεθος

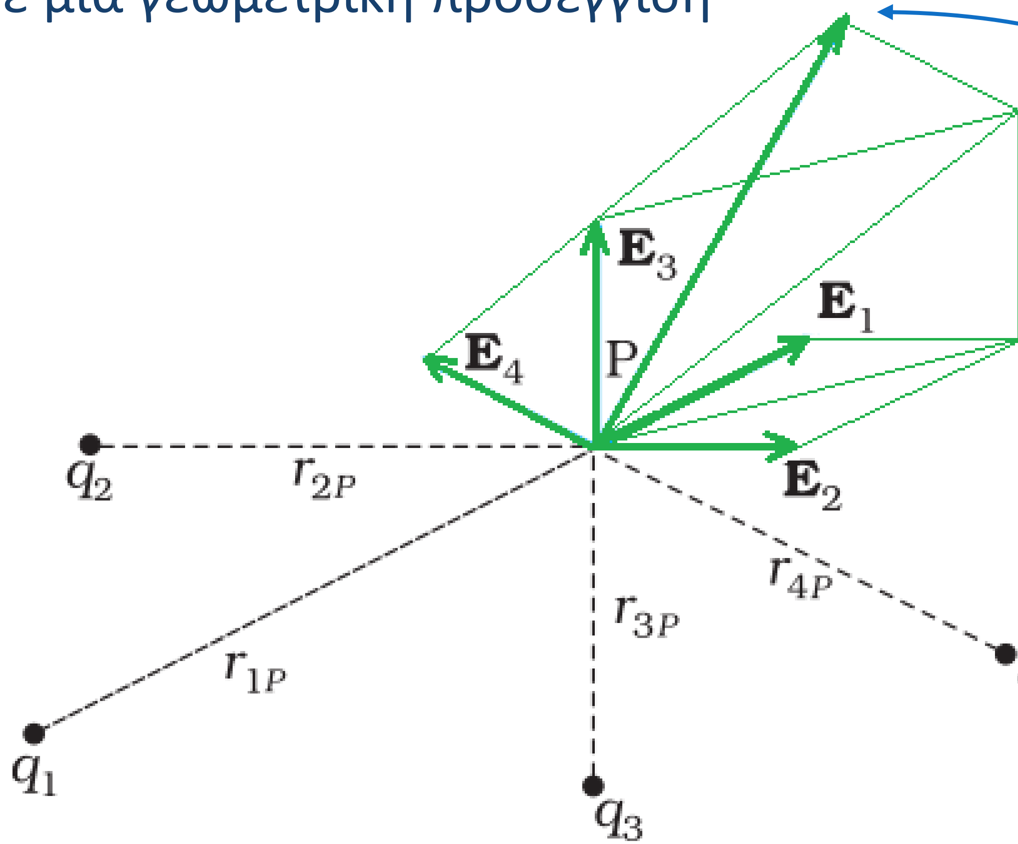
$$\vec{E}_P = \vec{E}_{q_1} + \vec{E}_{q_2} + \vec{E}_{q_3} + \cdots = \sum_i \vec{E}_{q_i} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{\mathbf{r_i}}$$

όπου r_i η απόσταση της i −οστής πηγής φορτίου q_i από ένα σημείο P και $\vec{\mathbf{r_i}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα από τη i −οστή πηγή φορτίου q_i στο σημείο P

  - Προσθέτουμε διανυσματικά τις επιμέρους συνεισφορές
  - Πολλές φορές, η ανάλυση σε συνιστώσες είναι πολύ βολική!

Ηλεκτρικά Πεδία

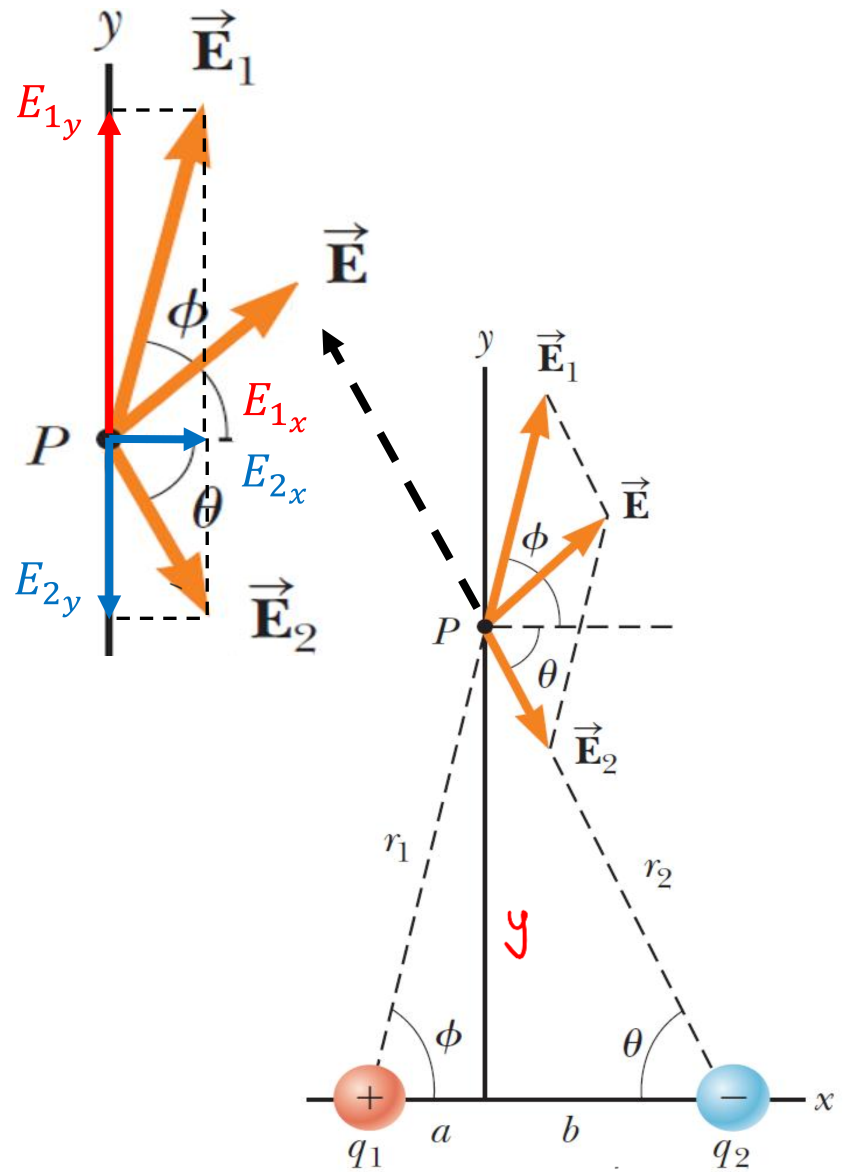
- **Ηλεκτρικό πεδίο**
  - Τι συμβαίνει αν έχουμε πολλές πηγές φορτίου q_i;
  - Δείτε μια γεωμετρική προσέγγιση



$$\Sigma\vec{E}_i = \vec{E}_P$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα:**
- Φορτία q_1, q_2 βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, σε αποστάσεις a και b, αντίστοιχα, από την αρχή των αξόνων, όπως στο σχήμα.
  Α) Βρείτε τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο $P\ (0, y)$.
  Β) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο P στην ειδική περίπτωση που $|q_1| = |q_2|$ και $a = b$.
  Γ) Στο Β) ερώτημα, βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο όταν $y \gg a$.



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Α) Βρείτε τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο $P\ (0, y)$.

Το ηλ. πεδίο στο σημείο P θα είναι

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P_x} + \vec{E}_{P_y} = E_{P_x}\cdot\vec{i} + E_{P_y}\cdot\vec{j}$$

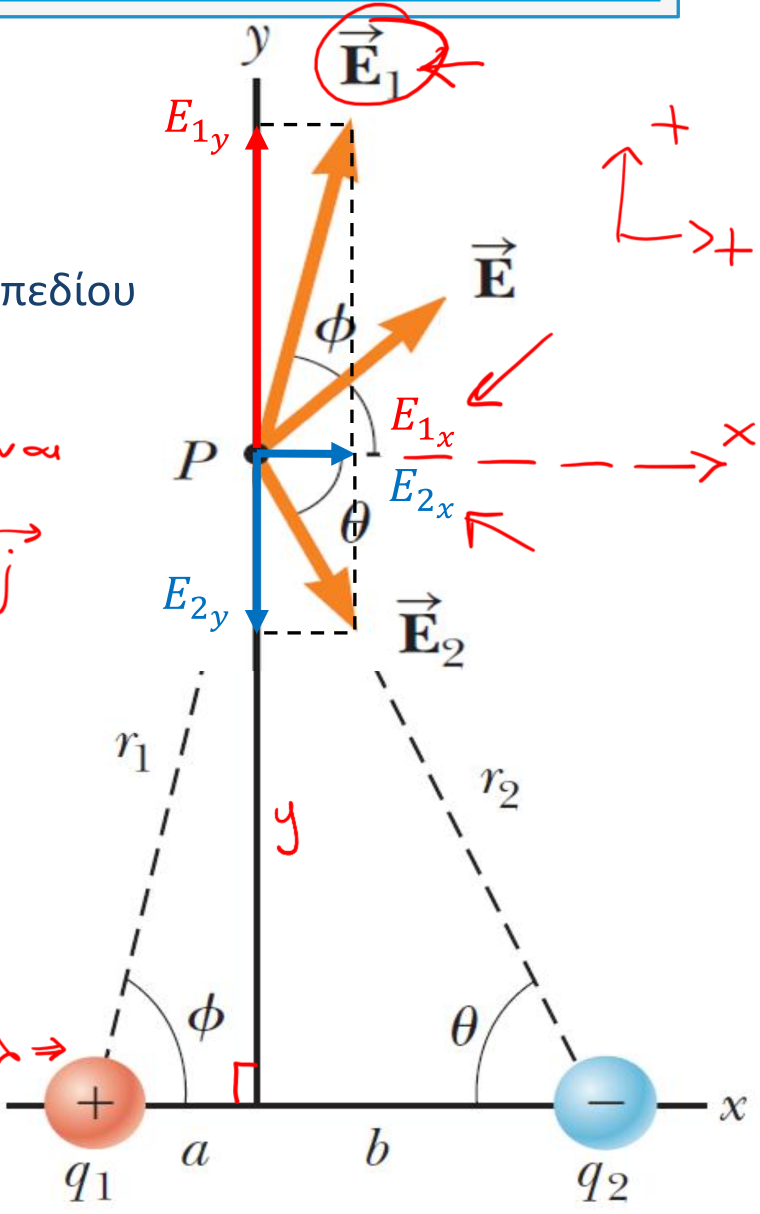
Είναι $\vec{E}_{P_x} = \vec{E}_{1x} + \vec{E}_{2x}$

$$E_{Px} = E_{1x} + E_{2x}$$

Είναι

$$E_{1x} = E_1 \cdot \cos\varphi = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2}\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{a}{r_1} = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$$



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Α) Βρείτε τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο $P\ (0, y)$.

$$\Rightarrow E_{1x} = k_e \frac{|q_1|}{a^2+y^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} = k_e \frac{a|q_1|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

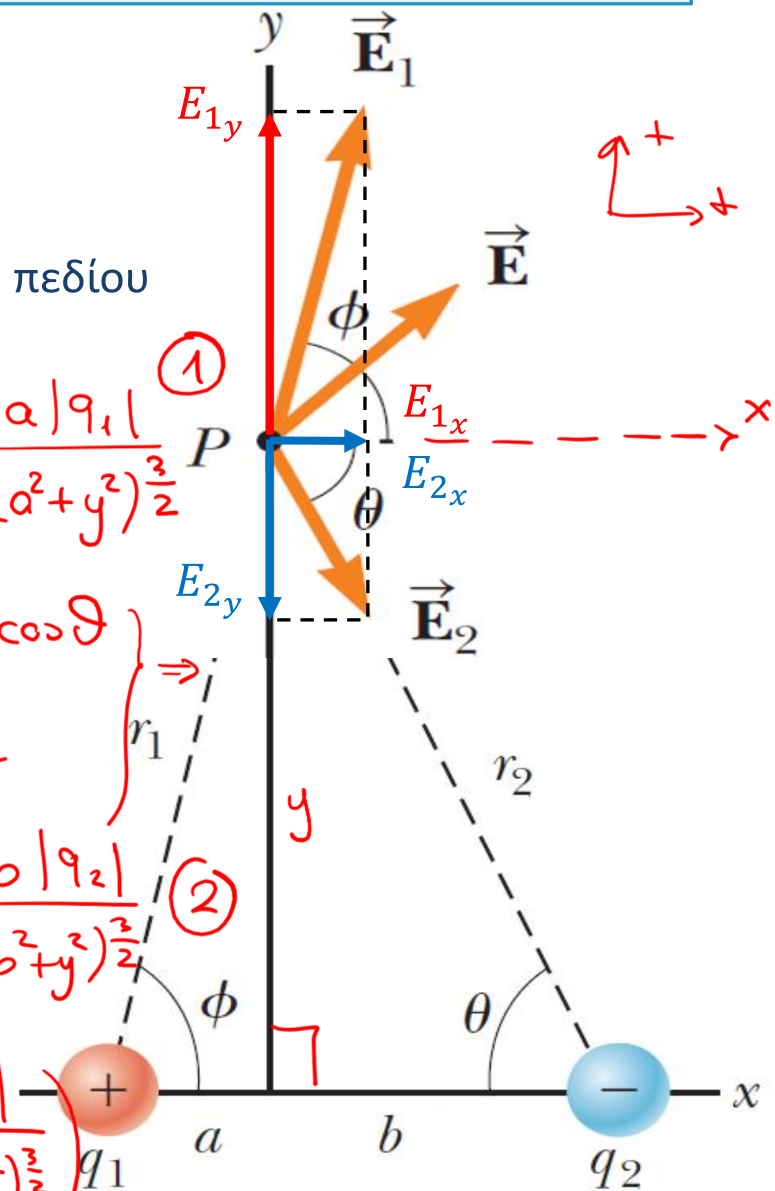
Όμοια, $E_{2x} = E_2 \cdot \cos\theta = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2}\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{b}{r_2}$

$$\Rightarrow E_{2x} = k_e \frac{|q_2|}{(b^2+y^2)} \cdot \frac{b}{\sqrt{b^2+y^2}} = k_e \frac{b|q_2|}{(b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

Άρα

$$E_{Px} = k_e \left(\frac{a|q_1|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{b|q_2|}{(b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Α) Βρείτε τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο $P\ (0, y)$.

Στα άξονα y'y: $\vec{E}_{P_y} = \vec{E}_{1y} + \vec{E}_{2y}$

Είναι

$$E_{P_y} = E_{1y} - E_{2y}$$

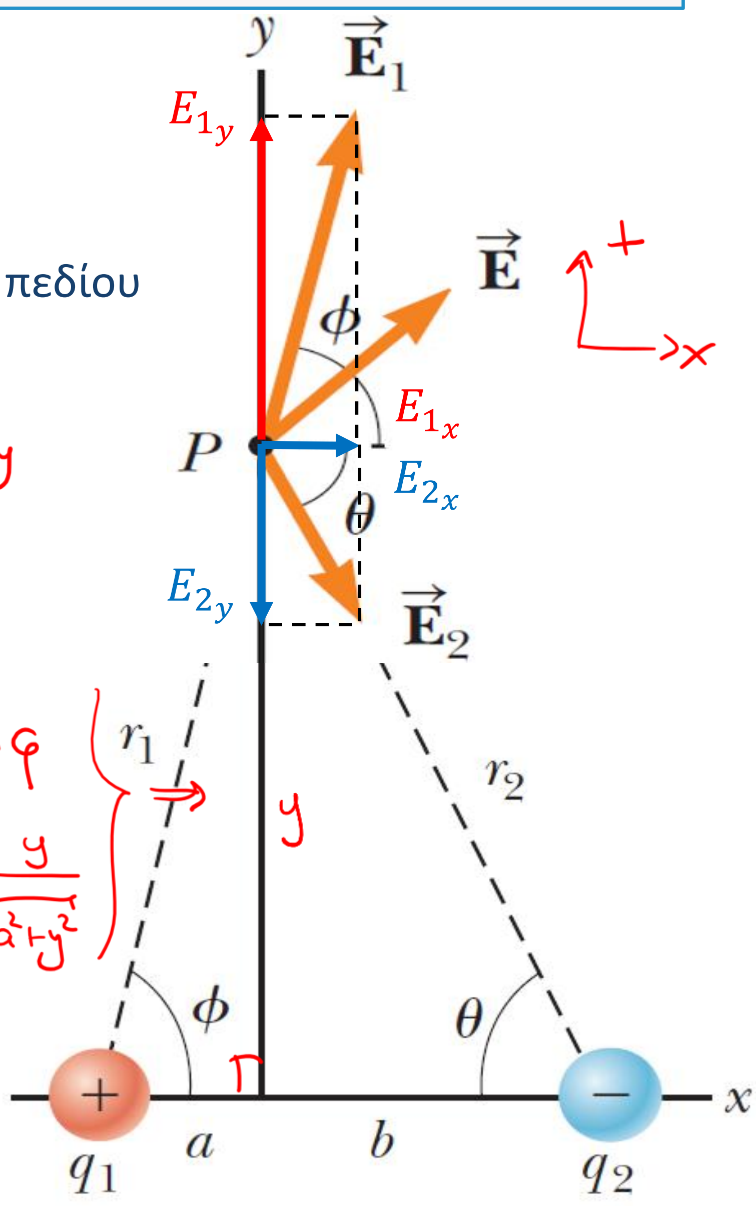
και

$$E_{1y} = E_1 \cdot \sin\varphi = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} \sin\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{y}{r_1} = \frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

$$\Rightarrow E_{1y} = k_e \frac{y|q_1|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

Όμοια, $E_{2y} = k_e \dfrac{y|q_2|}{(b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ (4)



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Α) Βρείτε τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο $P\ (0, y)$.

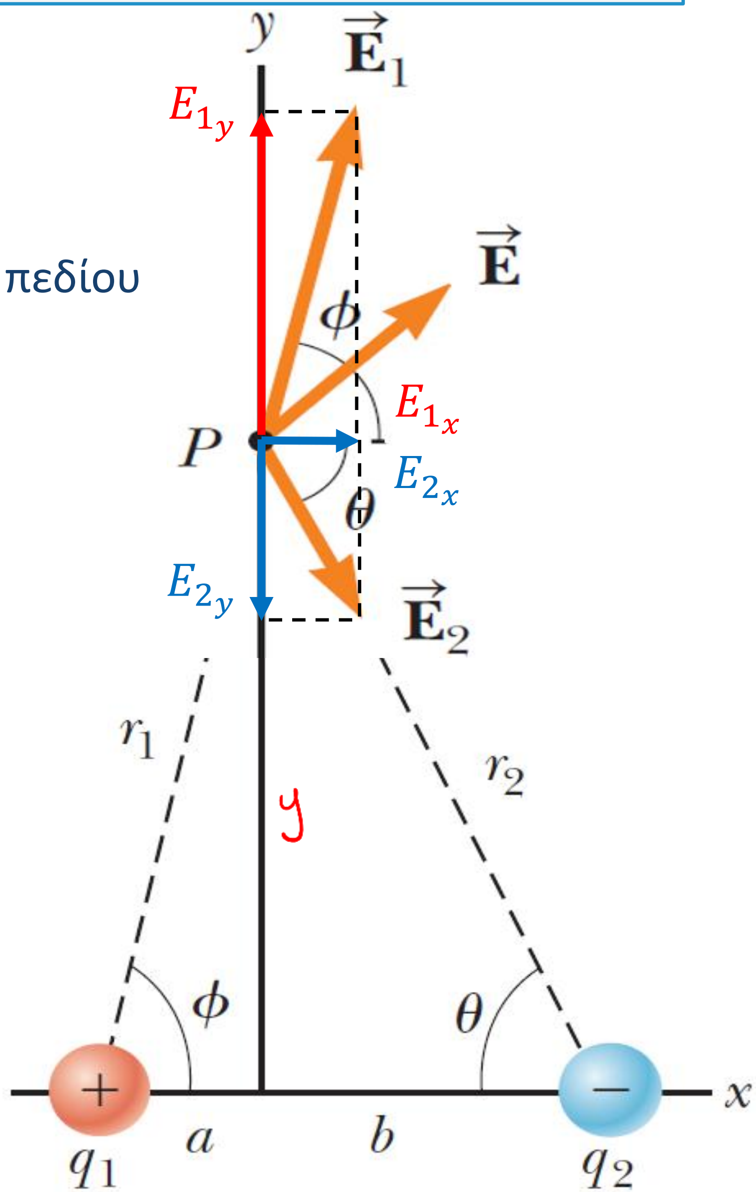
Συνολικά :

$$\vec{E}_p = E_{p_x} \cdot \vec{i} + E_{p_y} \cdot \vec{j}$$

$$= (1 + 2)\,\vec{i} + (3 - 4)\,\vec{j}$$

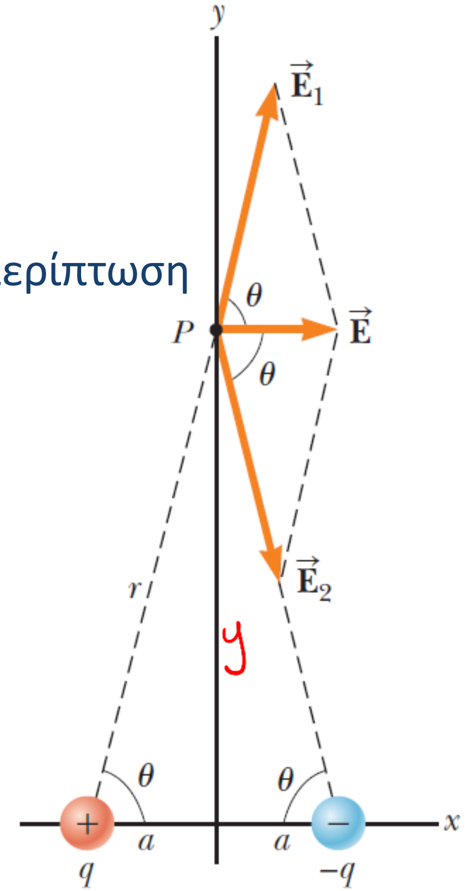
$$= k_e \left(\frac{a|q_1|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{b|q_2|}{(b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \cdot \vec{i}$$

$$+ k_e \left(\frac{y|q_1|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{y|q_2|}{(b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \cdot \vec{j}$$



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
- Β) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P στην ειδική περίπτωση που $|q_1| = |q_2|$ και $a = b$.



Απο το Α) ερώτημα:

$$E_{P_x} = k_e \left(\frac{a|q|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{a|q|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

$$= 2k_e \frac{a|q|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

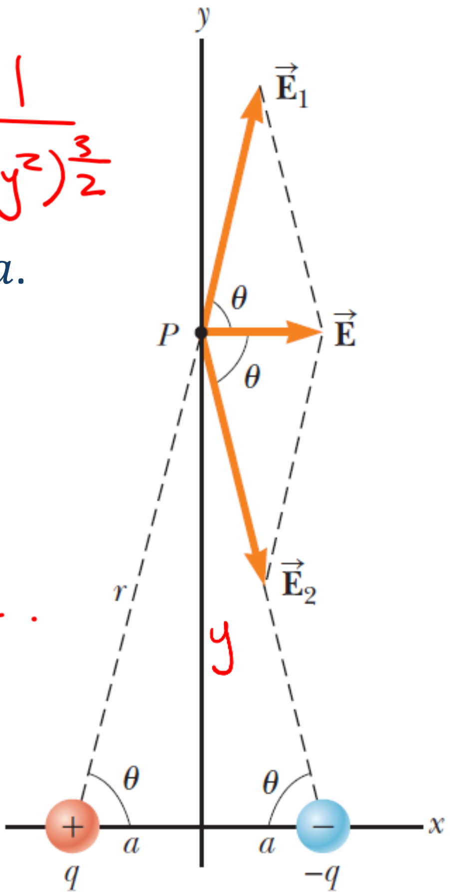
$$E_{P_y} = k_e \left(\frac{y|q|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{y|q|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) = \emptyset$$

Αρα $\quad \vec{E_P} = \left(2k_e \frac{|q|y}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \vec{i} + \emptyset \cdot \vec{j}$

Ηλεκτρικά Πεδία

$$E_p = 2k_e \frac{y|q|}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Γ) Στο Β) ερώτημα, βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο όταν $y \gg a$.



Αν $y >> a \Longrightarrow y^2 >> a^2 \Longrightarrow a^2 + y^2 \approx y^2$

Άρα

$$E_p = 2k_e \frac{a|q|}{(y^2)^{\frac{3}{2}}} = 2k_e \frac{a|q|}{y^3}.$$

δηλ.

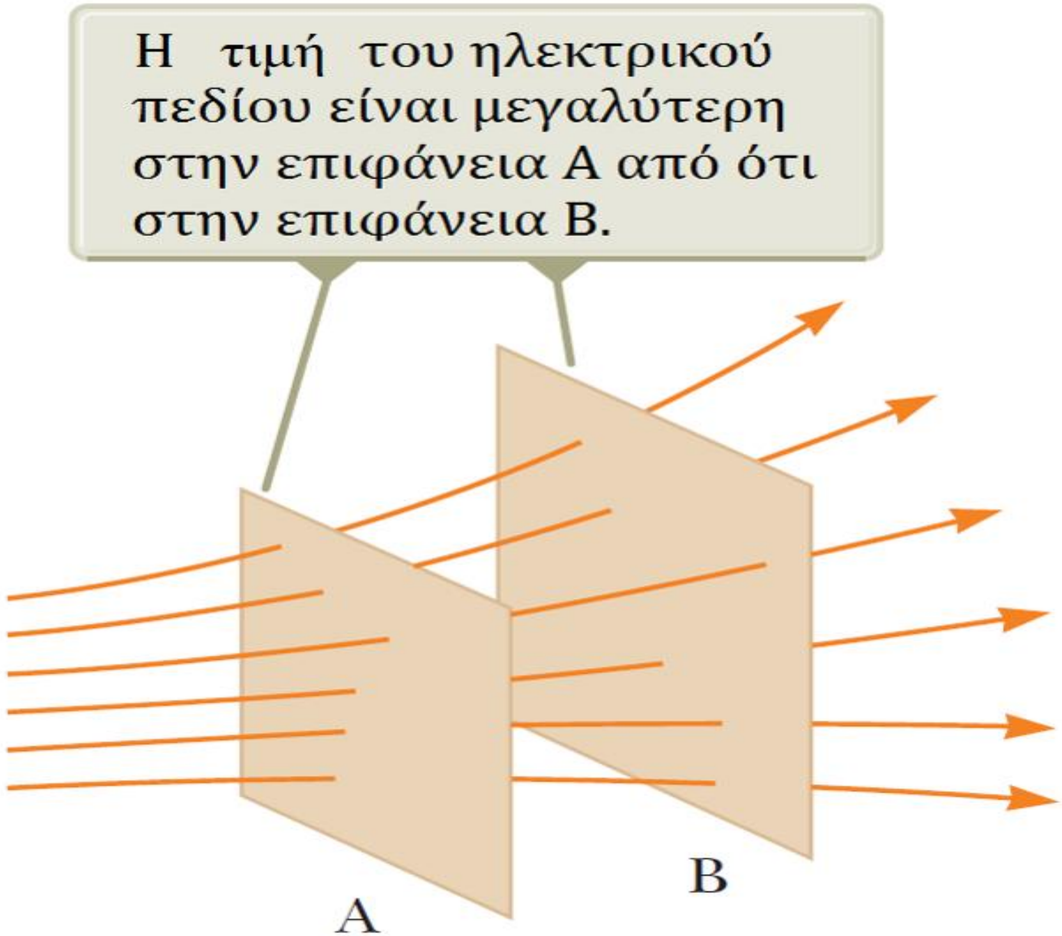
$$\vec{E}_p = 2k_e \frac{a|q|}{y^3} \cdot \vec{i}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**
  - Δεν μπορούμε να δούμε ένα ηλεκτρικό πεδίο
  - Ένας βολικός τρόπος αναπαράστασης είναι οι **δυναμικές γραμμές** ηλεκτρικού πεδίου
    - Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ είναι εφαπτόμενο σε μια δυναμική γραμμή που διέρχεται από κάθε σημείο του χώρου
    - Η κατεύθυνση του διανύσματος είναι όμοια με αυτή της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται σε ένα **θετικά** φορτισμένο σωματίδιο που βρίσκεται στο πεδίο
    - Ο αριθμός των γραμμών διαμέσου μιας επιφάνειας που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές είναι ανάλογη του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου
      - Με άλλα λόγια, οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές όπου η «δύναμη» του πεδίου είναι μεγαλύτερη

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**

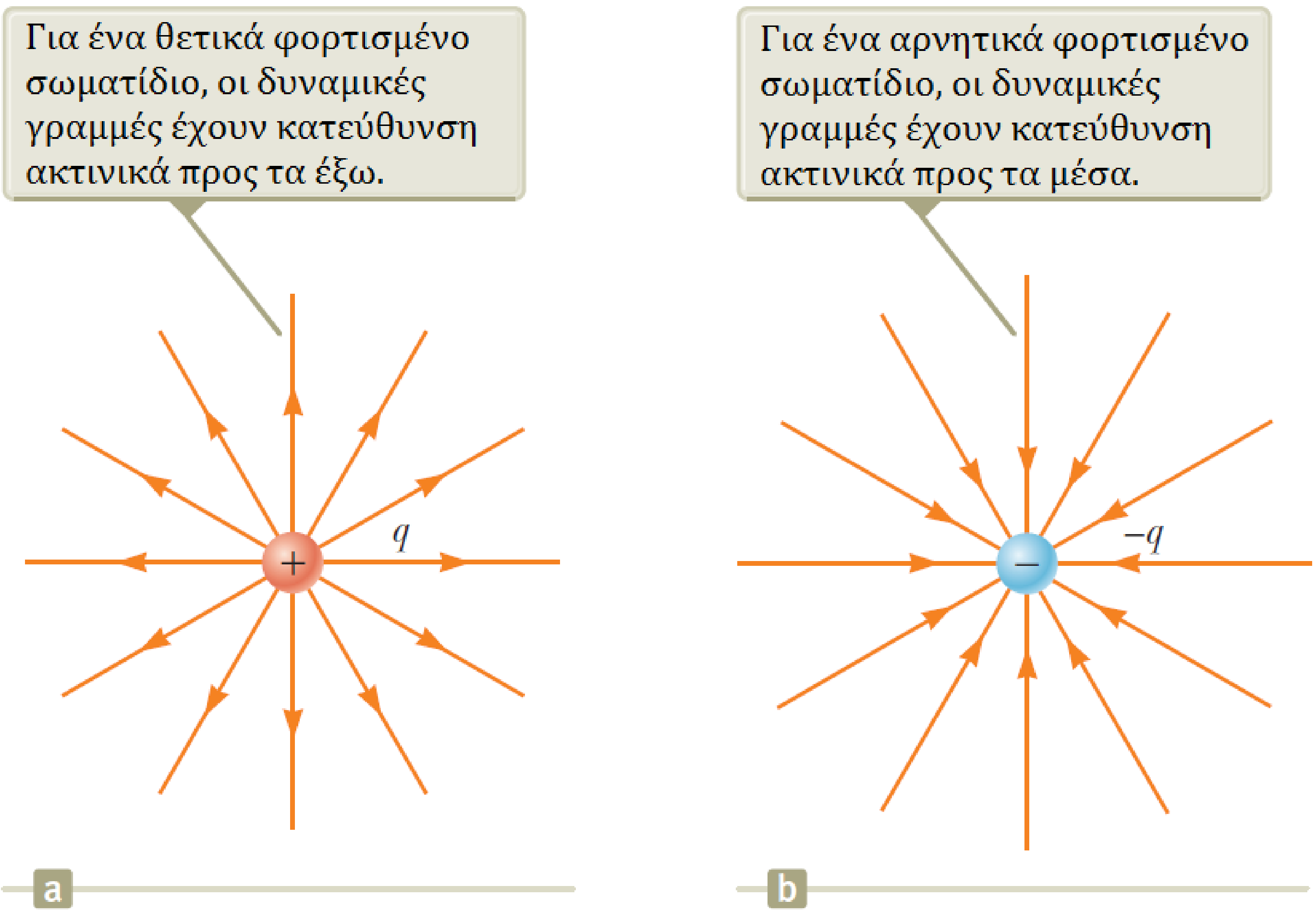


Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**
  - Πώς τις σχεδιάζουμε;
  - Για **μεμονωμένα σημειακά φορτία**, οι γραμμές κατευθύνονται **ακτινικά προς τα «έξω» (θετικό φορτίο)** ή προς τα **«μέσα» (αρνητικό φορτίο)**
  - Για δύο **αντίθετου προσήμου** φορτία, οι γραμμές πρέπει **να ξεκινούν από θετικό φορτίο και να καταλήγουν σε αρνητικό φορτίο**. Αν υπάρχει **πλεόνασμα** κάποιου φορτίου, τότε κάποιες δυναμικές γραμμές θα ξεκινούν ή θα τελειώνουν απειροστά **μακριά**.
  - Ο **αριθμός** των **γραμμών** που ξεκινούν από ένα θετικό φορτίο ή πλησιάζουν ένα αρνητικό φορτίο είναι **ανάλογη του μέτρου του φορτίου.**
  - Οι δυναμικές γραμμές **δεν τέμνονται.**

Ηλεκτρικά Πεδία

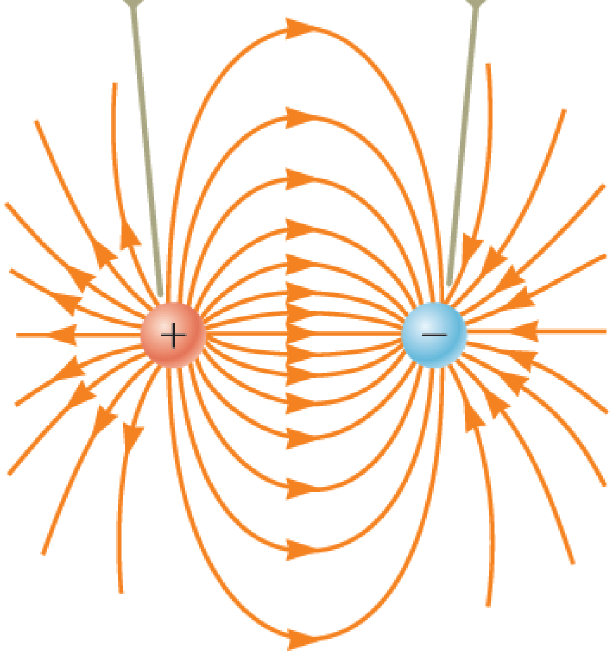
- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**



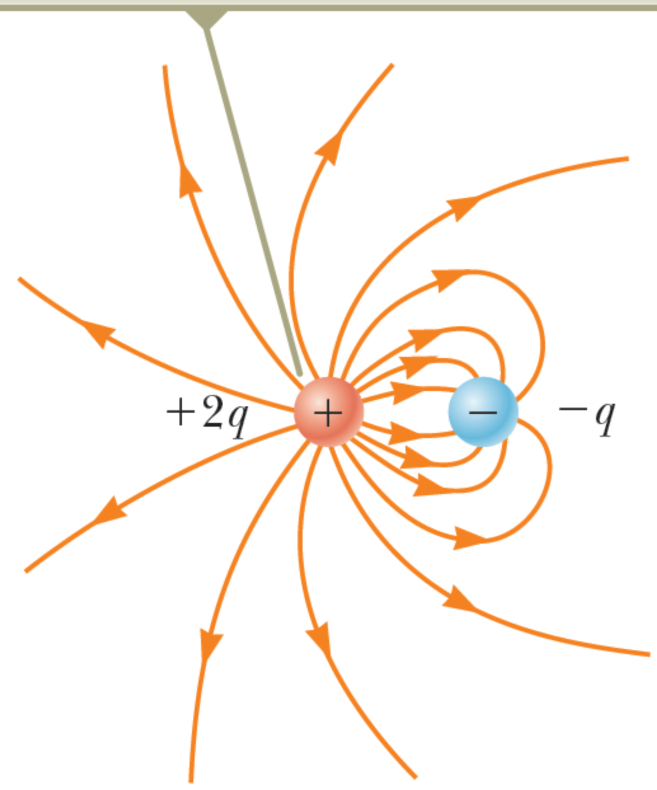
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**

Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που ξεκινούν από το θετικό φορτίο ισούται με τον αριθμό γραμμών που φθάνουν στο αρνητικό φορτίο.

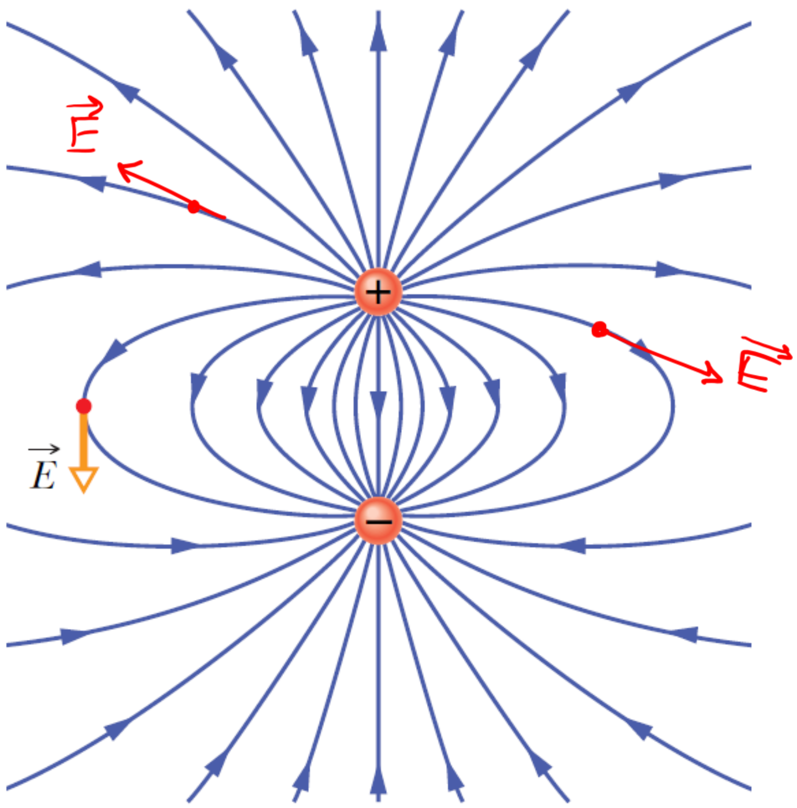


Δυο δυναμικές γραμμές ξεκινούν από το + 2q για κάθε μια που τερματίζει στο -q.



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου - Σύνοψη**
- Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές αποτελούν φανταστικές «καμπύλες» γραμμές που σχεδιάζουμε σε έναν χώρο για να περιγράψουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο
- Η εφαπτομένη σε οποιοδήποτε σημείο των καμπυλών αυτών μας δείχνει την κατεύθυνση του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου
- Η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών σε κάποια περιοχή του χώρου μας δίνει μια ιδέα για την «ένταση» του ηλεκτρικού πεδίου
  - Πυκνές γραμμές → υψηλή «ένταση»
  - Αραιές γραμμές → χαμηλή «ένταση»

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**

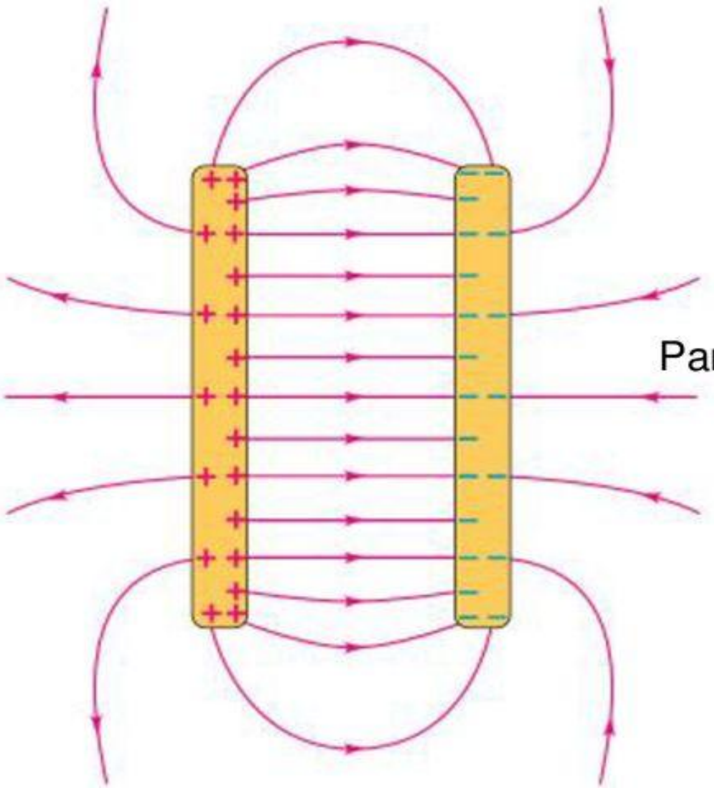
  - Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$

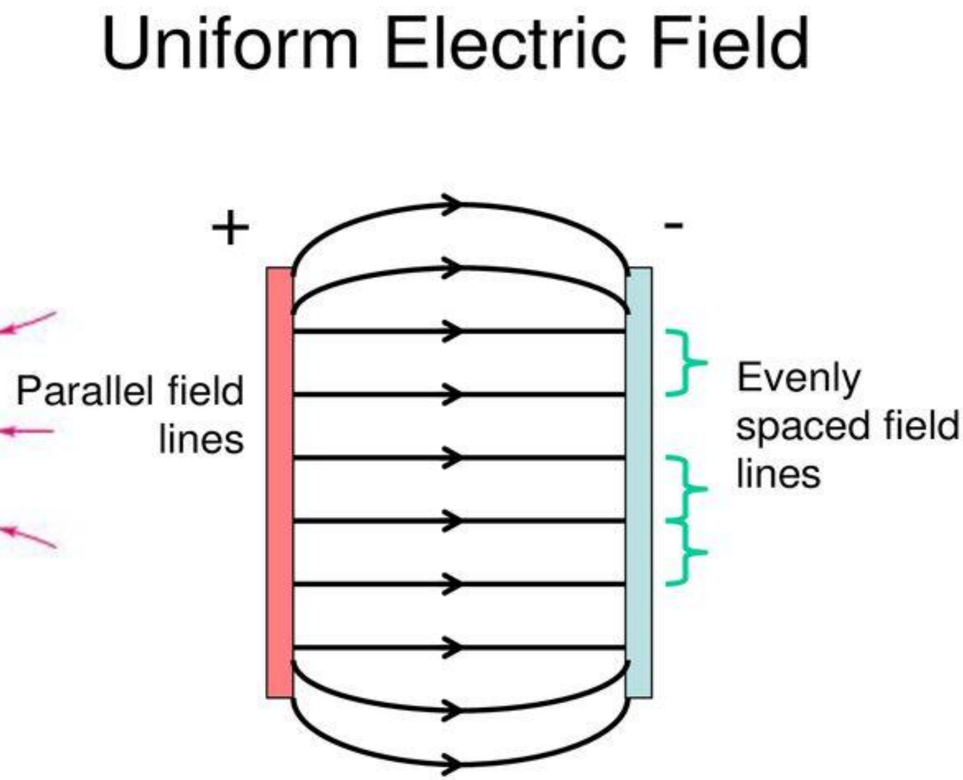
  - **Ομογενές**: **σταθερό** μέτρο, **παράλληλες** δυναμικές γραμμές που ξεκινούν από θετικά φορτισμένη περιοχή και καταλήγουν σε αρνητικά φορτισμένη περιοχή

  - Οι φορτισμένες περιοχές μπορεί να είναι κάποιες φορτισμένες επιφάνειες (π.χ. φορτισμένες πλάκες ή φορτισμένοι δίσκοι)

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**





Ηλεκτρικά Πεδία

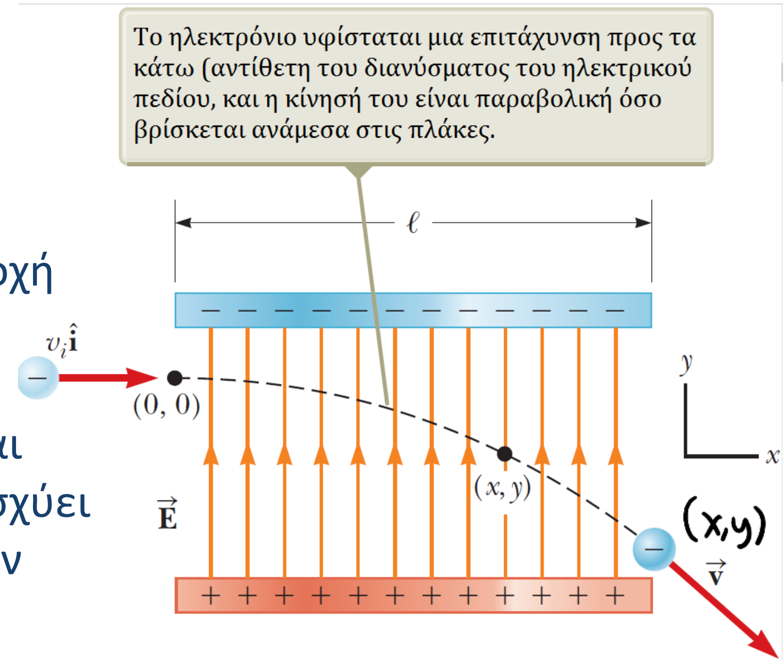
- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**
  - Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q
    - Το σωματίδιο βρίσκεται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο
  - Εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση λόγω ηλεκτρικής δύναμης

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

  - Αν το σωματίδιο έχει **θετικό** φορτίο, η κίνησή του ακολουθεί την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου
  - Αλλιώς, η κίνηση είναι αντίθετη της κατεύθυνσης των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου

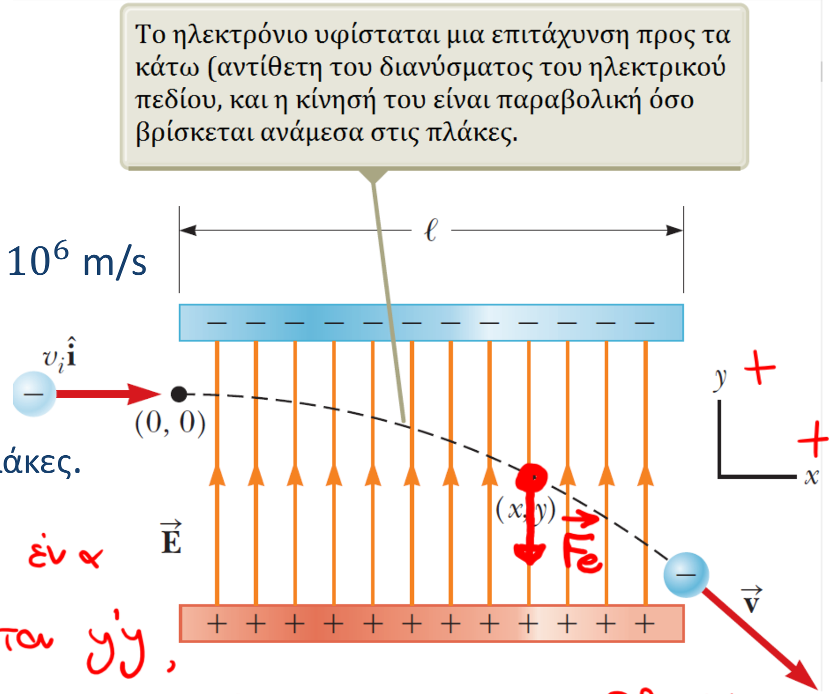
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα:**
  - Ένα ηλεκτρόνιο μπαίνει σε μια περιοχή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου όπως στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητά του είναι οριζόντιας κατεύθυνσης και μέτρου $u_i = 3 \times 10^6$ m/s. Επίσης, ισχύει $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m. Θεωρήστε γνωστή τη μάζα του ηλεκτρονίου m_e, καθώς και το φορτίο του, e.
    Α) Βρείτε την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όσο βρίσκεται ανάμεσα στις πλάκες.
    Β) Υποθέτοντας ότι το ηλεκτρόνιο μπαίνει στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t = 0$, βρείτε το χρόνο που εγκαταλείπει το πεδίο.
    Γ) Υποθέτοντας ότι η y-συνιστώσα του ηλεκτρονίου όταν μπαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο είναι $y = 0$, ποια είναι αυτή με την οποία εγκαταλείπει το πεδίο;



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.
    Α) Βρείτε την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όσο βρίσκεται ανάμεσα στις πλάκες.



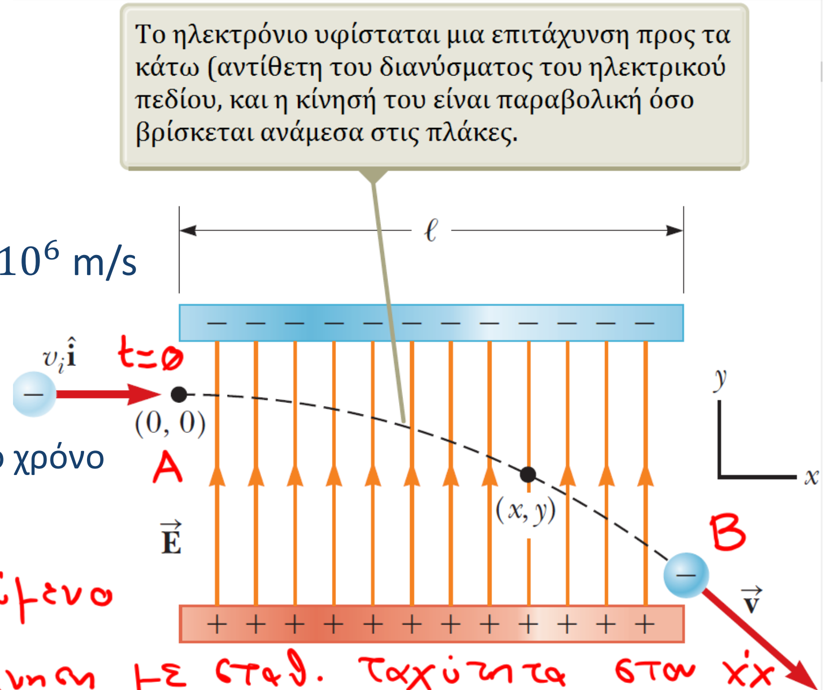
Το ηλεκτρόνιο μοντελοποιείται ως ένα σώμα υπό επίδραση δύναμης στον y'y, ενώ στον x'x το ηλεκτρόνιο ισορροπεί. Άρα ισχύει ο 2ος Ν. Newton στον άξονα y'y: $\Sigma \vec{F_y} = m\vec{a_y} \Leftrightarrow \vec{F_e} = m\vec{a_y} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -F_e = m a_y \Leftrightarrow -qE = m a_y \Leftrightarrow a_y = -\frac{qE}{m}$$

Άρα $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = 0 \cdot \vec{i} + \left(-\frac{qE}{m}\right)\vec{j} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.
    B) Υποθέτοντας ότι το ηλεκτρόνιο μπαίνει στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t = 0$, βρείτε το χρόνο που εγκαταλείπει το πεδίο.



Το φορτίο μοντελοποιείται ως κινούμενο σε δυο διαστάσεις: → ομαλή κίνηση με σταθ. ταχύτητα στον x'x

→ —"— —"— επιτάχυνση στον y'y

Δουλεύουμε στη διαδρομή A→B. Στον x'x άξονα της κίνησης ισχύει ότι

$$x_B = x_A + u_x t$$

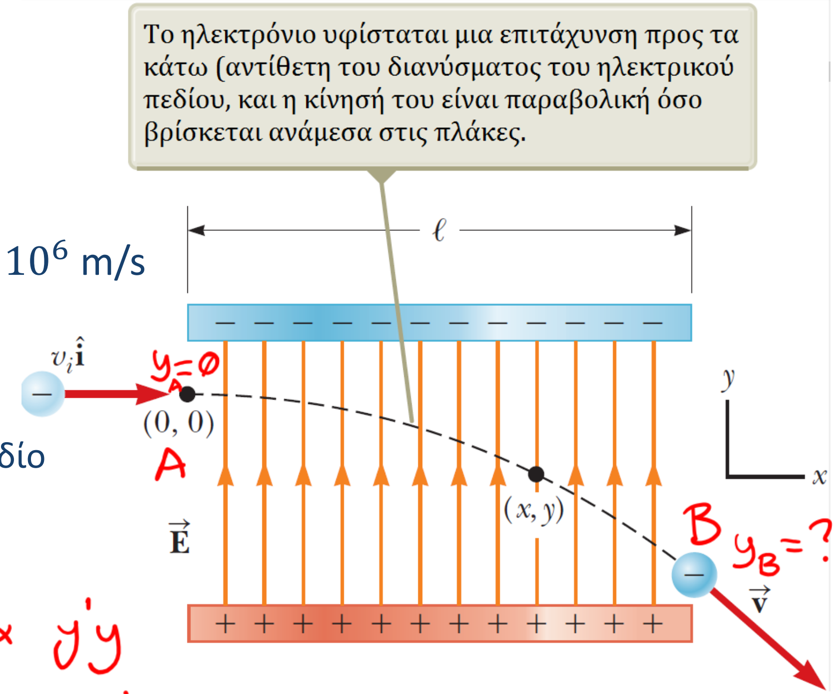
$$l = 0 + u_i \cdot t$$

$$t = \frac{l}{u_i} = \frac{10^{-1}}{3 \cdot 10^6} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} \text{ sec}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.

    Γ) Υποθέτοντας ότι η y-συνιστώσα του ηλεκτρονίου όταν μπαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο είναι $y = 0$, ποια είναι αυτή με την οποία εγκαταλείπει το πεδίο;



Στην διαδρομή A→B, στον άξονα y'y θα έχουμε κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση:

$$y_B = y_A + u_y \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$$

$$= 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}\left(-\frac{qE}{m}\right)\left(\frac{l}{u_i}\right)^2$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{l^2}{u_i^2} \simeq -0.0195 \text{ m}$$

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
$q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Ηλεκτρικό Δυναμικό

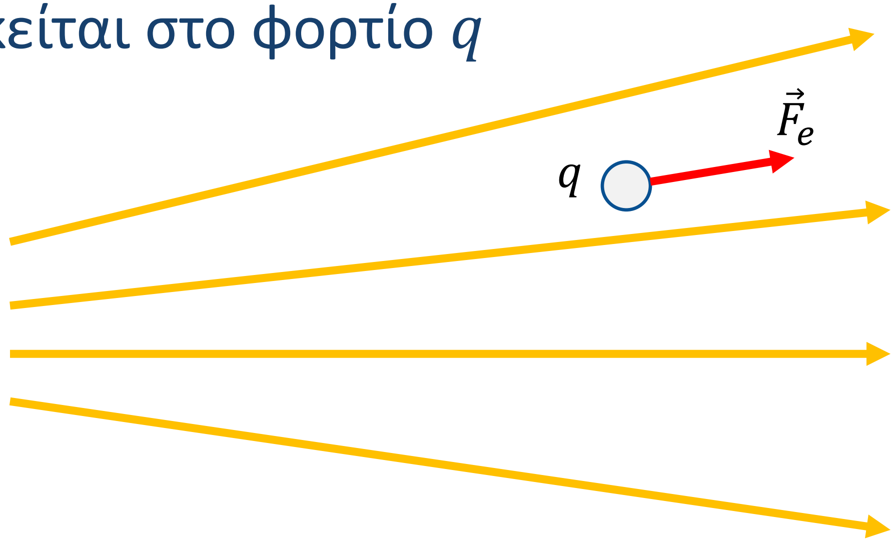
- **Εισαγωγή**
  - Στη μελέτη του ηλεκτρισμού ως τώρα, τον σχετίσαμε με την έννοια της ηλεκτρικής *δύναμης*
  - Τώρα θα συσχετίσουμε τα ηλεκτρικά φαινόμενα με την έννοια της ***ενέργειας***
  - Θα ορίσουμε την έννοια του **ηλεκτρικού δυναμικού και της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας**
    - Το ηλεκτρικό δυναμικό έχει μεγάλη εφαρμογή στη λειτουργία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων και συσκευών
  - Θα περιγράψουμε φαινόμενα με **μεγαλύτερη ευκολία** απ' ότι με χρήση πεδίων και δυνάμεων
    - …όπως περιγράψαμε πιο εύκολα τα φαινόμενα της Μηχανικής με ενεργειακά θεωρήματα σε σχέση με την περιγραφή μέσω δυνάμεων και εξισώσεων κινηματικής

Ηλεκτρικό Δυναμικό

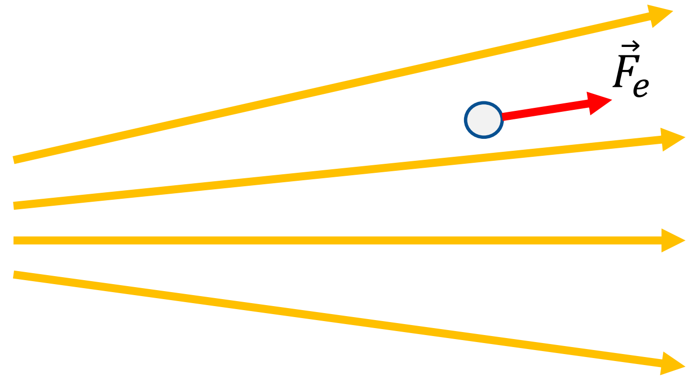
- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
- Έστω ένα φορτίο q που τοποθετείται σε ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$
- Έστω το

  {φορτίο, πεδίο}

  ως ένα ***απομονωμένο σύστημα***
- Δύναμη $\vec{F}_e = q\vec{E}$ ασκείται στο φορτίο q



Ηλεκτρικό Δυναμικό

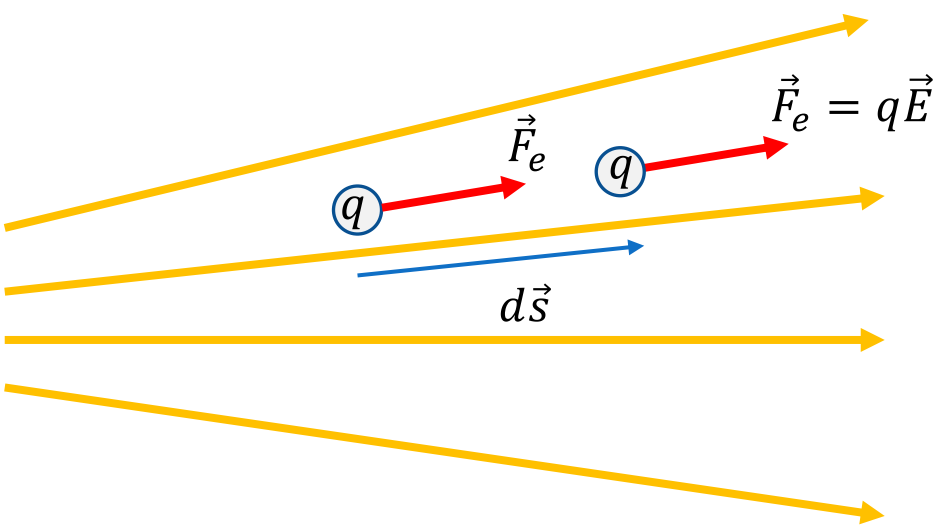


- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
- Δύναμη $\vec{F}_e = q\vec{E}$ ασκείται στο φορτίο q
  - Η δύναμη οφείλεται στο **πεδίο**
  - Το φορτίο θα κινηθεί λόγω της ηλεκτρικής δύναμης
  - Η ηλεκτρική δύναμη είναι ***συντηρητική*** (αποδεικνύεται πειραματικά) και ***εσωτερική*** δύναμη του συστήματος
  - Άρα το έργο της, W_{F_e}, είναι **εσωτερικό** στο σύστημα
- Άρα το **πεδίο παράγει εσωτερικό έργο στο σύστημα**
  - Όπως ακριβώς η βαρυτική δύναμη (βαρυτικό πεδίο) στο σύστημα {Γη,βιβλίο}, όταν το βιβλίο αφήνεται να πέσει από ύψος

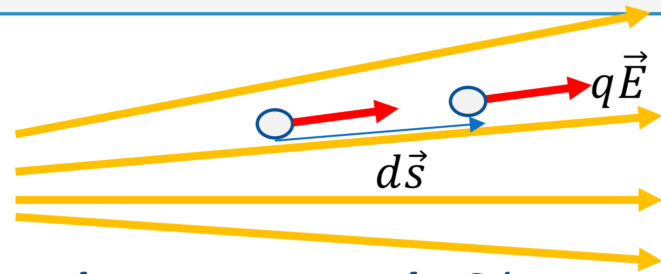
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
- Για μια **απειροστά μικρή** μετατόπιση $d\vec{s}$ ενός σημειακού φορτίου q στο ηλεκτρικό πεδίο…
  - …το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που παράγεται στο φορτίο είναι

$$dW_{F_e} = \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$



Ηλεκτρικό Δυναμικό



- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
  - Θυμηθείτε: το έργο μιας **εσωτερικής συντηρητικής** δύναμης σε ένα σύστημα ισούται με την αρνητική μεταβολή της **δυναμικής του ενέργειας: της ηλεκτρικής δυναμικής του ενέργειας!**

$$dW_{F_e} = -dU_e$$

  - Άρα

$$dU_e = -dW_{F_e} = -\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = -q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

  - Για πεπερασμένη μετατόπιση από ένα σημείο (A) στο (B) είναι

$$\Delta U_e = -W_{F_e} = \int dW_{F_e} = \int -q\vec{E} \cdot d\vec{s} = -q\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow W_{F_e} = q\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Δεν εξαρτάται απ'το μονοπάτι: $\vec{\mathbf{F}}_\mathbf{e} = q\vec{E}$ συντηρητική δύναμη!

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
- Για μια **συγκεκριμένη θέση** (Α) του φορτίου στο πεδίο, το σύστημα έχει μια δυναμική ενέργεια U_e^A, σε σχέση με μια θέση (Β) όπου έχει δυναμική ενέργεια $U_e^B = 0$ (διάταξη αναφοράς)
  - Για παράδειγμα, όταν το φορτίο βρίσκεται μακριά, στο άπειρο
- Έστω ότι το σύστημα **{πεδίο, φορτίο}** βρίσκεται σε μια διάταξη που έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_e
- Διαιρώντας την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_e με το φορτίο q λαμβάνουμε:

$$V = \frac{U_e}{q}$$

το οποίο ονομάζεται ***ηλεκτρικό δυναμικό (voltage)*** V

Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$\Delta U_e = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
- Πριν λίγο ορίσαμε τη διαφορά δυναμικής ενέργειας ΔU_e μεταξύ δυο σημείων
- Η **διαφορά δυναμικού** μεταξύ δυο σημείων (Α) και (Β) ορίζεται ως: η **μεταβολή** στην ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος {πεδίο-φορτίο} όταν ένα φορτίο q μετακινείται μεταξύ δυο σημείων (Α) και (Β), δια το φορτίο αυτό:

$$\Delta V_{A\to B} = V_B - V_A$$

$$= \frac{U_e^B}{q} - \frac{U_e^A}{q} = \frac{\Delta U_e}{q}$$

$$= -\frac{1}{q} q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Παρατηρήστε ότι $1\ V = 1\ \frac{J}{C}$

Μονάδα μέτρησης δυναμικού: 1 Volt

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Παρατηρήστε ότι $1\,V = 1\,\frac{N}{C}m$

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

$$\Delta V_{A\rightarrow B} = -\int_{A}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

- **Δεν εξαρτάται από το φορτίο q, παρά μόνο από το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$!**
- Άρα η διαφορά δυναμικού αποτελεί ένα **χαρακτηριστικό του πεδίου**!
- Όπως και με τη δυναμική ενέργεια που έχουμε δει ως τώρα (βαρυτική, ελαστική, ηλεκτρική), μόνο ***<u>διαφορές</u>*** δυναμικού έχουν νόημα
- Πολλές φορές ορίζουμε εμείς ένα σημείο/μια περιοχή/μια διάταξη του συστήματος ως **μηδενικού δυναμικού**

Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$\Delta V_{A\to B} = V_B - V_A = \frac{\Delta U_e}{q} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
  - **Προσοχή**: η διαφορά δυναμικού δεν είναι το ίδιο με τη διαφορά δυναμικής ενέργειας
    - Η διαφορά δυναμικού μεταξύ (Α) και (Β) υπάρχει αποκλειστικά λόγω **μιας πηγής φορτίου, δηλ. ενός ηλεκτρικού πεδίου,** και εξαρτάται από την κατανομή αυτής
    - Για να υπάρχει διαφορά δυναμικής ενέργειας, πρέπει να υπάρχει ένα σύστημα με τουλάχιστον **δυο** μέλη (δυο φορτία ή ένα φορτίο και ένα πεδίο)!
      - Η δυναμική ενέργεια ανήκει στο σύστημα και αλλάζει μόνον αν ένα φορτίο μετακινηθεί σε σχέση με τη διάταξη αναφοράς του συστήματος!
  - Σκεφτείτε το όμοια με το ηλεκτρ. πεδίο και την ηλεκτρ. δύναμη…
    - Το πεδίο υπάρχει λόγω μιας **πηγής φορτίου**
    - Η ηλεκτρ. δύναμη εγείρεται σε άλλο φορτίο στο χώρο του πεδίου
      - Απαιτούνται δηλαδή τουλάχιστον δυο φορτία (ή φορτίο και πεδίο) για την ηλεκτρική δύναμη!

Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$\Delta V_{A\to B} = V_B - V_A = \frac{\Delta U_e}{q} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**
- Είδαμε νωρίτερα ότι

$$W_{F_e} = q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

- Κάποιος **εξωτερικός** παράγοντας μετακινεί *πολύ αργά* ένα φορτίο q από τη θέση Α στη θέση Β ενός ηλεκτρικού πεδίου (χωρίς να μεταβάλλει την κινητική του ενέργεια)
- Παράγεται **εξωτερικό** έργο W_{ext} στο σύστημα
  - Αλλάζει η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος!
- Άρα από την Α.Δ.Ε **μη** απομονωμένου συστήματος:

$$\Delta U_e = W_{ext}$$

κι αφού

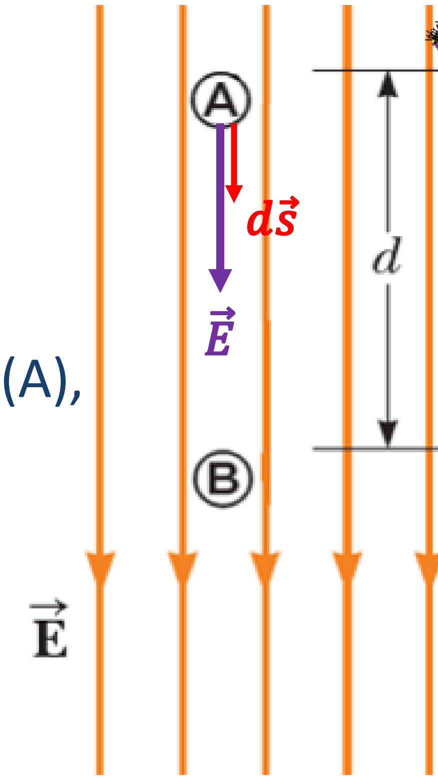
$$\Delta V_{A\to B} = \frac{\Delta U_e}{q}$$

θα έχουμε

$$\boxed{W_{ext} = q\Delta V_{A\to B} = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -W_{F_e}}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
- Ας απλοποιήσουμε τα πράγματα ☺
- Έστω ένα **<u>ομογενές</u>** ηλεκτρικό πεδίο
- Ας υπολογίσουμε τη ΔV ανάμεσα στα σημεία (Α), (Β), απόστασης d
  - Η μετατόπιση d$\vec{s}$ από το (Α) στο (Β) είναι **παράλληλη** στις δυναμικές γραμμές



$$V_B - V_A = \Delta V_{A\to B}$$
$$= -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_A^B E ds$$
$$= -E\int_A^B ds = -Ed$$

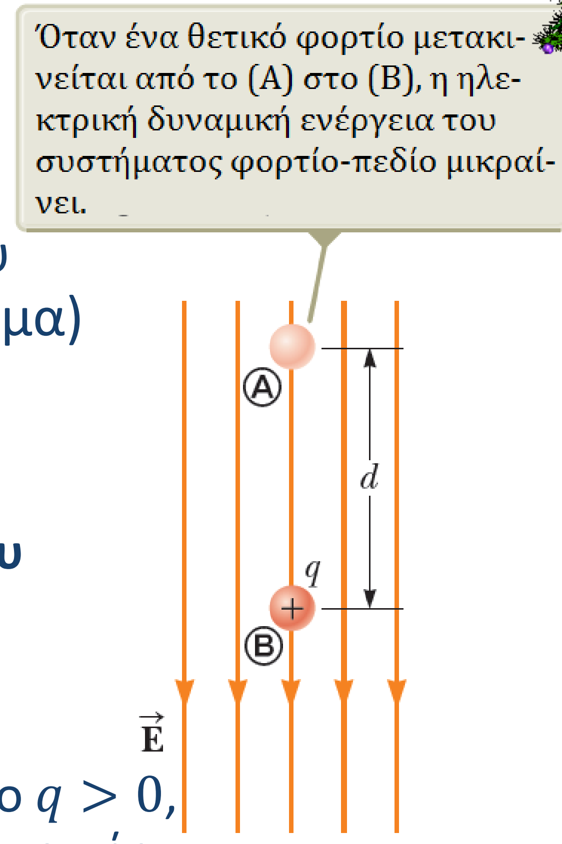
- Άρα $\Delta V_{A\to B} = -Ed$

Όσο «προχωράμε» προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών, το δυναμικό μειώνεται!

$$\Delta V_{A\to B} = -Ed$$

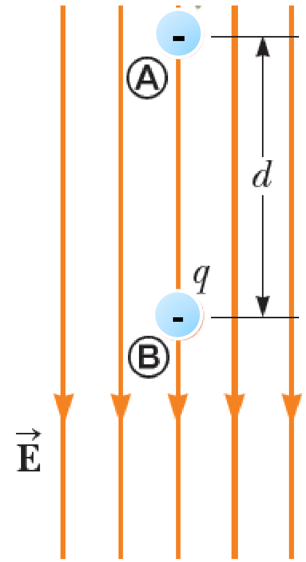
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
- Ας θεωρήσουμε τώρα ένα φορτίο $+q$ που κινείται από το (Α) στο (Β) (διμελές σύστημα)
- Τότε $\Delta U_e = q\Delta V_{A\to B} = -qEd$
- Βλέπουμε ότι $\Delta U_e < 0 \Leftrightarrow U_{e_B} < U_{e_A}$
  - Αυτό σημαίνει ότι η **δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει** όταν το **θετικό** φορτίο κατευθύνεται **προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών**
  - Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (Α) ένα φορτίο $q > 0$, αυτό θα κινηθεί προς τα «κάτω» λόγω ηλεκτρικής δύναμης
    - Άρα επιταχύνεται **(2ος νόμος Newton)** → αποκτά **κινητική ενέργεια**
    - Όσο προχωρά προς τα κάτω, η **δυναμική ενέργεια του συστήματος {φορτίο, πεδίο} μειώνεται εξίσου με την αύξηση της κιν. ενέργειας!**
      - Σας εκπλήσσει αυτό; ☺ Γιατί συμβαίνει;



$$\Delta V_{A\to B} = -Ed$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- **Διαφορά Δυναμικού**
- Ας θεωρήσουμε, στην ίδια διάταξη, τώρα ένα φορτίο $-q$ που κινείται από το (Β) στο (Α) (δε γίνεται να κινηθεί Α → Β)
- Τότε $\Delta U_e = -q\Delta V_{B\to A} = -q(Ed) = -qEd$
  - …αφού τώρα μετράμε $\Delta V_{B\to A}$ και όχι $\Delta V_{A\to B}$
- Βλέπουμε ότι πάλι $\Delta U_e < 0 \Leftrightarrow U_{e_B} < U_{e_A}$!
  - Αυτό σημαίνει ότι η **δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει** ξανά όταν το **αρνητικό** φορτίο κατευθύνεται προς **αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών**
  - Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (Β) ένα φορτίο $q < 0$, αυτό θα κινηθεί προς τα «πάνω» λόγω ηλεκτρ. δύναμης
    - Άρα επιταχύνεται → αποκτά **κινητική ενέργεια**
    - Όσο προχωρά προς τα πάνω**, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μειώνεται εξίσου**.
    - **Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας σε απομονωμένο σύστημα!**

$$\Delta V_{A\to B} = -Ed$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

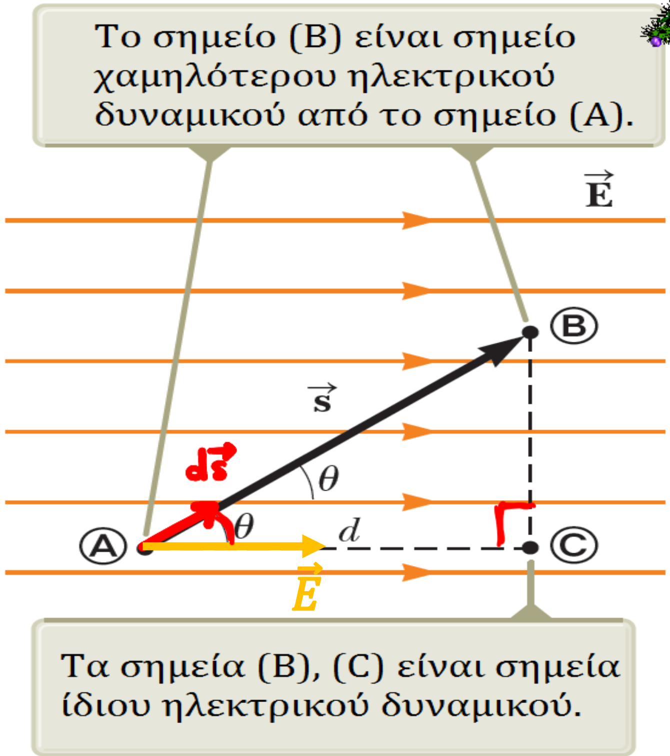
- **Διαφορά Δυναμικού**
- Συμπέρασμα:

- **Όταν ένα φορτίο κινείται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, κινείται πάντα προς διατάξεις που η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος {φορτίου, πεδίου} μειώνεται!**

- **Αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα αυξάνει την κινητική του ενέργεια σε κάθε περίπτωση (το φορτίο κινείται)...**
  - **... κι επειδή είναι απομονωμένο, αναγκαστικά πρέπει η ηλεκτρική του δυναμική ενέργεια να μειώνεται...**
  - **...λόγω Αρχής Διατήρησης της (Μηχανικής) Ενέργειας!**

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
- Ας γενικεύσουμε τώρα για μετατόπιση **μη παράλληλη** στις δυναμικές γραμμές
- Έστω ότι η μετατόπιση $\vec{s}$ από το (A) στο (B): **ΔΕΝ** είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές
- Τότε για τη μετατόπιση $\vec{s}$



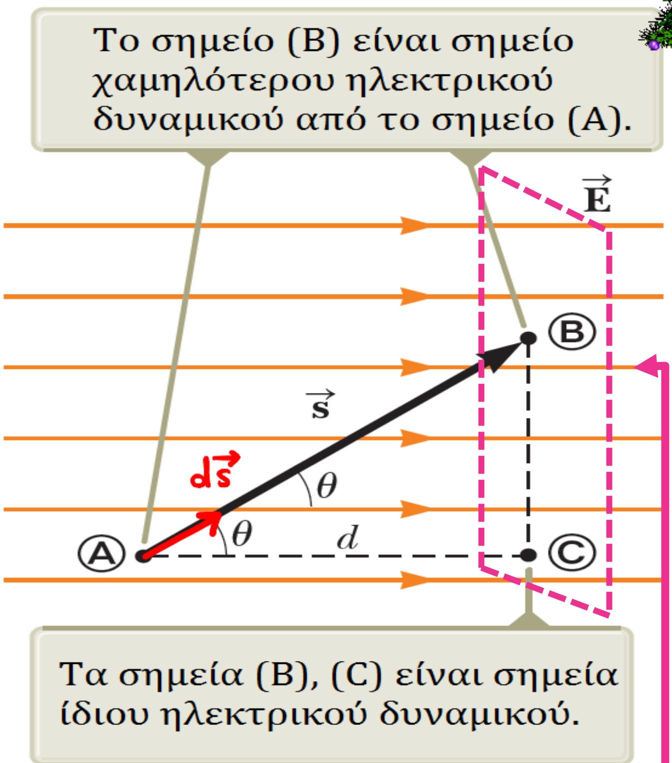
$$\Delta V_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_A^B E ds\cos(\theta) = -E\cos(\theta)\int_A^B ds$$

$$= -E\underbrace{s\cos(\theta)}_{d} = -Ed$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
- Άρα για το σύστημα **{πεδίο, φορτίο *q*}** στη διαδρομή A→B

$$\Delta U_e = q\underbrace{\Delta V_{AB}}_{-Ed} = -qEd$$



- Όμως είδαμε πριν ότι

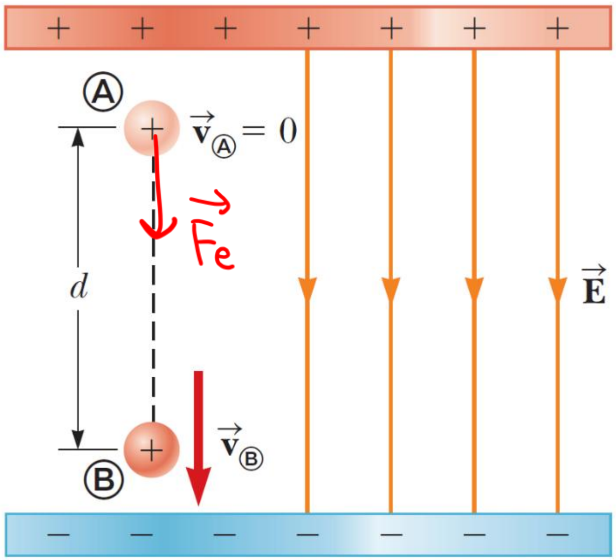
$$\Delta V_{AC} = -\int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Ed$$

- <u>Συμπέρασμα</u>: **σημεία που βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο** στο ομογενές πεδίο έχουν ίδιο δυναμικό (**ισοδυναμική** επιφάνεια)

Ηλεκτρικό Δυναμικό

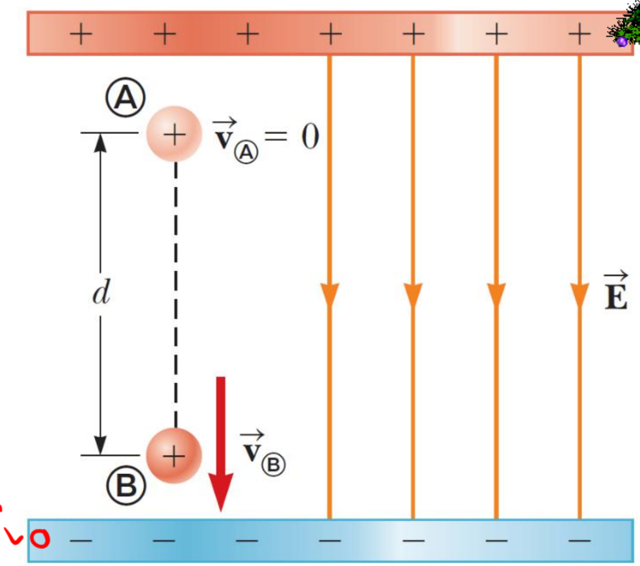
- **Παράδειγμα:**
  - Ένα πρωτόνιο αφήνεται από το σημείο (Α) σε ομογενές ηλεκτρ. πεδίο μέτρου $8 \times 10^4 \frac{V}{m}$. Το πρωτόνιο υπόκειται σε μετατόπιση μέτρου $d = 0.5\ m$ στο σημείο (Β) στην κατεύθυνση του $\vec{E}$.
    Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου στη θέση (Β).
    Θεωρήστε ότι $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C και $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.

Το πρωτόνιο θα κινηθεί λόγω επίδρασης ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_e$. Η κίνησή του θα είναι προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Μπορούμε να μοντελοποιήσαμε το πρωτόνιο ως σώμα υπό επίδραση δύναμης, αλλά κι λύσαμε το πρόβλημα ενεργειακά.



Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου στη θέση (Β). Θεωρήστε ότι $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C και $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.



Θα δουλέψουμε στη διαδρομή A → B. Το σύστημα {πεδίο, φορτίο}, απομονωμένο και με τη μόνη δύναμη που παράγει έργο ($\vec{F_e}$) να είναι συντηρητική. Άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε:

$$E^{A}_{mech} = E^{B}_{mech} \Longleftrightarrow K_A + U_e^A = K_B + U_e^B$$

$$\emptyset + U_e^A = \frac{1}{2} m u_B^2 + U_e^B$$

$$\frac{1}{2} m u_B^2 = U_e^A - U_e^B = -\Delta U_e^{A\to B}$$

$$\frac{1}{2} m u_B^2 = -q\Delta V_{A\to B} = -q(-Ed)$$

Άρα $u_B^2 = \dfrac{2qEd}{m} \Rightarrow u_B \simeq 2.8 \times 10^6 \frac{m}{s}$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Διαφορά Δυναμικού**
  - Θα μελετήσουμε διαφορές δυναμικού ~~σε δυο περιπτώσεις~~
  - 1. Δυναμικό από σημειακά φορτία
  - ~~2. Δυναμικό από κατανομή φορτίου~~ (όχι φέτος ☺)

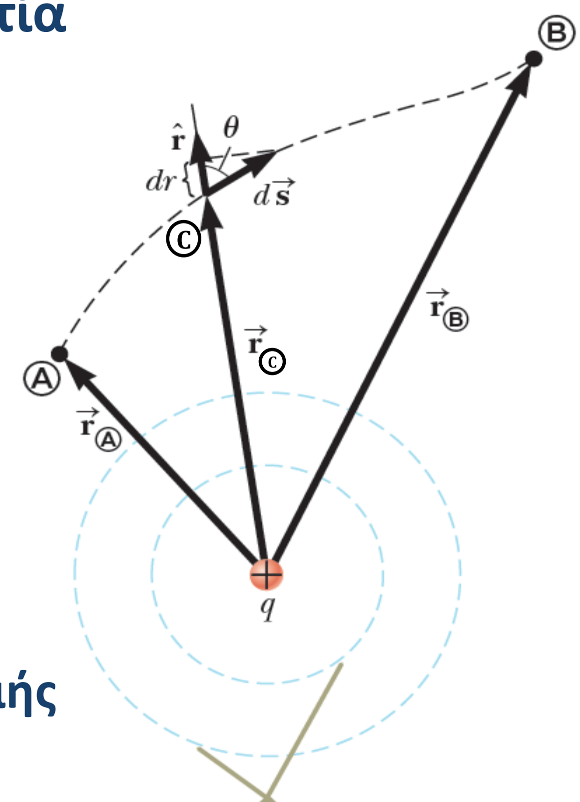
Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Μπορεί κανείς να δείξει ότι:

    για δυο σημεία (A), (B) εντός ηλεκτρικού πεδίου πηγής φορτίου q που απέχουν απόσταση r_A, r_B από την πηγή φορτίου, η διαφορά δυναμικού $\Delta V_{A\to B}$ δίνεται από τη σχέση

$$\Delta V_{A\to B} = V_B - V_A = k_e q\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

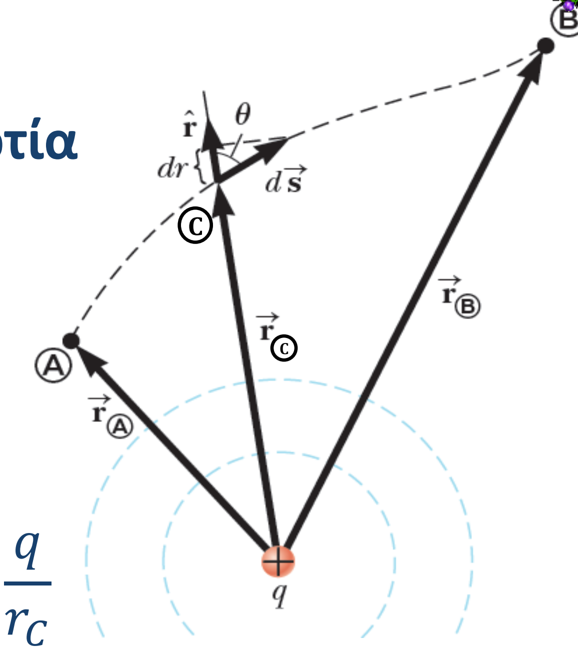
  - Βλέπετε ότι είναι **ανεξάρτητη της διαδρομής** από το (A) στο (B)
    - Το πεδίο είναι ***συντηρητικό***
  - Επίσης, εξαρτάται μόνο από τα r_i
  - Ποια η σχέση για το ηλεκτρικό δυναμικό σε ένα τυχαίο σημείο C?



Οι δυο διακεκομμένοι κύκλοι αναπαριστούν τομές σφαιρικών επιφανειών με ίδιο δυναμικό.

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Συνήθως θεωρούμε ότι $V = 0$ σε ένα σημείο μακριά από την πηγή φορτίου, με $r_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha} = \infty$
  - **Ηλεκτρικό δυναμικό V_C λόγω σημειακού φορτίου σε απόσταση r_C από το φορτίο**:



$$V_C - V_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha} = V_C - 0 = k_e \frac{q}{r_C}$$

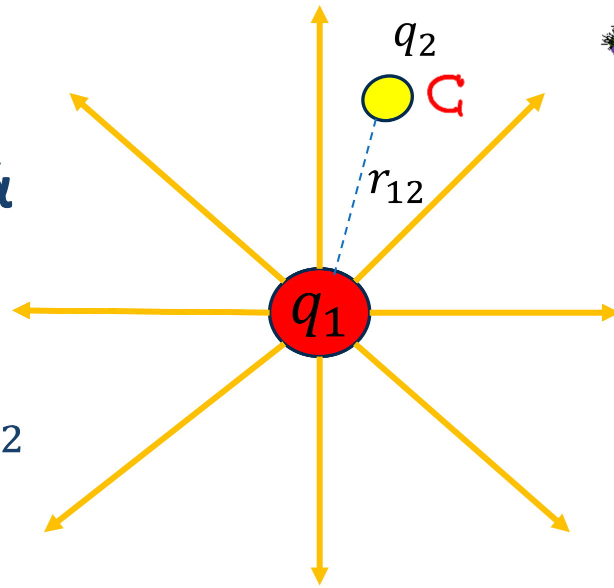
  - Άρα τελικά για οποιοδήποτε σημείο C σε απόσταση r_C από την πηγή q θα έχουμε

$$\boxed{V_C = k_e \frac{q}{r_C}}$$

  - Για πολλές πηγές φορτίου,

$$V_c = \sum V_i = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Για ένα φορτίο q_2 που έρχεται στο πεδίο πηγής $q_1 > 0$ σε απόσταση r_{12} (θέση C) μέσω **εξωτερικής** δύναμης έργου W_{ext}
  - Το φορτίο q_2 έρχεται από πολύ «μακριά»:

$$V_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha} = 0$$

- Όταν το q_2 βρίσκεται «μακριά», η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων θεωρείται μηδενική
- Το έργο W_{ext} μετατρέπεται σε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_e του συστήματος των φορτίων, δηλ.

$$W_{ext} = \Delta U_e = U_e - U_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha} = U_e$$

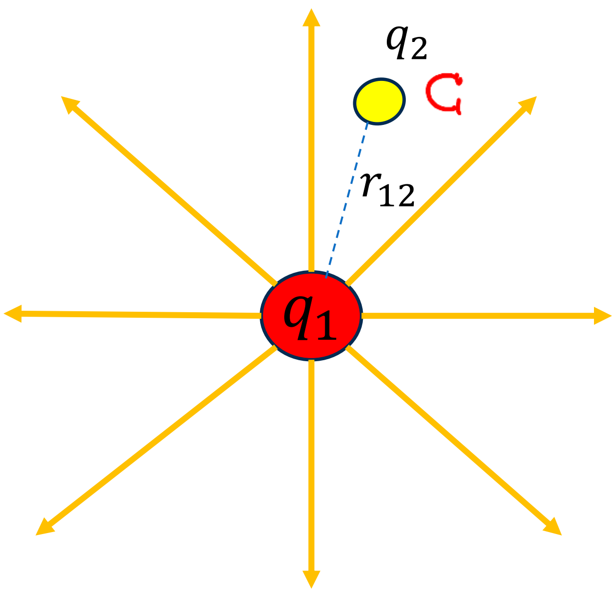
Ηλεκτρικό Δυναμικό

$$W_{ext} = q\Delta V_{A\to B}$$

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Άρα η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός ζεύγους φορτίων είναι

$$\Delta U_e = W_{ext} = q_2 \Delta V = q_2\left(V_c - V_{\mu\alpha\kappa\rho\iota\alpha}\right)$$

$$U_e - 0 = q_2\left(k_e \frac{q_1}{r_{12}} - 0\right) = q_2 V_c$$



  - Άρα

$$\boxed{U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Για ένα φορτίο q_2 που έρχεται στο πεδίο φορτίου q_1 σε απόσταση r_{12} μέσω εξωτερικής δύναμης

$$\boxed{U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

  - Αν $U_e > 0$, το έργο της εξωτ. δύναμης είναι θετικό
    - Τα φορτία απωθούνται, άρα πρέπει να παραχθεί έργο από την εξωτερική δύναμη για να τα φέρει σε απόσταση r_{12}
  - Αν $U_e < 0$, το έργο της εξωτ. δύναμης είναι αρνητικό
    - Τα φορτία έλκονται, άρα πρέπει να παραχθεί αρνητικό έργο (χρειάζεται δύναμη αντίθετη στην μετατόπιση (έλξη) των φορτίων) για να τα κρατήσουμε σε απόσταση r_{12}

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**
  - Για πολλά φορτία,

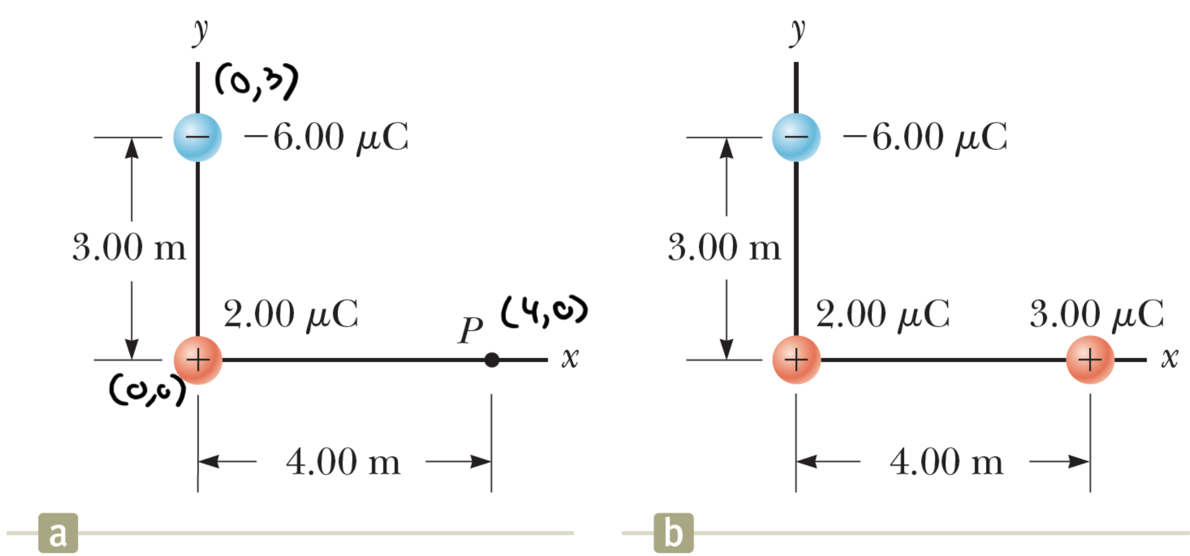
$$\boxed{U_e = \sum U_{e\,(k,m)} = k_e \sum \frac{q_k q_m}{r_{km}}\ , k = 1,2,3 \ldots < m = 1,2,3, \ldots}$$

  - Η παραπάνω σχέση σημαίνει ότι αθροίζουμε όλες τις τιμές δυναμικής ενέργειας που οφείλονται σε ένα ζεύγος φορτίων
  - Π.χ. για τέσσερα φορτία, θα έχουμε

$$U_e = U_{e\,(1,2)} + U_{e\,(2,3)} + U_{e\,(3,4)} + U_{e\,(1,3)} + U_{e\,(1,4)} + U_{e\,(2,4)}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

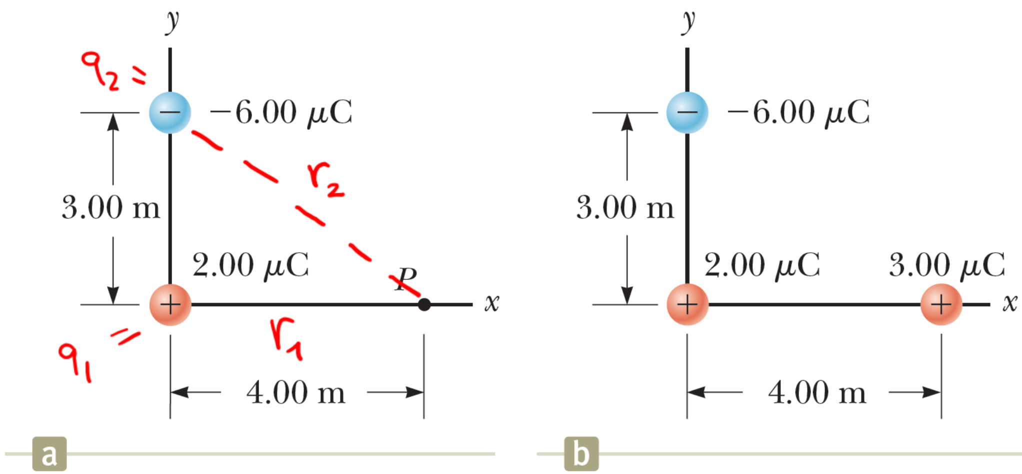
- **Παράδειγμα:**
  - Ένα φορτίο $q_1 = 2\ \mu C$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6\ \mu C$ στη θέση $(0, 3)$ m.
    Α) Βρείτε το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P με συντεταγμένες $(4, 0)$ m.
    Β) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, <u>συν</u> ένα τρίτο φορτίο $q_3 = 3\ \mu C$, όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.



Ηλεκτρικό Δυναμικό

Παράδειγμα – Λύση:

- Ένα φορτίο $q_1 = 2\ \mu C$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6\ \mu C$ στη θέση $(0,3)\ m$.
  A) Βρείτε το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P με συντεταγμένες $(4,0)\ m$.



Θα είναι

$$V_P = \sum_i V_i$$

$$= V_{P,q_1} + V_{P,q_2}$$

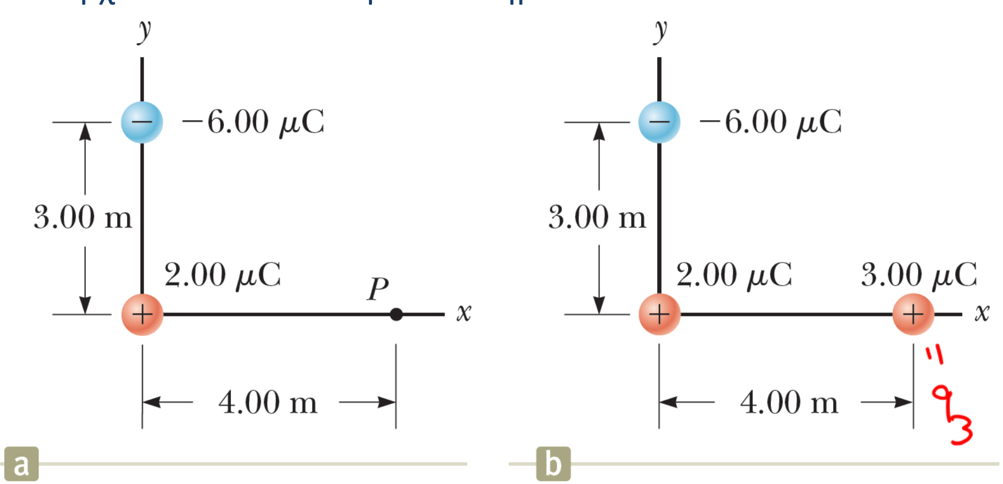
$$= k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-6}}{4} + 9\cdot 10^9 \cdot \frac{(-6\cdot 10^{-6})}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$= 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-6}}{4} - 9\cdot 10^9 \cdot \frac{6\cdot 10^{-6}}{5} \simeq -6.3\cdot 10^3 \text{ Volt}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα φορτίο $q_1 = 2\ \mu C$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6\ \mu C$ στη θέση $(0,3)\ m$.
    B) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο $q_3 = 3\ \mu C$, όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.

Είναι $\Delta U_e = q_3 \Delta V$



άρα

$$\Delta U_e = q_3 \cdot \Delta V_{\infty \to P}$$

$$= q_3 \cdot (V_P - V_\infty)$$

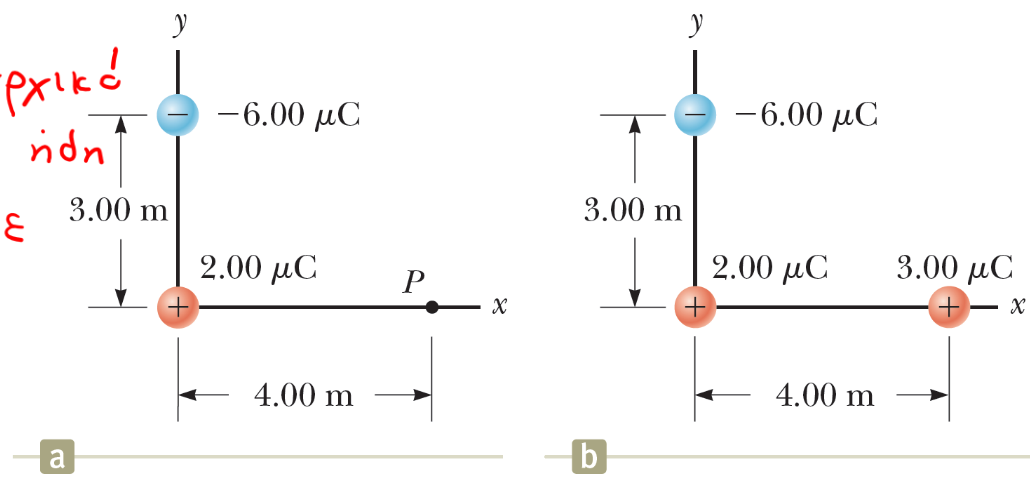
$$= q_3 \cdot (V_P - 0) = q_3 \cdot V_P = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (-6.3 \cdot 10^3) \simeq$$

$$\simeq -1.9 \cdot 10^{-2}\ J$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Παράδειγμα – 2η Λύση:

- Ένα φορτίο $q_1 = 2\ \mu C$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο $q_2 = -6\ \mu C$ στη θέση $(0, 3)\ m$.
  B) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο $q_3 = 3\ \mu C$, όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.



Εναλλακτικά, μια και το αρχικό μας σύστημα περιλαμβάνει ήδη δυο φορτία, θα μπορούσαμε να γράψαμε:

$$\Delta U_e = U_e(\text{τριών φορτίων}) - U_e(\text{δυο φορτίων})$$

$$= \cancel{k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}} + k_e \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k_e \frac{q_2 q_3}{r_{23}} - \cancel{\left(k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}\right)}$$

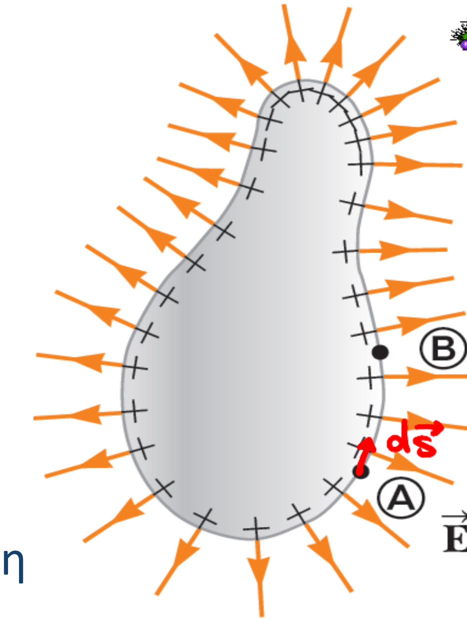
$$= k_e \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k_e \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \cong -1.9 \cdot 10^{-2}\ J$$, ίδιο αποτέλεσμα με πριν.

Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **[Από ερώτηση στην αίθουσα] Τι μας λέει το δυναμικό στο σημείο C στην προηγούμενη άσκηση?**

- Το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο C εξ αιτίας δυο φορτίων (όπως στο παράδειγμα) μας πληροφορεί για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου (θυμηθείτε: $V = U/q$) που θα αποκτήσει ή χάσει το σύστημα μας αν ένα τρίτο φορτίο τοποθετηθεί στο σημείο C
- Με άλλα λόγια, είναι ένα μέτρο της ενέργειας που θα αποκτήσει ή χάσει ένα μικρό θετικό φορτίο όταν το φέρουμε στο σημείο C από μια περιοχή μηδενικού δυναμικού (συνήθως, από το άπειρο).
- Εναλλακτικά, το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο C μας πληροφορεί για το πόσο έργο απαιτειται για να φέρουμε ένα φορτίο q από το άπειρο στο σημείο C, μέσω της σχέσης $W_{ext} = q\Delta V$

Ηλεκτρικό Δυναμικό



- **Αγωγοί – Δυναμικό**
  - Ας δούμε αν υπάρχουν ιδιότητες αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία οι οποίες είναι σχετιζόμενες με το δυναμικό
  - Έστω δυο σημεία Α και Β της επιφάνειας
    - **Για κάθε μονοπάτι στην επιφάνειά του** από το Α στο Β, το ηλεκτρικό πεδίο είναι **κάθετο** στη μετατόπιση $d\vec{s}$
    - Άρα

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \; V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

  - **<u>Συμπέρασμα</u>**: η επιφάνεια οποιουδήποτε φορτισμένου αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία είναι μια επιφάνεια **σταθερού δυναμικού**: κάθε σημείο της επιφάνειας έχει το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό. Επιπλέον, το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό οπουδήποτε εντός του αγωγού και ίσο με την τιμή του στην επιφάνεια

Φυσική για Μηχανικούς

Χωρητικότητα

Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

Φυσική για Μηχανικούς

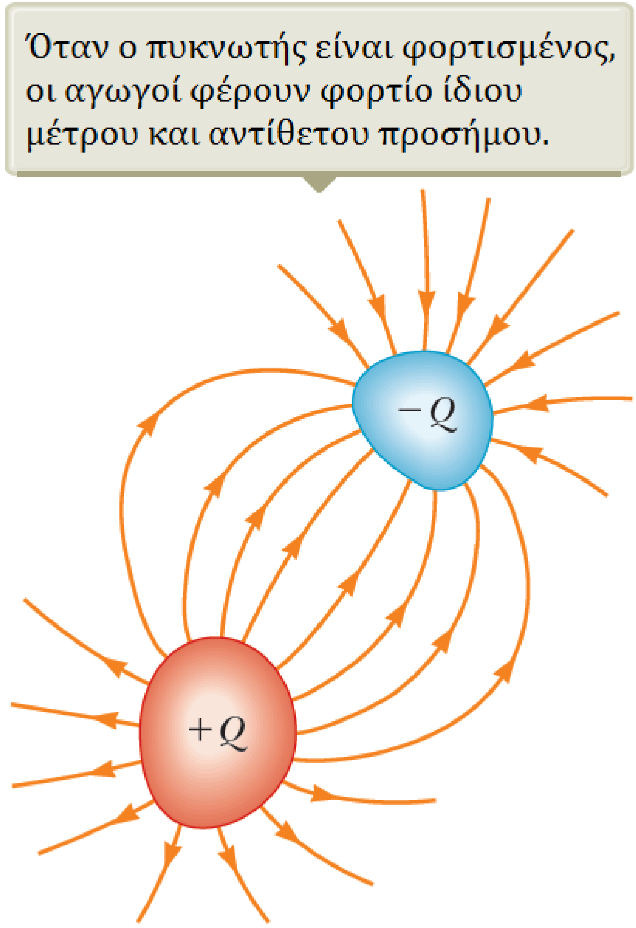
Χωρητικότητα

Χωρητικότητα

- **Εισαγωγή**
  - Σε αυτή τη διάλεξη θα μιλήσουμε για το πρώτο από τα τρία βασικά συστατικά των ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος
  - Τον **πυκνωτή**!
  - Οι πυκνωτές είναι **διατάξεις που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια**
    - **Που? Στο ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται στο εσωτερικό τους!**
  - Πυκνωτές χρησιμοποιούνται
    - για την επιλογή συχνότητας στο ραδιόφωνό σας
    - ως φίλτρα σε μεγάφωνα για την επεξεργασία διαφορετικών συχνοτήτων
    - για αποθήκευση ενέργειας όταν θέλετε να βγάλετε φωτογραφία με φλας
    - κ.α.

Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**
- Έστω δυο αγωγοί όπως στο σχήμα
- Αυτή η διάταξη ονομάζεται **πυκνωτής**
  - Οι αγωγοί λέγονται *αγώγιμες πλάκες (ή **οπλισμοί**)*
  - Παρατηρήστε το ηλεκτρικό πεδίο
  - Αν οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου $|Q|$ και αντίθετου προσήμου, τότε αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού ανάμεσά τους
    - Το συνολικό φορτίο είναι βέβαια μηδέν αλλά παρ' όλα αυτά λέμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο $|Q|$
- Τι καθορίζει πόσο φορτίο μπορούν να φέρουν;



Χωρητικότητα

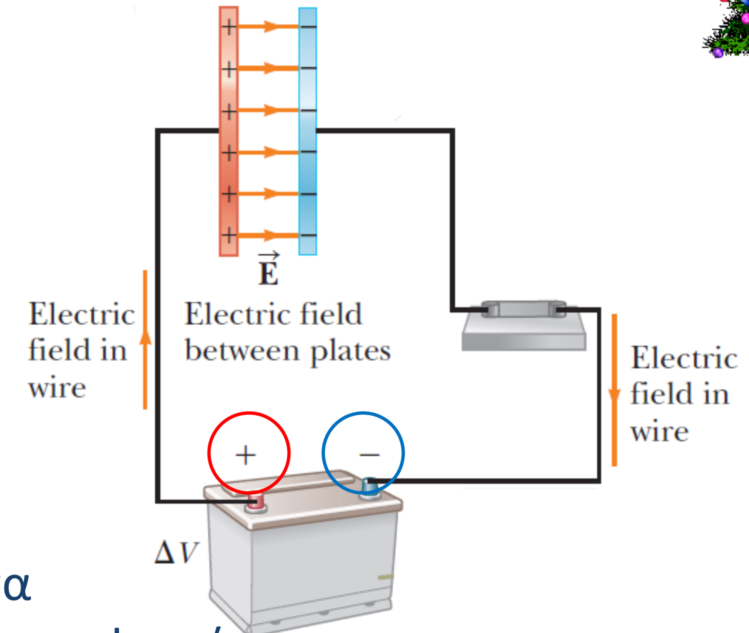
- **Χωρητικότητα**
  - Πειραματικά, έχει δειχθεί ότι η ποσότητα φορτίου Q σε έναν πυκνωτή είναι γραμμικά **ανάλογη με τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς**
  - Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται από το **σχήμα** και την **απόσταση** των αγωγών
    - Η σταθερά αυτή ονομάζεται **χωρητικότητα**
  - Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί ως $\boldsymbol{Q = C\Delta V}$, αν ορίσουμε τη χωρητικότητα ως:
  - Η **χωρητικότητα** $\boldsymbol{C}$ ενός πυκνωτή ορίζεται ως ο **λόγος** του **μέτρου** του **φορτίου** σε οποιονδήποτε αγωγό προς το **μέτρο** της **διαφοράς δυναμικού** ανάμεσά τους:

$$\boldsymbol{C \equiv \frac{|Q|}{|\Delta V|}}$$

Πολύ μεγάλη μονάδα, συνήθως στην πράξη έχουμε μF, nF, ή pF

Μονάδα μέτρησης: 1 C/V = 1 Farad (F)

Χωρητικότητα

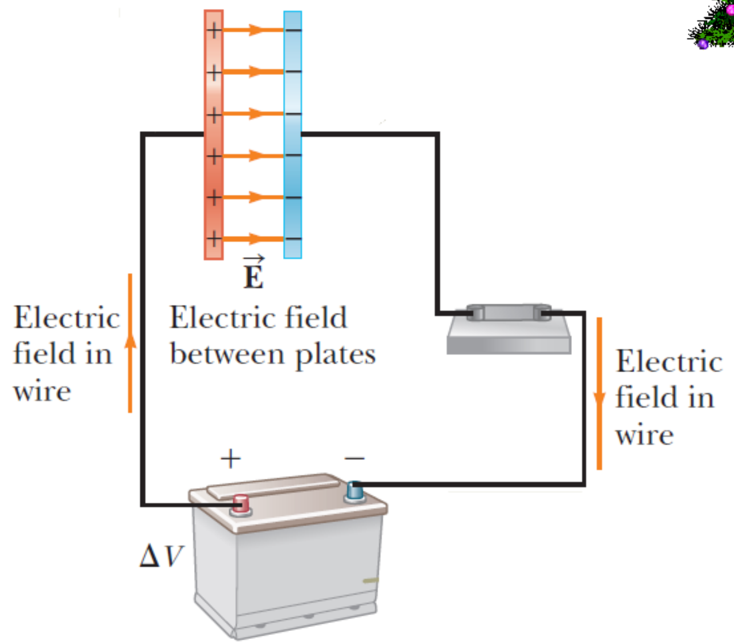


- **Χωρητικότητα**
- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή
- Ένας τρόπος να τον φορτίσουμε είναι να τον συνδέσουμε σε ένα **κύκλωμα** με **μπαταρία**
  - **Ηλεκτρικό κύκλωμα** ονομάζεται ένα μονοπάτι στο οποίο μπορούν να ρέουν φορτία
  - **Μπαταρία** ονομάζεται μια συσκευή που μπορεί να διατηρεί μια **διαφορά δυναμικού** ΔV ανάμεσα στους δυο πόλους της
  - **Πόλοι** είναι περιοχές της μπαταρίας που φορτία μπορούν να βγαίνουν (από τον έναν) και να μπαίνουν (από τον άλλο)
- Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από καλώδια, έναν πυκνωτή, μια μπαταρία και έναν διακόπτη που ανοιγοκλείνει

- **Θετικός πόλος (υψηλότερου δυναμικού)**
- **Αρνητικός πόλος (χαμηλότερου δυναμικού)**

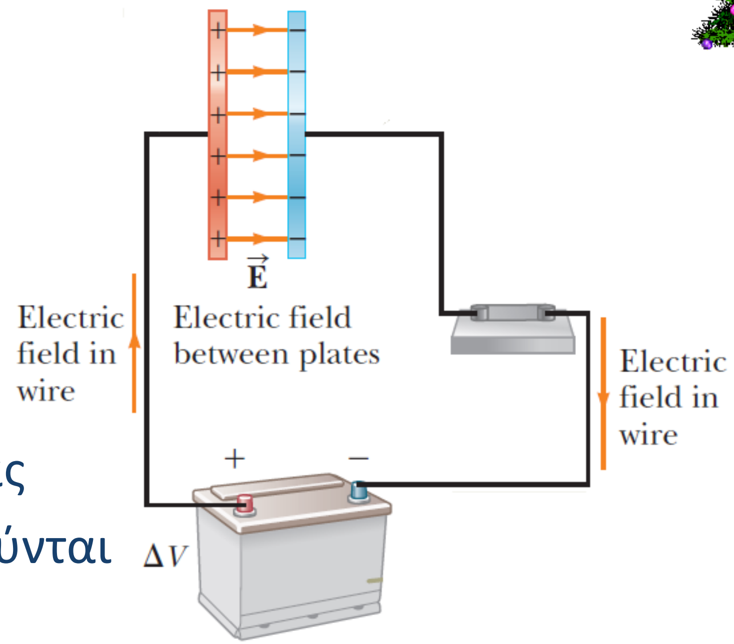
Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**
  - Αν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος, η μπαταρία δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στα καλώδια
  - Ας δούμε την «δεξιά» (**μπλέ**) πλάκα
    - Η μπαταρία εγκαθιστά διαφορά δυναμικού μεταξύ πόλου και πλάκας
    - Εγείρεται ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο → ηλεκτρ. δύναμη στα ηλεκτρόνια του → κινούνται προς την πλάκα
      - Θυμηθείτε ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται πάντα προς περιοχές υψηλού δυναμικού (αντίθετα της φοράς του ηλεκτρικού πεδίου)!
    - Η κίνηση συνεχίζεται ως ότου η πλάκα, το καλώδιο, και ο αρνητικός πόλος της μπαταρίας έχουν όλα το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό
    - Όταν αυτό γίνει, η διαφορά δυναμικού παύει να υπάρχει → δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο και τα ηλεκτρόνια δεν κινούνται
    - Η (μπλέ) πλάκα φέρει πλέον αρνητικό φορτίο $-Q$



Χωρητικότητα

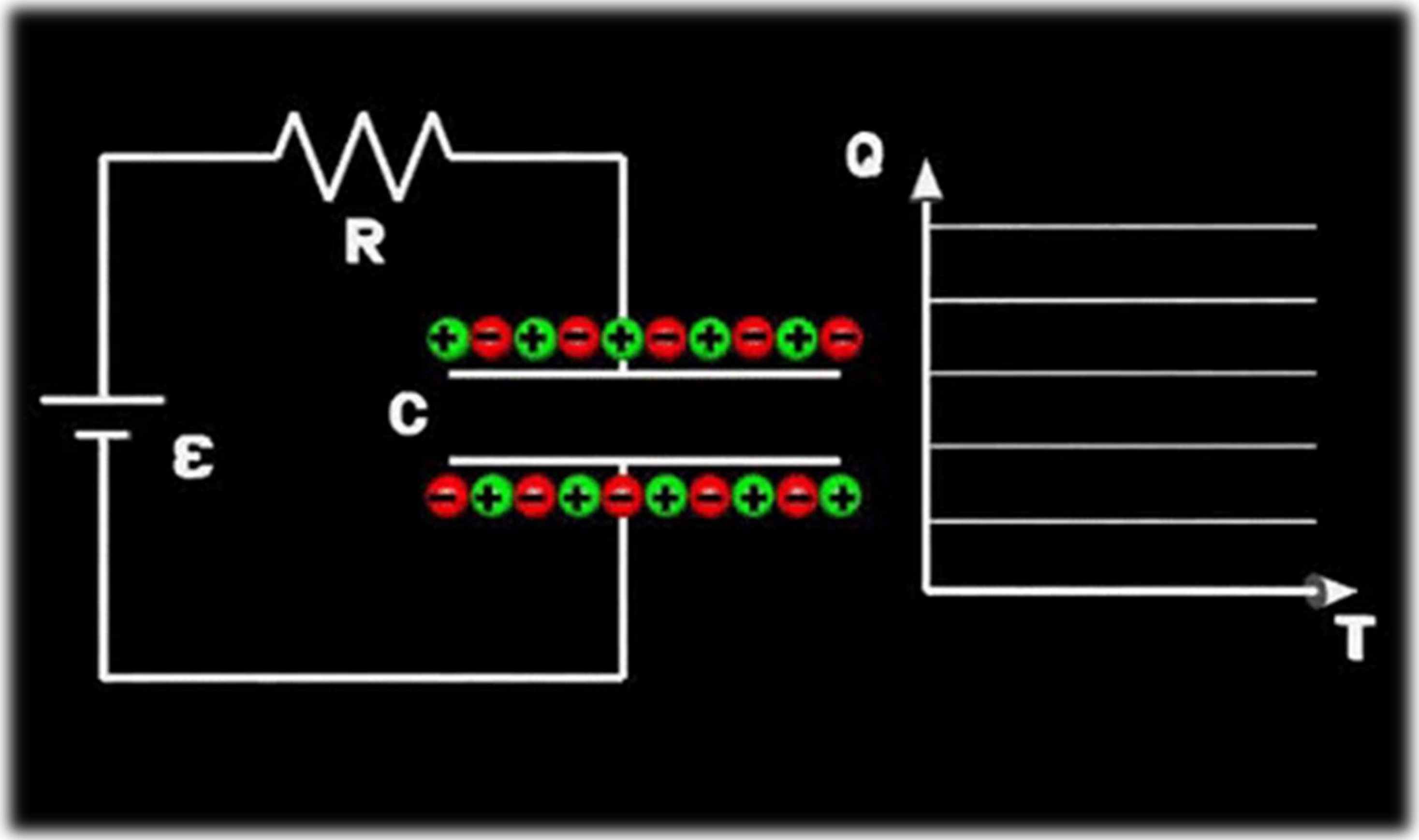
- **Χωρητικότητα**
- Όμοια ισχύουν και για τη «αριστερή» (**κόκκινη**) πλάκα
  - Εγκαθίσταται διαφορά δυναμικού μεταξύ πλάκας και πόλου μπαταρίας
  - ...μόνο που εκεί τα ηλεκτρόνια κινούνται από την πλάκα στο καλώδιο
    - ... αφού κινούνται προς περιοχές υψηλού δυναμικού, αντίθετα δηλ. της φοράς του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου
  - ...αφήνοντάς τη φορτισμένη θετικά



- Στο τέλος, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων της μπαταρίας είναι ίδια με αυτήν ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή.
- Τότε η αριστερή πλάκα έχει το ίδιο δυναμικό με το θετικό πόλο, όπως και η δεξιά πλάκα με τον αρνητικό πόλο
- Έτσι, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού πλέον → πυκνωτής φορτισμένος!

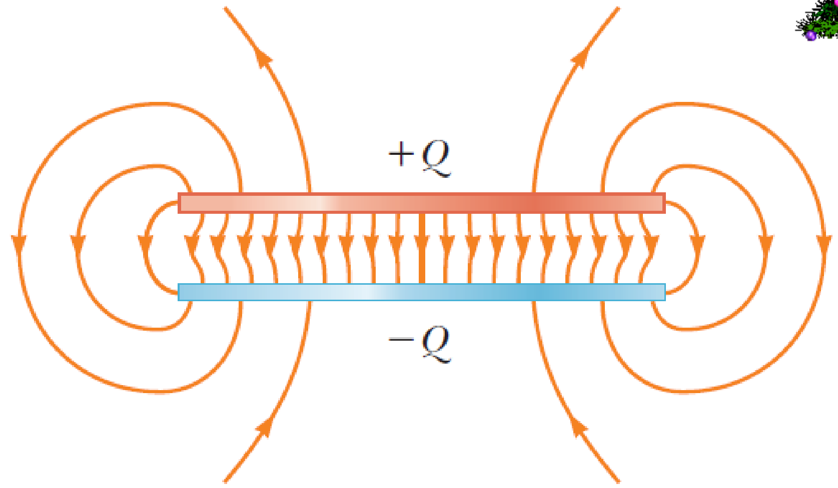
Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**



Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**
- Στην πραγματικότητα, το ηλεκτρικό πεδίο ενός πυκνωτή είναι όπως στο σχήμα δεξιά



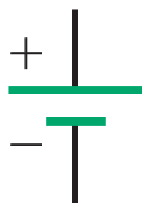
- Είναι όμως βολικό να θεωρούμε ότι αν οι πλάκες βρίσκονται σε απόσταση d πολύ μικρή
  - …δηλ. οι πλάκες είναι πολύ κοντά μεταξύ τους…
- …τότε το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσά τους είναι σχεδόν ομογενές
- Αγνοούμε τα (ενδιαφέροντα) φαινόμενα που συμβαίνουν στα άκρα των πλακών

Χωρητικότητα

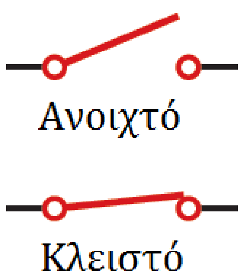
- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
  - Συμβολισμοί

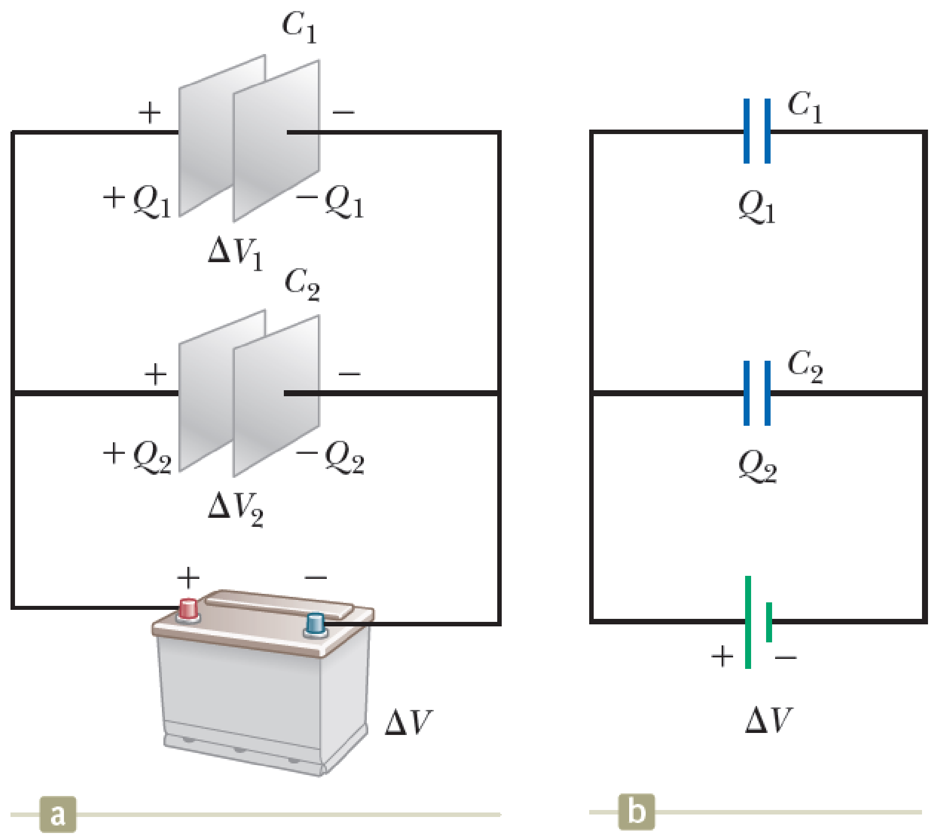
Σύμβολο πυκνωτή

Σύμβολο μπαταρίας

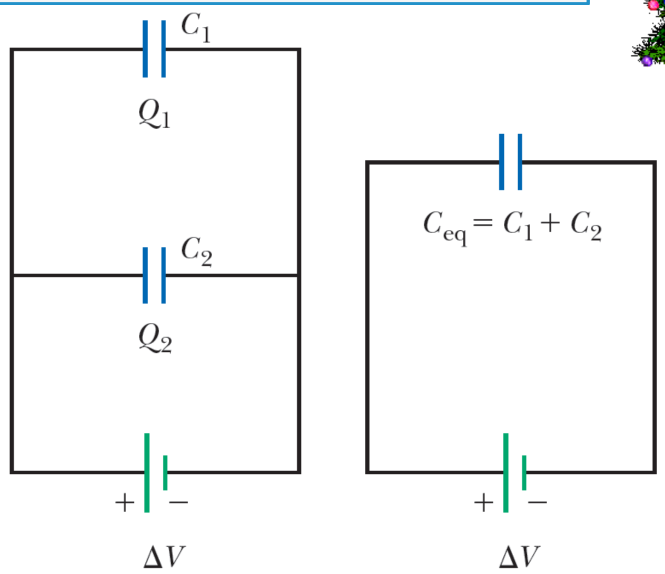


Σύμβολο διακόπτη





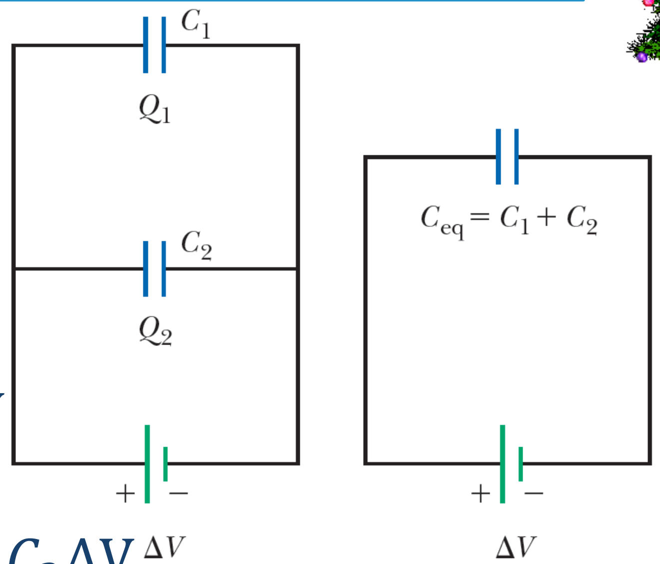
Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Στο σχήμα βλέπετε τη λεγόμενη **παράλληλη σύνδεση** δυο πυκνωτών με την μπαταρία
- Η λέξη «παράλληλα» **δεν έχει να κάνει με τη σχεδίαση**
- Έχει να κάνει με το ότι οι πυκνωτές είναι **απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον ένα τους οπλισμό και απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον άλλο**
- Η ίδια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στα άκρα των δυο ομάδων των συνδεδεμένων οπλισμών
- Άρα όλοι οι πυκνωτές έχουν την **ίδια διαφορά δυναμικού** στα άκρα τους!

Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων παράλληλα είναι η ίδια και ίση με ΔV
  - Οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο
    $$Q_1 = C_1 \Delta V, \qquad Q_2 = C_2 \Delta V$$
  - Το συνολικό φορτίο είναι
    $$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2)\Delta V$$
  - Άρα οι δυο πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν από έναν, με χωρητικότητα $C_{eq} = C_1 + C_2$

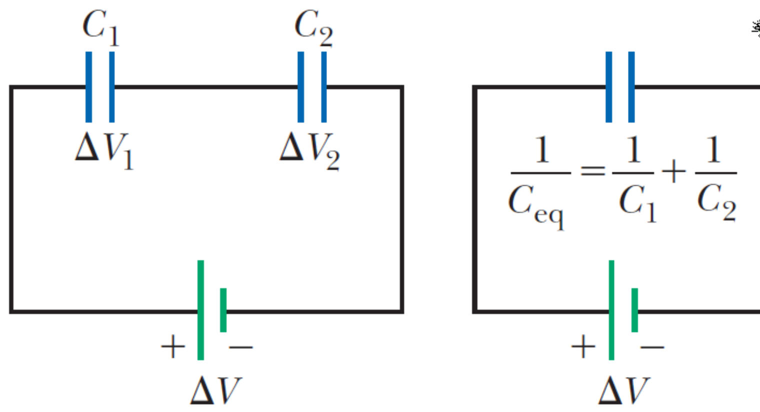


- Γενικότερα: **παράλληλη σύνδεση πυκνωτών**

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i}$$

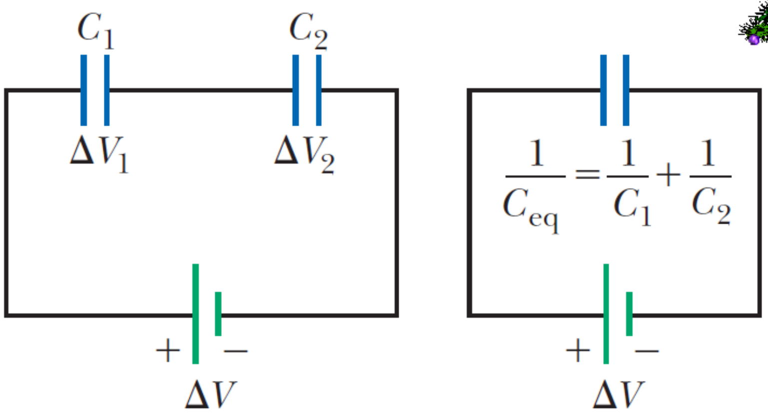
Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Η διαφορές δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων **σε σειρά** είναι διαφορετικές



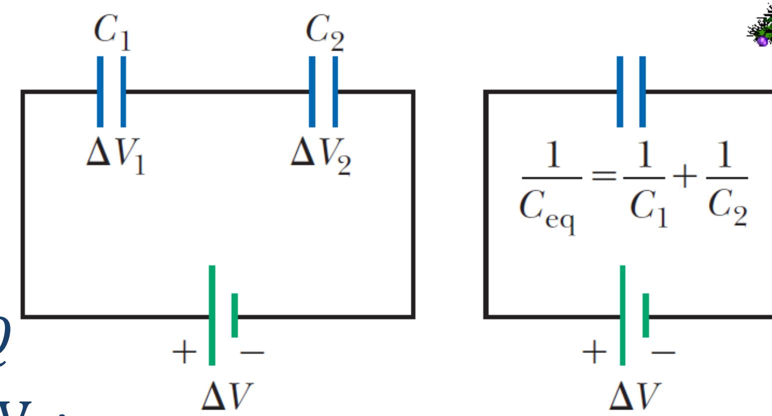
- Ξανά, το «σε σειρά» **δε σημαίνει κάτι όσον αφορά τη σχεδίαση**
- Σημαίνει ότι οι πυκνωτές συνδέονται σειριακά, ο ένας μετά τον άλλο, και όποια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται, αυτή εφαρμόζεται στα άκρα της όλης συνδεσμολογίας πυκνωτών
- Συγκεκριμένα:
  - Η αριστερή πλάκα του C_1και η δεξιά πλάκα του C_2 είναι συνδεδεμένες με την πηγή
  - Οι άλλες δυο πλάκες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους μόνο
    - Το συνολικό τους φορτίο είναι μηδέν, και πρέπει να παραμείνει τόσο, εφόσον αποτελούν ηλεκτρικά απομονωμένο σύστημα!

Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Ας θεωρήσουμε αρχικά αφόρτιστους πυκνωτές
- Όταν συνδέσουμε την μπαταρία, μεταφέρονται ηλεκτρόνια από την αριστερή πλάκα του C_1 στη δεξιά πλάκα του C_2
- Ένα ισόποσο αρνητικό φορτίο εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του C_2, και άρα αυτή έχει πλεόνασμα φορτίου (θετικού)
- Το αρνητικό φορτίο που εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του C_2 προκαλεί συσσώρευση αρνητικού φορτίου στην δεξιά πλάκα του C_1
- Έτσι, **και οι δυο πυκνωτές έχουν δεξιές πλάκες με φορτίο $-Q$ και αριστερές πλάκες με φορτίο $+Q$**
- Δηλ. **οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο Q**

Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Το φορτίο των δυο πυκνωτών σε σειρά είναι ίδιο, $Q_1 = Q_2 = Q$
- Προφανώς ισχύει $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή που έχει την ίδια επίδραση στο κύκλωμα με τους δυο πυκνωτές

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} \Leftrightarrow \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

- Άρα γενικά: **σειριακή σύνδεση πυκνωτών**

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}}}$$

Χωρητικότητα

- **Συνοψίζοντας:**
- **Παράλληλη σύνδεση:**
  - Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο το άθροισμα των επιμέρους φορτίων** και **ίδια διαφορά δυναμικού με τους επιμέρους πυκνωτές**
  - **Χωρητικότητα** ίση με το **άθροισμα των επιμέρους χωρητικοτήτων**

$$Q_{eq} = \sum Q_i$$

$$\Delta V_{eq} = \Delta V_i$$

$$C_{eq} = \sum C_i$$

- **Σειριακή σύνδεση:**
  - Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο ίδιο με τα φορτία των επιμέρους πυκνωτών** και **διαφορά δυναμικού ίση με το άθροισμα των επιμέρους διαφορών δυναμικού**
  - **Χωρητικότητα** ίση με το **αντίστροφο άθροισμα των αντίστροφων επιμέρους χωρητικοτήτων**

$$Q_{eq} = Q_i$$

$$\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$$

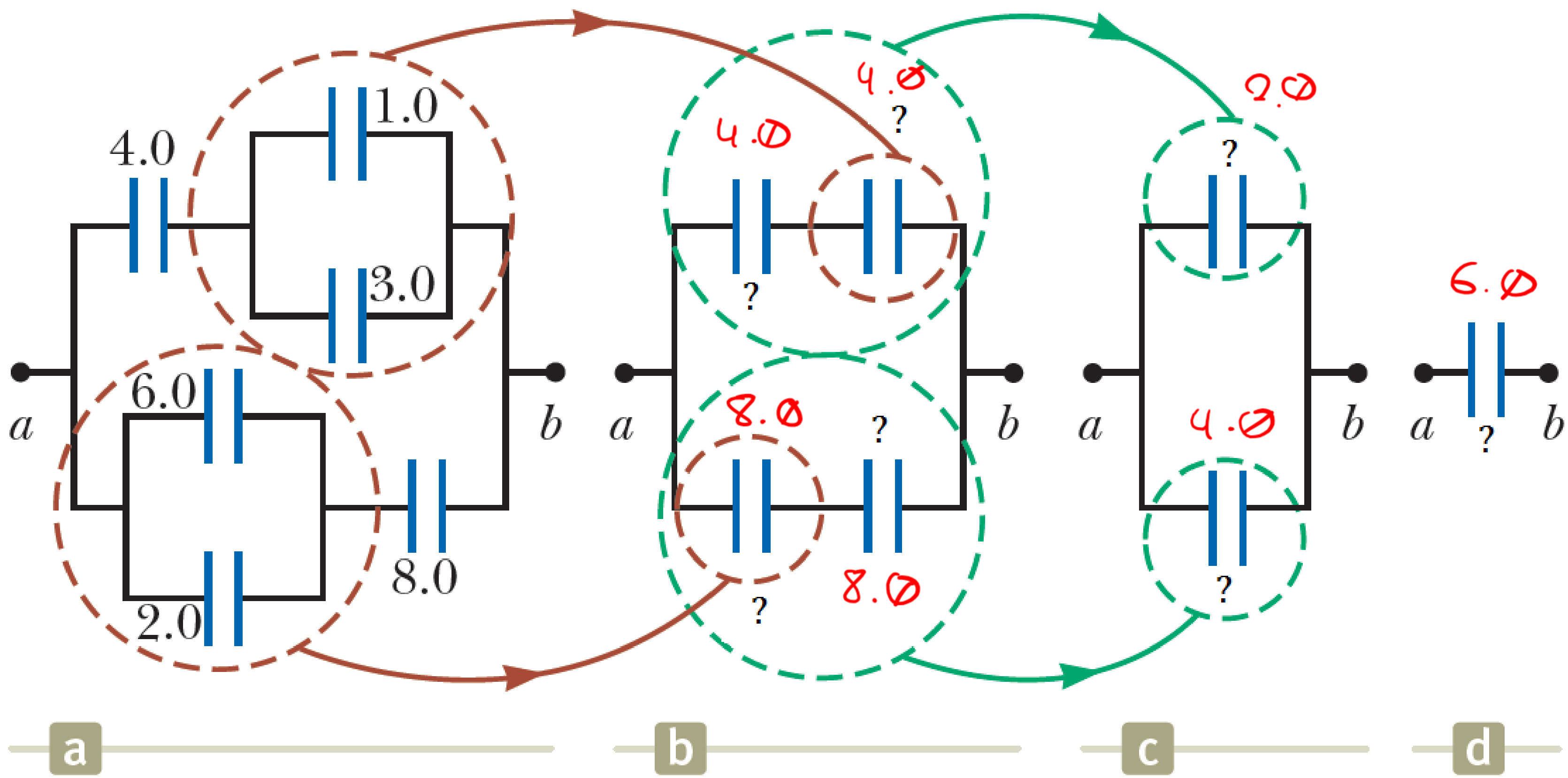
$$C_{eq} = \left(\sum \frac{1}{C_i} \right)^{-1}$$

Χωρητικότητα

Σειριακά: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$

Παράλληλα: $C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$

- **Παράδειγμα:** Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα για τη διάταξη του σχήματος (a)

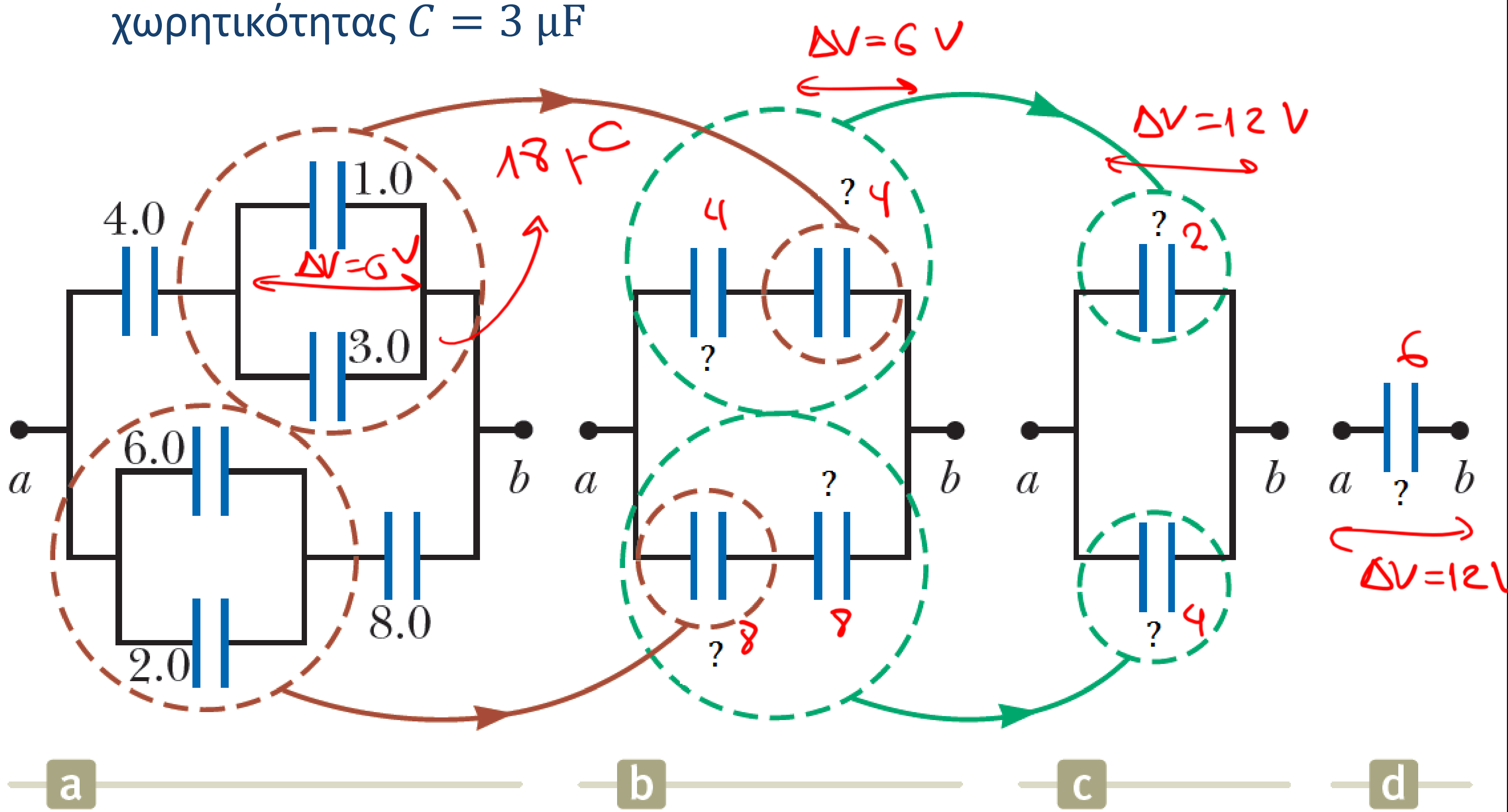


Χωρητικότητα

Σειριακά: $\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$

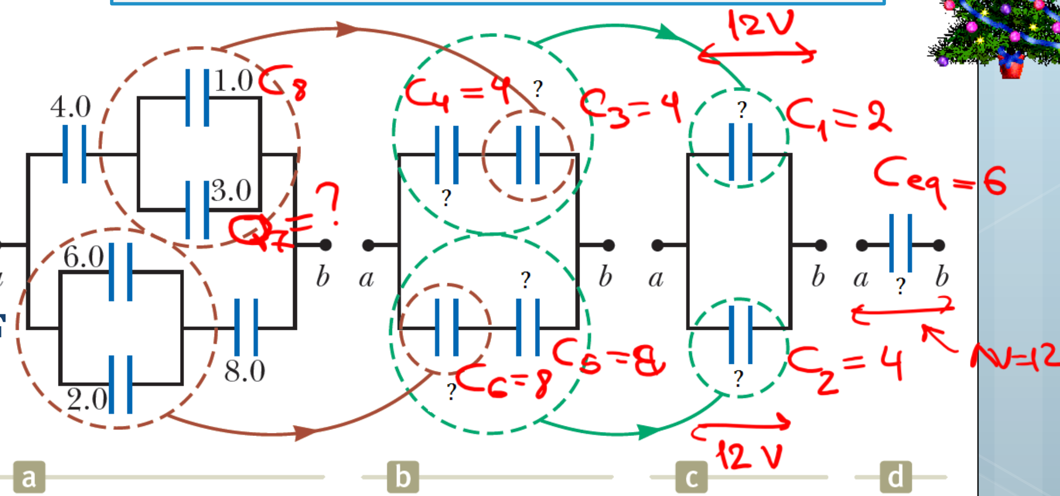
Παράλληλα: $\Delta V_{eq} = \Delta V_i$

- **Παράδειγμα:** Αν $\Delta V_{ab} = 12\ V$, βρείτε το φορτίο του πυκνωτή χωρητικότητας $C = 3$ μF



Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:**
  Αν $\Delta V_{ab} = 12\ V$, βρείτε το Q του πυκνωτή $C = 3$ μF



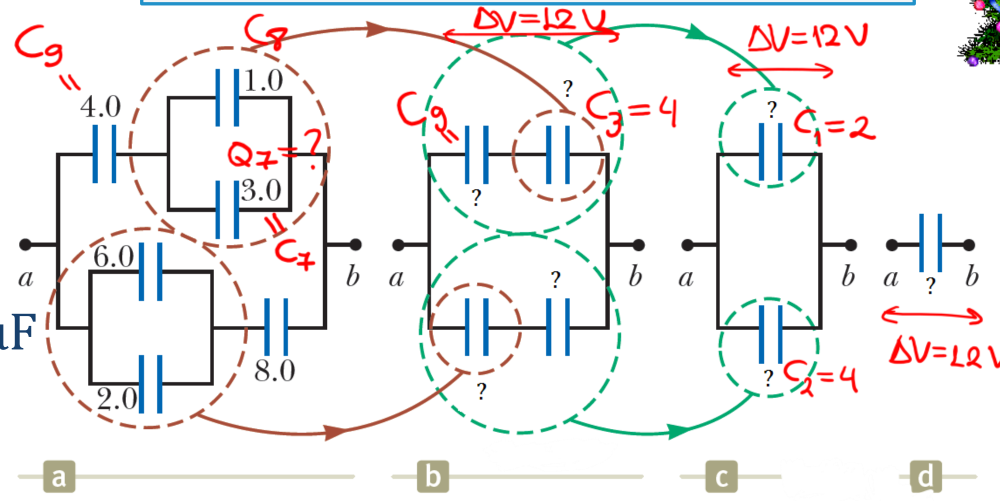
Αφού $\Delta V_{ab} = 12\ V$, τότε

$Q_{eq} = C_{eq} \cdot \Delta V_{ab} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 72\ \mu C$. Λόγω παράλληλης σύνδεσης στο (c), θα έχουμε $\Delta V_{C_1} = \Delta V_{C_2} = \Delta V_{ab} = 12\ V$. Το φορτίο του C_1 θα είναι $Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_{C_1} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 24\ \mu C$. Λόγω σειριακής σύνδεσης, $Q_3 = Q_4 = Q_1 = 24\ \mu C$, στο σχήμα (b). Ο πυκνωτής C_3 είναι ο ισοδύναμος των C_7, C_8 (με τον C_7 να μας ενδιαφέρει) στο σχήμα (a). Λόγω παράλληλης σύνδεσης των C_7, C_8, θα έχουμε $\Delta V_{C_7} = \Delta V_{C_8} = \Delta V_{C_3}$, με $\Delta V_{C_3} = \dfrac{Q_3}{C_3}$

δηλ. $\Delta V_{C_3} = \dfrac{24}{4} = 6\ V$.

Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:**
  Αν $\Delta V_{ab} = 12\ V$, βρείτε το Q του πυκνωτή $C = 3$ μF



Άρα $\Delta V_{C_7} = \Delta V_{C_3} = 6$ V.

Οπότε τελικά $Q_7 = C_7 \cdot \Delta V_{C_7} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 18\ \mu C$.

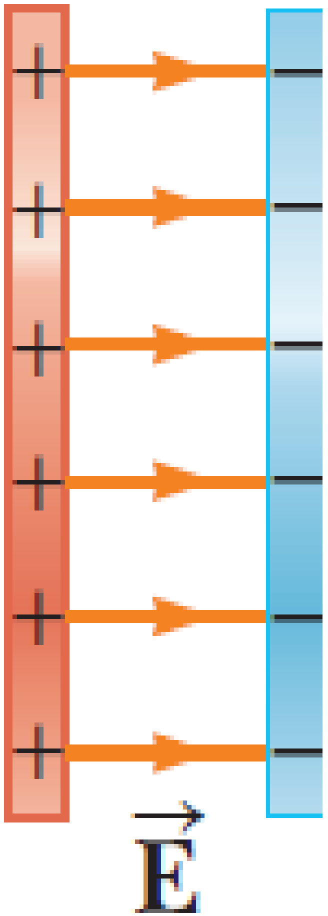
Ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 3 \cdot 10^{-6}$ F έχει φορτίο $Q = 18 \cdot 10^{-6}$ C.

→ Αν ζητούνταν το φορτίο του C_8? Οι C_7, C_8 έχουν την ίδια ΔV στα άκρα τους, την $\Delta V_3 = 6$ V, λόγω παράλληλης συνδεσμολογίας. Άρα $Q_8 = C_8 \cdot \Delta V_3 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 6\ \mu C$.

→ Αν ζητούνταν το φορτίο του πυκνωτή $C_9 = 4\ \mu F$? Στη σειριακή σύνδεση των C_9, C_3, το φορτίο είναι το ίδιο. Αφού $Q_3 = 24\ \mu C$, επίσης θα είναι $Q_9 = 24\ \mu C$.

Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας θεωρήσουμε μια απλουστευμένη, «μηχανική» διαδικασία φόρτισης ενός πυκνωτή
  - Ένα μικρό ποσό φορτίου μεταφέρεται από τη μια πλάκα μέσω ηλ. δύναμης προς την άλλη πλάκα
    - Παράγεται **έργο** στο φορτίο
  - Δημιουργείται μια **διαφορά δυναμικού** (μικρή) ανάμεσα στις πλάκες
  - Όσο μεταφέρουμε φορτίο από τη μια πλάκα στην άλλη, τόσο **μεγαλώνει** η διαφορά δυναμικού
    - **Περισσότερο έργο** απαιτείται για τη μεταφορά μιας ποσότητας φορτίου
  - Το έργο που παράγεται στο σύστημα από την εξωτερική δύναμη εμφανίζεται ως **μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος** (διατήρηση της ενέργειας)



Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας υποθέσουμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο q σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας φόρτισης
  - Η διαφορά δυναμικού θα είναι $\Delta V = \frac{q}{c}$
- Το έργο dW που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου dq από μια πλάκα φορτίου $-q$ σε αυτή φορτίου $+q$ είναι

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

- Άρα το συνολικό έργο που απαιτείται για τη φόρτιση του πυκνωτή από μηδενικό φορτίο σε φορτίο Q είναι:

$$W = \int dW = \int \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int q dq \Rightarrow W = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Το έργο W που παράγεται κατά τη φόρτιση του πυκνωτή αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_E και άρα

$$\boxed{W = U_E = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C}\right) = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2}$$

- Θεωρούμε την **ενέργεια** σε έναν πυκνωτή ως **αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο** που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες του, όσο φορτίζεται

- Αποδεικνύεται ότι για έναν πυκνωτή από δυο παράλληλες πλάκες εμβαδού A που απέχουν απόσταση d, είναι

$$\boxed{U_E = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 A d E^2}$$

Εικόνα: Οι γραμμές ρεύματος μεταφέρουν ενέργεια από την ηλεκτρική εταιρία στα σπίτια και τις επιχειρήσεις μας. Η ενέργεια μεταφέρεται σε πολύ υψηλές τάσεις, πιθανότατα εκατοντάδων χιλιάδων volt. Αν και αυτό καθιστά της ηλεκτροφόρες γραμμές επικίνδυνες, η υψηλή τάση συνεισφέρει στη λιγότερη απώλεια ενέργειας λόγω αντιστάσεων των καλωδίων (Telegraph Colour Library/FPG)

Φυσική για Μηχανικούς

Ρεύμα και Αντίσταση

Εικόνα: Οι γραμμές ρεύματος μεταφέρουν ενέργεια από την ηλεκτρική εταιρία στα σπίτια και τις επιχειρήσεις μας. Η ενέργεια μεταφέρεται σε πολύ υψηλές τάσεις, πιθανότατα εκατοντάδων χιλιάδων volt. Αν και αυτό καθιστά της ηλεκτροφόρες γραμμές επικίνδυνες, η υψηλή τάση συνεισφέρει στη λιγότερη απώλεια ενέργειας λόγω αντιστάσεων των καλωδίων (Telegraph Colour Library/FPG)

Φυσική για Μηχανικούς

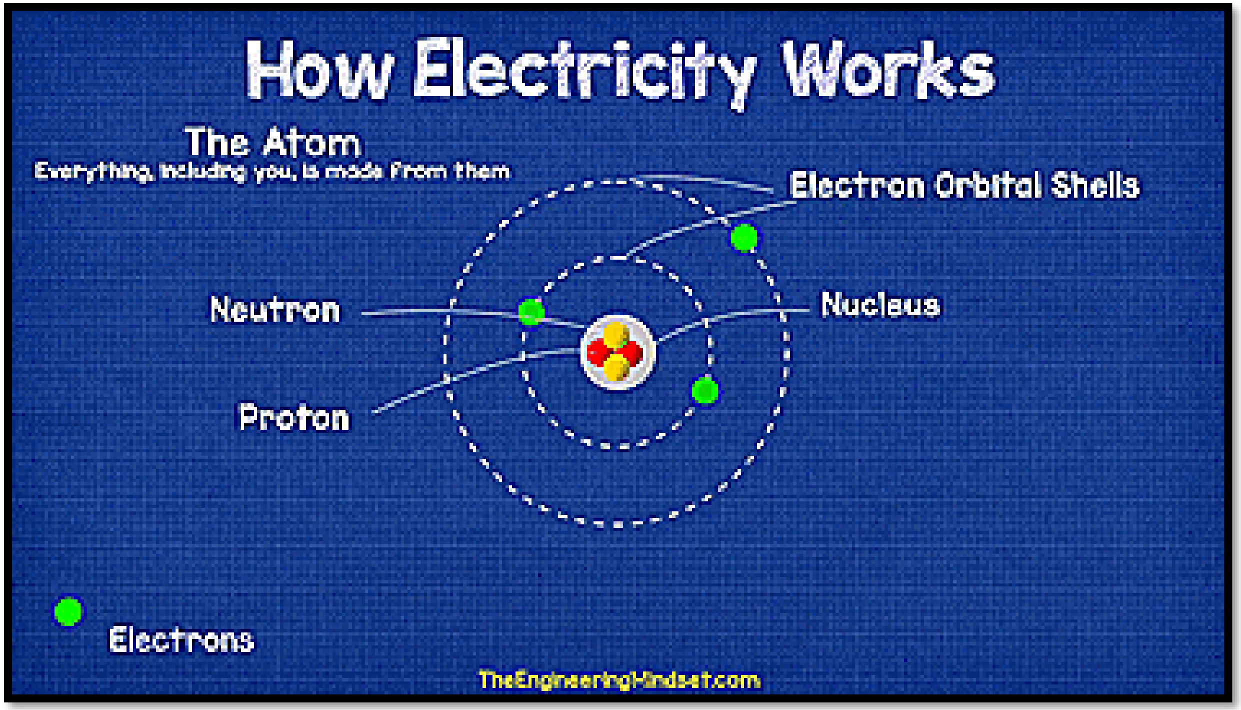
Ρεύμα και Αντίσταση

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Εισαγωγή**
  - Σε αυτή τη διάλεξη θα ασχοληθούμε με την ***κίνηση*** ηλεκτρικών φορτίων σε μια περιοχή του χώρου
    - Ως τώρα θεωρούσαμε – συνήθως – ένα πλήθος φορτίων ως στάσιμο!
  - Θα μάθουμε τον όρο **ηλεκτρικό ρεύμα** (ή απλώς *ρεύμα*) για την περιγραφή του ρυθμού της ροής του φορτίου
    - Ροές φορτίων υπάρχουν σε ατμοσφαιρικά φαινόμενα, στο ανθρώπινο σώμα, σε ηλεκτρικά συστήματα, στο ηλιακό μας σύστημα…
  - Επίσης, θα μιλήσουμε για την **ηλεκτρική αντίσταση**
  - Θα εισάγουμε ένα νέο στοιχείο, τον **αντιστάτη**

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
- Στα πλαίσια του μαθήματος, μας ενδιαφέρει η ροή **σταθερών (σε μέτρο & φορά)** ρευμάτων (δηλ. η ροή ελεύθερων **ηλεκτρονίων** τα οποία κινούνται διαμέσου **μεταλλικών αγωγών** (καλώδια)



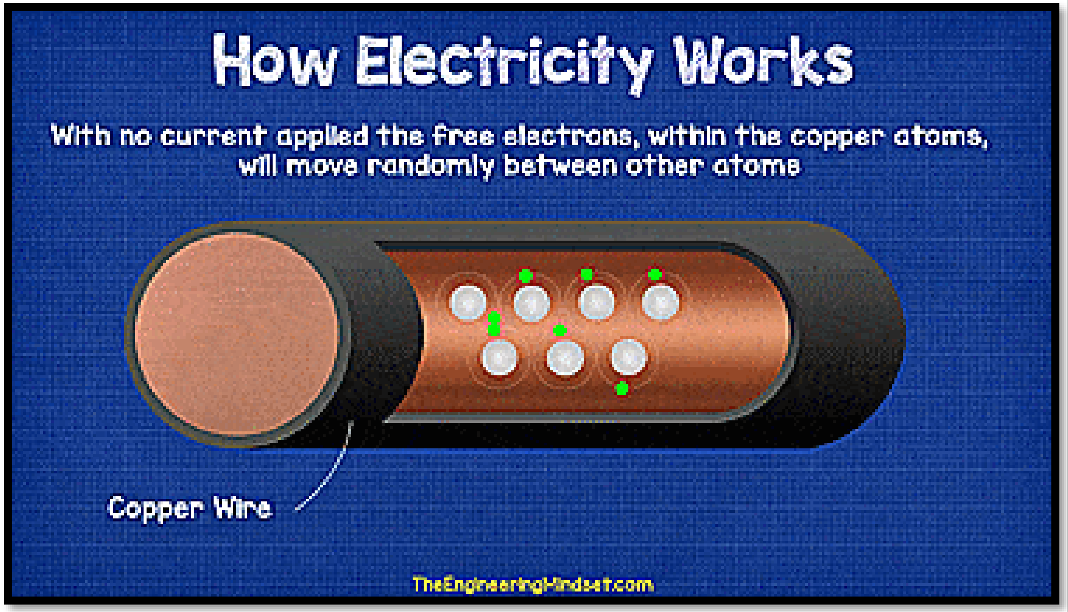
Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**

  - Ας ξεκινήσουμε τη μελέτη της **ροής ηλεκτρικού φορτίου** σε ένα τμήμα υλικού
  - Η ποσότητα της ροής εξαρτάται από
    - το είδος του υλικού
    - τη διαφορά δυναμικού κατά μήκος του υλικού
  - Όταν έχουμε **προσανατολισμένη ροή** ηλεκτρικού φορτίου μέσα από μια περιοχή, τότε λέμε ότι υπάρχει **ηλεκτρικό ρεύμα**
  - **«Προσανατολισμένη ροή»???**

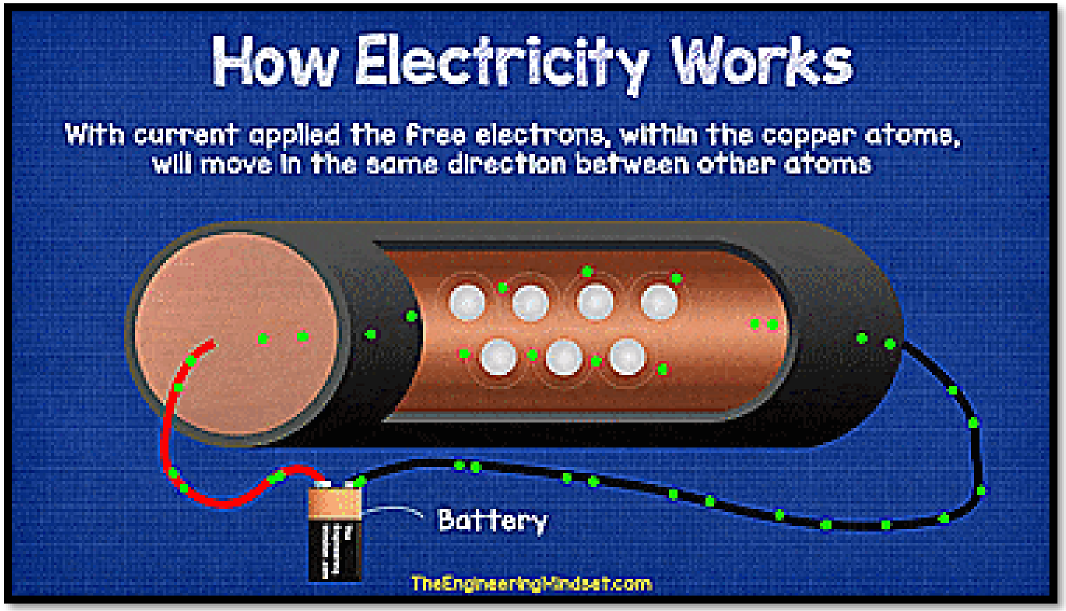
Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
  - Τι σημαίνει «**προσανατολισμένη ροή**»?
  - Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια σε έναν αγωγό κινούνται **τυχαία** με ταχύτητες της τάξης του 10^6 m/s…
    - …αλλά **δεν έχουν συνολικά κάποια προτίμηση** να κινηθούν προς **μια κατεύθυνση**…
  - …κι έτσι δεν υπάρχει ρεύμα στον αγωγό



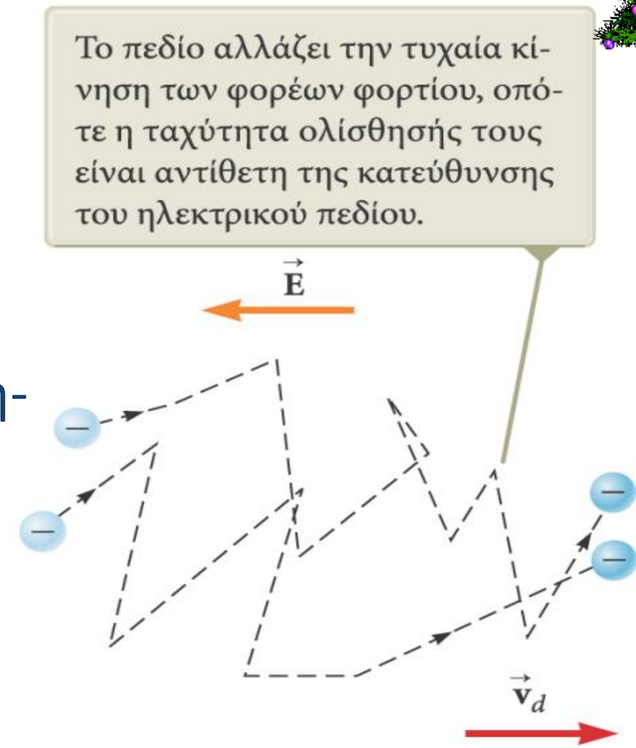
Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
  - Μια διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού θα προκαλέσει μια «προδιάθεση» για κίνηση (**προσανατολισμένη κίνηση**) των ηλεκτρονίων προς μια κατεύθυνση, και αυτό θα αποτελέσει το ρεύμα



Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
  - Αυτή η προσανατολισμένη κίνηση γίνεται με ταχύτητες **πολύ μικρές**
  - Η ταχύτητα προσανατολισμένης κίνησης των ηλεκτρονίων αντίθετα της φοράς του ηλ. πεδίου ονομάζεται **ταχύτητα ολίσθησης** $\vec{u}_d$
  - Η ταχύτητα ολίσθησης είναι αρκετά μικρή, της τάξης του 10^{-4} m/s
  - Πώς τότε πατάμε ένα κουμπί και φωτίζεται αμέσως μια λάμπα?
    - Μα τα καλώδια είναι γεμάτα ηλεκτρόνια!
    - Με την εγκατάσταση του πεδίου, υπάρχει σχεδόν άμεση κίνηση όλων των ηλεκτρονίων στο καλώδιο
    - Δε χρειάζεται να περιμένουμε να προχωρήσει το ηλεκτρόνιο που βρίσκεται «πίσω» από το διακόπτη μέχρι τη λάμπα!

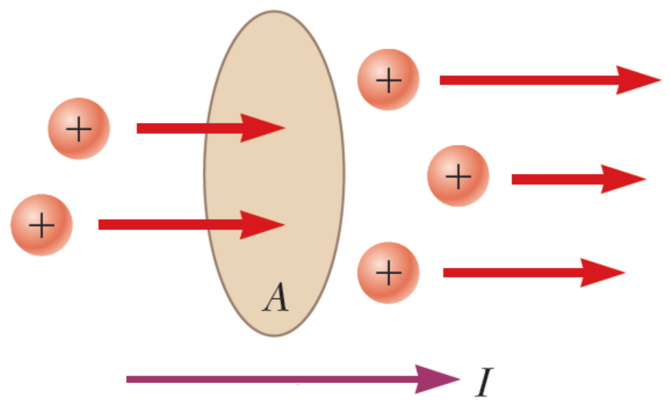


Ρεύμα και Αντίσταση

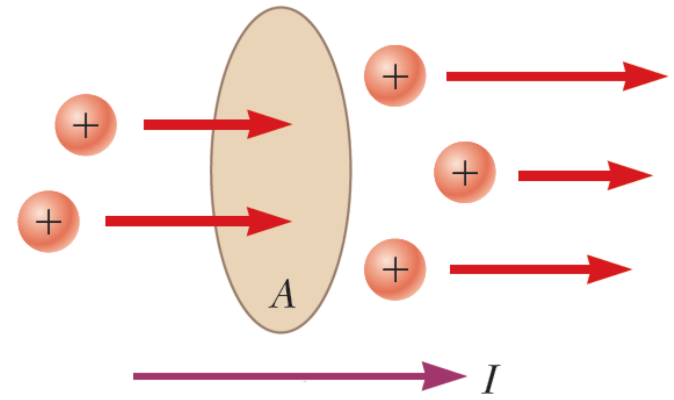
- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
- Ας ορίσουμε το ρεύμα ποσοτικά:
  - Έστω μια ποσότητα φορτίου που κινείται κάθετα σε μια επιφάνεια εμβαδού A
  - Το **ρεύμα** ορίζεται ως ο ρυθμός με τον οποίο το φορτίο ρέει μέσα από την επιφάνεια
  - Αν η ποσότητα του φορτίου που περνάει από την επιφάνεια σε χρόνο Δt είναι ΔQ, τότε το **μέσο ρεύμα** ισούται με

Μονάδα μέτρησης:
$1 \text{ Ampere } (A) = 1\ C/s$

$$I_{avg} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



Ρεύμα και Αντίσταση

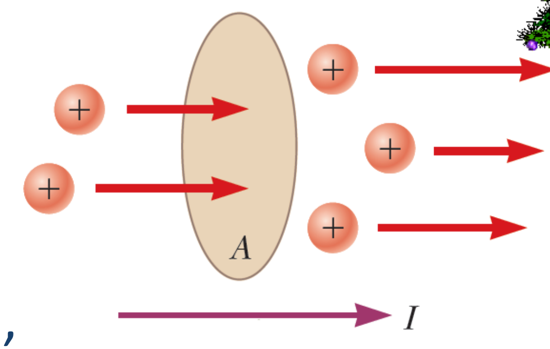


- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
- Το **στιγμιαίο ρεύμα** ορίζεται ως το όριο του μέσου ηλεκτρικού ρεύματος όταν $\Delta t \to 0$

$$\boxed{I \equiv \frac{dQ}{dt}}$$

- Τα φορτισμένα σωματίδια που διαπερνούν μια επιφάνεια μπορεί να είναι θετικά, αρνητικά, ή και τα δυο (**στα μέταλλα είναι αρνητικά – ηλεκτρόνια**)
- Έχει συμφωνηθεί (για <u>ιστορικούς</u> λόγους) να θεωρούμε ως κατεύθυνση του ρεύματος την κατεύθυνση των **θετικών** φορτίων
  - Δηλ. αντίθετη στην κίνηση των ηλεκτρονίων στους μεταλλικούς αγωγούς

Ρεύμα και Αντίσταση



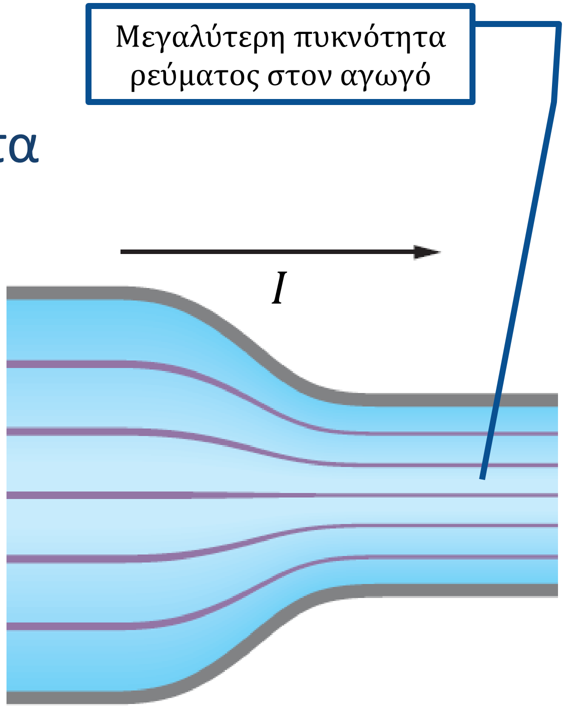
- **Ηλεκτρικό Ρεύμα**
- Αν τα άκρα ενός αγώγιμου καλωδίου ενωθούν σε ένα βρόχο (κλειστό μονοπάτι), όλα τα σημεία του βρόχου έχουν το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό
  - Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ είναι μηδέν
  - Άρα δεν υπάρχει ρεύμα
- Αν όμως τα άκρα του συνδεθούν σε μια μπαταρία (**πηγή διαφοράς δυναμικού**), δεν έχουν όλα τα σημεία του βρόχου το ίδιο δυναμικό!
  - Η μπαταρία εγκαθιστά διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων του βρόχου
    - Δημιουργώντας ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο καλώδιο
    - Το πεδίο προκαλεί ηλεκτρική δύναμη στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του καλωδίου, προκαλώντας την προσανατολισμένη κίνησή τους
    - Δημιουργώντας έτσι το **ηλεκτρικό ρεύμα**!

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα**
  - Ας ορίσουμε ως ***πυκνότητα ρεύματος J*** σε ένα καλώδιο ως το ρεύμα ανά μονάδα επιφάνειας

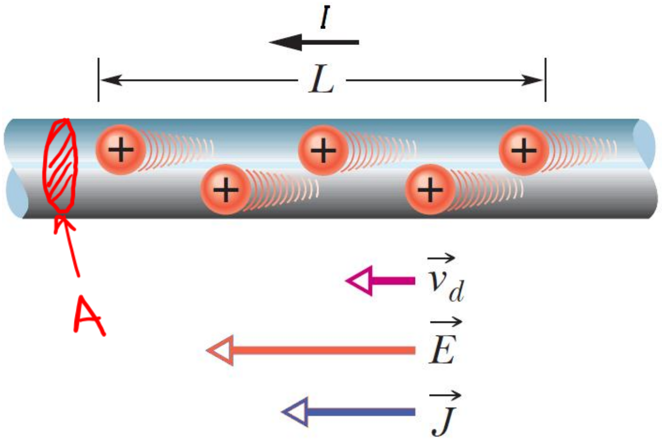
$$J = \frac{I}{A}$$

  - Ισχύει μόνο για ομοιόμορφη πυκνότητα και για επιφάνεια A κάθετη στη διεύθυνση του ρεύματος
  - Όπως περιγράψαμε ηλεκτρικά πεδία με ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές, έτσι μπορούμε να περιγράψουμε την πυκνότητα ρεύματος με αντίστοιχες **ρευματικές γραμμές**



Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα**
- Μπορούμε να σχετίσουμε το μέτρο της πυκνότητας ρεύματος J με την ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων?
- Τα (υποτιθ.) θετικά φορτία του κυλινδρικού αγωγού κινούνται προς τη φορά του ηλεκτρικού πεδίου



- Αν η πυκνότητα ρεύματος είναι ομοιόμορφη σε όλο τον αγωγό, και η ταχύτητα ολίσθησης είναι ίδια για όλα τα φορτία, τότε το πλήθος των φορτίων σε έναν αγωγό μήκους L και επιφάνειας διατομής A (δηλ. όγκου $V = AL$) είναι

$$N = nV = nAL$$

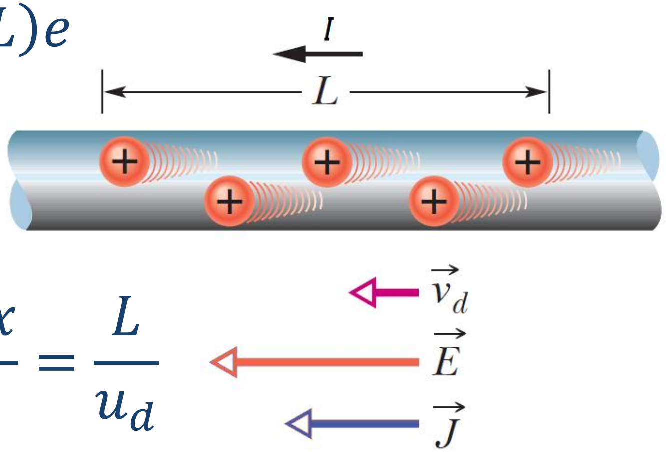
  - …όπου n το πλήθος των φορέων φορτίου ανά μονάδα όγκου
- Το συνολικό φορτίο θα είναι (αν e είναι το φορτίο κάθε φορέα)

$$q = Ne = (nAL)e$$

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα**
- Το συνολικό φορτίο θα είναι (αν e είναι το φορτίο κάθε φορέα)

$$q = Ne = (nAL)e$$



- Αφού η ταχύτητα ολίσθησης είναι κοινή (και **σταθερή**) για όλα τα φορτία, τότε σε χρόνο

$$\Delta x = ut \Leftrightarrow t = \frac{\Delta x}{u} = \frac{L}{u_d}$$

θα έχει περάσει το παραπάνω $q = (nAL)e$ φορτίο από τον αγωγό

- Άρα

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{nALe}{\frac{L}{u_d}} = nAeu_d \Rightarrow \boxed{J = \frac{I}{A} = neu_d}$$

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα σε υλικά**
  - Ας ξεκινήσουμε τη μελέτη του ρεύματος σε **υλικά**
    - **Ισοτροπικά υλικά: οι ηλεκτρικές τους ιδιότητες παραμένουν ίδιες σε όλες τις κατευθύνσεις**
  - Ας ορίσουμε ως ***ειδική αγωγιμότητα σ*** ενός υλικού μια σταθερά που περιγράφει την πυκνότητα ρεύματος J δεδομένης μιας τιμής ηλεκτρικού πεδίου E στο υλικό
    - Περιγράφει πόσο «καλά» ένα υλικό άγει το ηλεκτρικό ρεύμα
  - Σε μερικά υλικά (αρκετά, συμπεριλαμβανομένων και πολλών μετάλλων), η πυκνότητα ρεύματος είναι ανάλογη του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου

$$\boxed{\boldsymbol{J = \sigma E}}$$

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα σε υλικά**

- **Υλικά** που ικανοποιούν την προηγούμενη σχέση λέμε ότι ακολουθούν το **νόμο του Ohm:**

  - **Ο λόγος της πυκνότητας ρεύματος $\boldsymbol{J}$ προς το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου $\boldsymbol{E}$ είναι σταθερός και ίσος με σ, και ανεξάρτητος από το ηλεκτρικό πεδίο που παράγει το ρεύμα**

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{J}{E}}$$

  - Ο νόμος του Ohm δεν είναι «νόμος» της Φύσης, αλλά μια εμπειρική σχέση που ισχύει μόνο σε ορισμένες περιπτώσεις

Ρεύμα και Αντίσταση

$$J = \sigma E$$

- **Ηλεκτρικό ρεύμα σε υλικά**
  - Ο νόμος του Ohm είναι μια σχέση με πολύ μεγάλη σημασία. Γιατί;
  - Μας λέει **τρία** πράγματα:

✓ Η πυκνότητα ρεύματος, και ως εκ τούτου το ρεύμα, εξαρτάται με γραμμικό τρόπο από το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου:

$$J = \sigma E \Rightarrow \frac{I}{A} = \sigma E \Rightarrow I = (\sigma A)E$$

✓ Το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργείται από ένα ηλεκτρικό πεδίο που ασκεί ηλεκτρ. δυνάμεις στους φορείς φορτίου

✓ Η πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται από την ειδική αγωγιμότητα του υλικού

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα σε υλικά**
- Επιπλέον μπορούμε να ορίσουμε:
- **Ειδική αντίσταση** ρ ενός υλικού:

$$\rho = \frac{E}{J} \Rightarrow E = \rho J$$

με σ, ρ να σχετίζονται ως

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

- Η ειδική αντίσταση μας πληροφορεί για το πόσο «διστακτικά» κινούνται τα ηλεκτρόνια σε απάντηση στο ηλεκτρικό πεδίο
  - Δηλ. η ειδική αντίσταση μετρά το βαθμό με τον οποίο ένα υλικό «αντιστέκεται» στη ροή φορτίων όταν στο υλικό αυτό εφαρμόζεται ένα ηλεκτρικό πεδίο

Ρεύμα και Αντίσταση

- **Ηλεκτρικό ρεύμα σε υλικά**

- Πιο πρακτικά, μας ενδιαφέρουν συγκεκριμένα σχήματα και γεωμετρίες υλικών

- Εφαρμόζοντας μια διαφορά δυναμικού στα άκρα δυο **ίδιων (ως προς τις διαστάσεις τους)** ράβδων χαλκού και γυαλιού, παρατηρούμε τελείως διαφορετικά ρεύματα

- Κάθε ράβδος έχει διαφορετική **αντίσταση** και η ράβδος χαλκού ή γυαλιού ονομάζεται **αντιστάτης**

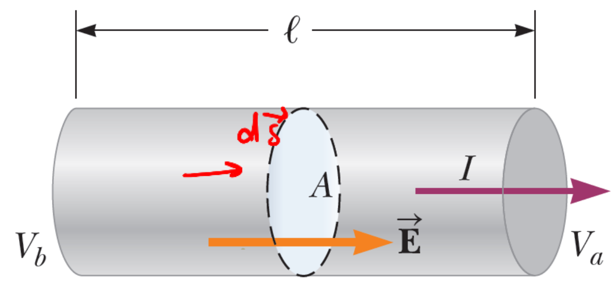
Ρεύμα και Αντίσταση

- **Αντίσταση**
- Ας θεωρήσουμε έναν συγκεκριμένο αγωγό με ομοιόμορφη επιφάνεια διατομής εμβαδού A και με μήκος l
- Μια διαφορά δυναμικού ΔV δημιουργείται κατά μήκος του αν τον συνδέσουμε με μια μπαταρία (π.χ.)
  - Δημιουργώντας έτσι εντός του αγωγού ένα ηλεκτρικό πεδίο και ένα ρεύμα
- Αν υποθέσουμε ότι το πεδίο είναι ομογενές, το μέτρο της διαφοράς δυναμικού **κατά μήκος** του αγωγού είναι

$$|\Delta V| = |V_b - V_a| = \int \vec{E}\cdot d\vec{s} = El \rightarrow E = \frac{|\Delta V|}{l}$$

- Έτσι, η πυκνότητα ρεύματος είναι

$$J = \sigma E = \sigma \frac{|\Delta V|}{l}$$



Ρεύμα και Αντίσταση

- **Αντίσταση**
- Επειδή όμως $J = \frac{I}{A}$, η διαφορά δυναμικού τελικά είναι

$$J = \sigma \frac{|\Delta V|}{l} \Rightarrow |\Delta V| = \frac{l}{\sigma} J = \frac{l}{\sigma A} I = RI \Rightarrow \boxed{|\Delta V| = RI}$$

- Η ποσότητα

$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

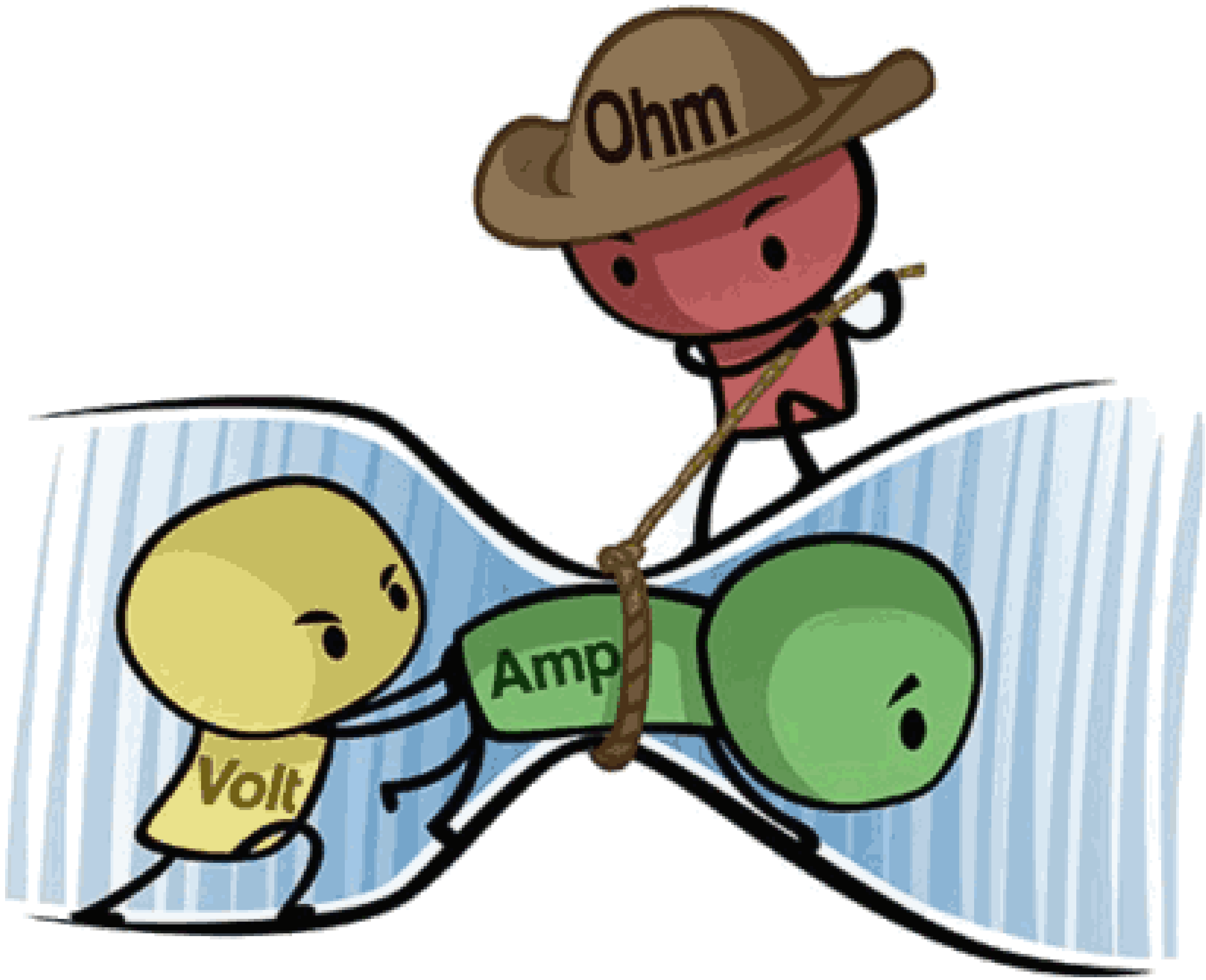
ονομάζεται **αντίσταση** του αγωγού

- Ορίζουμε λοιπόν την **αντίσταση** ενός αγωγού ως **το λόγο της διαφοράς δυναμικού προς το ρεύμα που τον διαρρέει**

$$\boxed{R \equiv \frac{|\Delta V|}{I}}$$

$\frac{V}{A}$ = 1 Ohm (Ω)

Ρεύμα και Αντίσταση



Ρεύμα και Αντίσταση

- **Αντίσταση**
- Αντίσταση R και ειδική αντίσταση ρ
  - Είναι το ίδιο πράγμα?
  - Όχι!
  - Η ειδική αντίσταση περιγράφει το **υλικό**, όχι κάποιο τμήμα του με συγκεκριμένη γεωμετρία
  - Η αντίσταση χαρακτηρίζει ένα **συγκεκριμένο κομμάτι** αγωγού με συγκεκριμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά
    - Μήκος, επιφάνεια διατομής, υλικό
  - Κάπως αντίστοιχο με τις έννοιες της **μάζας** και της **πυκνότητας μάζας**

Ρεύμα και Αντίσταση

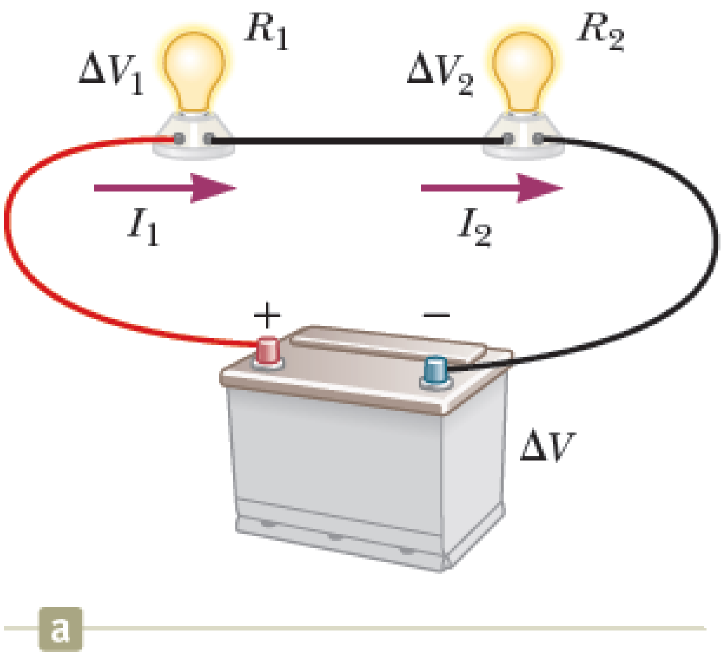
- **Αντίσταση**
- Νόμος του Ohm (2η έκδοση)
  - Από τον ορισμό της αντίστασης έχουμε

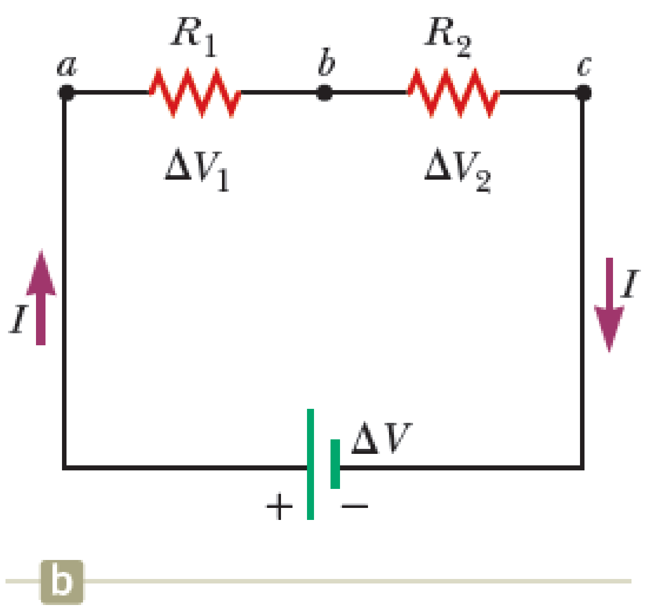
$$\boxed{I = \frac{\Delta V}{R}}$$

  - Εγκαθιστώντας μια διαφορά δυναμικού στα άκρα ενός αγωγού αντίστασης R δημιουργούμε ηλεκτρικό πεδίο…
  - …που με τη σειρά του δημιουργεί ηλεκτρικό ρεύμα διαμέσου του αγωγού!
  - Μικρότερη αντίσταση R → μεγάλο ρεύμα I
  - Η παραπάνω σχέση ονομάζεται και **νόμος του Ohm** και είναι αυτός που χρησιμοποιείται συνήθως στην ηλεκτρονική
    - **ΔΕΝ** είναι νόμος της Φύσης – απλά μια εμπειρική σχέση

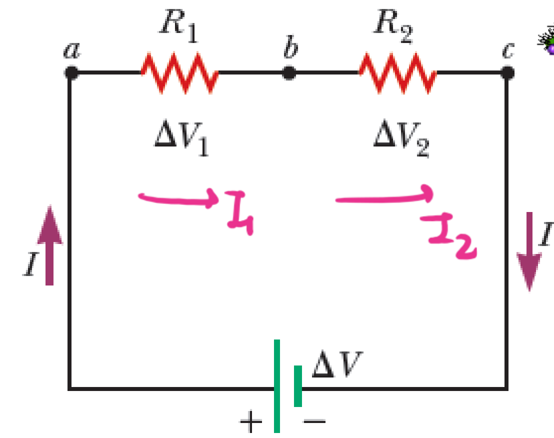
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Αντιστάτες σε σειρά & παράλληλα**
  - Ας δούμε αν μπορούμε να εφαρμόσουμε το ίδιο «σχέδιο» απλοποίησης στους αντιστάτες, όπως κάναμε με τους πυκνωτές
  - Ας ξεκινήσουμε με μια διάταξη **σε σειρά**





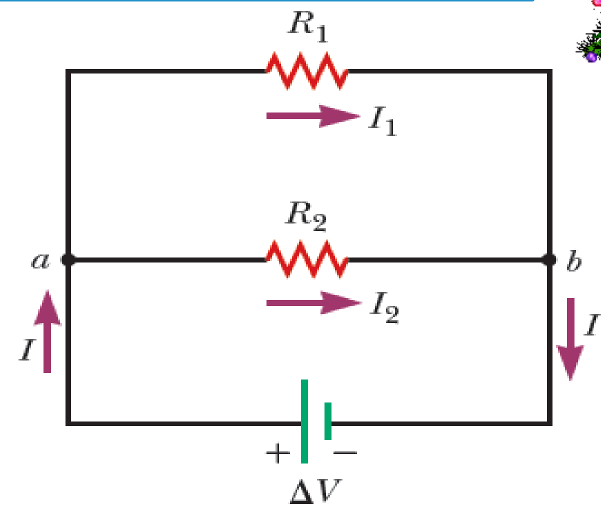
Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- **Αντιστάτες σε σειρά**
  - Η διαφορά δυναμικού δίνεται ως
$$\begin{aligned}\Delta V &= \Delta V_1 + \Delta V_2 \\ &= I_1 R_1 + I_2 R_2\end{aligned}$$
  - Η ποσότητα φορτίου Q που εξέρχεται του αντιστάτη R_1 θα πρέπει να είναι ίδια με αυτή που εισέρχεται στον R_2, αφού το φορτίο στο κύκλωμα δεν αλλάζει!
  - Άρα $I = I_1 = I_2$, αν I είναι το ρεύμα που άγει η μπαταρία
  - Έτσι, $I_1 R_1 + I_2 R_2 = I(R_1 + R_2)$
  - Οπότε ένας ισοδύναμος αντιστάτης θα πρέπει να έχει αντίσταση
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$
  - Γενικότερα

$$\boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i}$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- **Αντιστάτες σε παραλληλία**
  - Προφανώς, η διαφορά δυναμικού στα άκρα τους είναι η ίδια
  - Άρα $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$, αν ΔV είναι η διαφορά δυναμικού που εγκαθιστά η μπαταρία
  - Το ρεύμα I «**χωρίζεται**» σε δυο, αφού οι αντιστάσεις είναι διαφορετικές
  - Επειδή όμως το συνολικό φορτίο διατηρείται

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

  - Άρα ένας ισοδύναμος αντιστάτης θα πρέπει να έχει αντίσταση

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

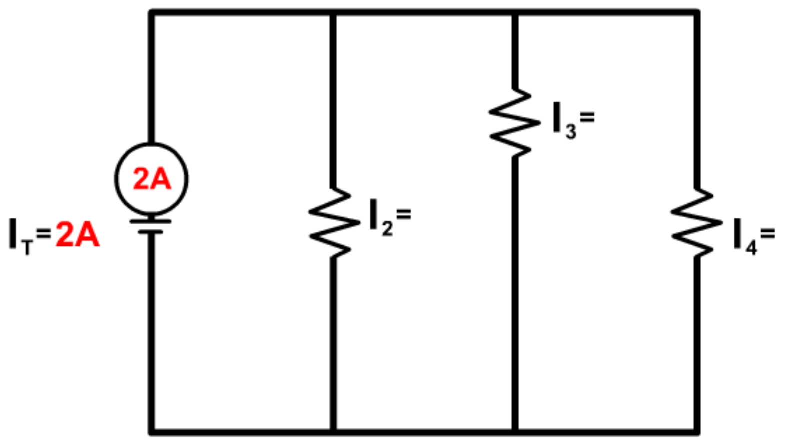
  - Γενικότερα

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$$

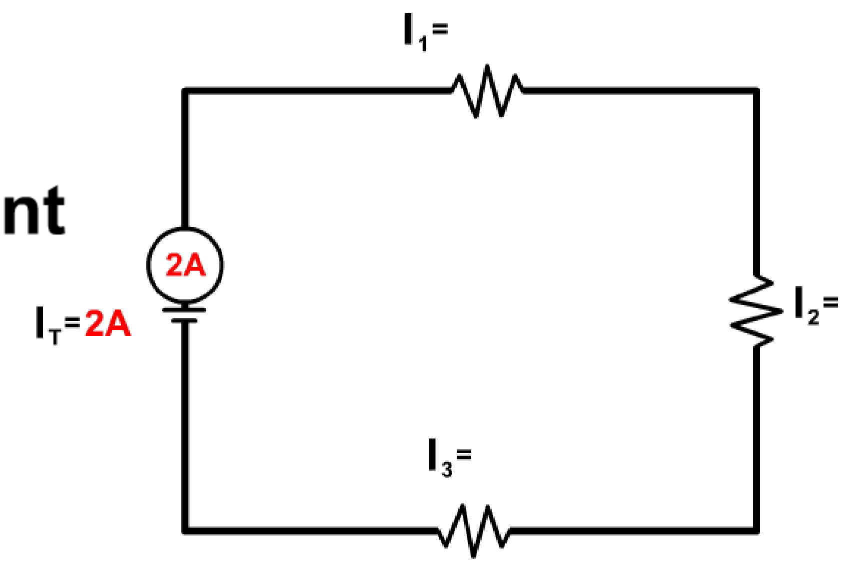
Στην πραγματικότητα, το ρεύμα ΔΕ χωρίζεται: επιλέγει και τα δυο μονοπάτια, αλλά με διαφορετική ένταση, λόγω του ότι η διαφορά δυναμικού είναι ίδια ενώ η αντίσταση διαφορετική στους δυο αντιστάτες

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Μη σας παραπλανά το απλοποιημένο σχήμα: τα ρεύματα δημιουργούνται ακαριαία, δεν «περιμένουμε» τα φορτία να φτάσουν στους αντιστάτες, καθώς τα καλώδια είναι ήδη γεμάτα ηλεκτρόνια!



Parallel Circuit Current



Series Circuit Current

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Συνοψίζοντας:**
- **Παράλληλη σύνδεση:**
  - Ισοδύναμος αντιστάτης με **ρεύμα ίσο με το άθροισμα των επιμέρους ρευμάτων** και **ίδια διαφορά δυναμικού με τους επιμέρους αντιστάτες**
  - Αντίσταση ίση με το αντίστροφο άθροισμα των επιμέρους αντίστροφων αντιστάσεων
- **Σειριακή σύνδεση:**
  - Ισοδύναμος αντιστάτης με **ρεύμα ίσο με τα επιμέρους ρεύματα** και **διαφορά δυναμικού ίση με το άθροισμα των διαφορών δυναμικού των επιμέρους αντιστατών**
  - Αντίσταση ίση με το άθροισμα των επιμέρους αντιστάσεων

$$R_{eq} = \left(\sum \frac{1}{R_i}\right)^{-1}$$

$$I_{eq} = \sum I_i$$

$$\Delta V_{eq} = \Delta V_i$$

$$R_{eq} = \sum R_i$$

$$I_{eq} = I_i$$

$$\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Πυκνωτές

- Σε σειρά:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$

- Σε παραλληλία:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

Αντιστάτες

- Σε σειρά:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

- Σε παραλληλία:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

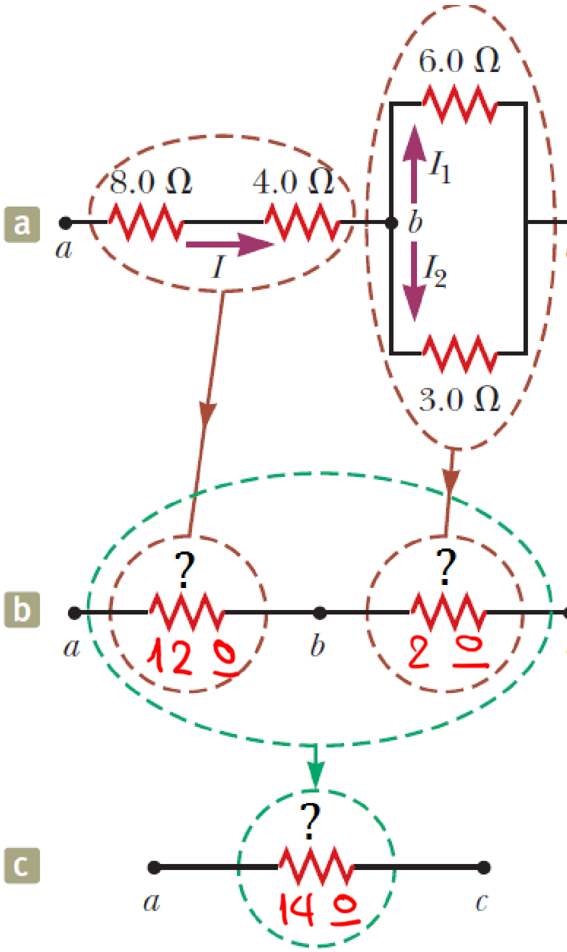
- **Παράδειγμα:**
  - Α) Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση

- Σε σειρά:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

- Σε παραλληλία:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

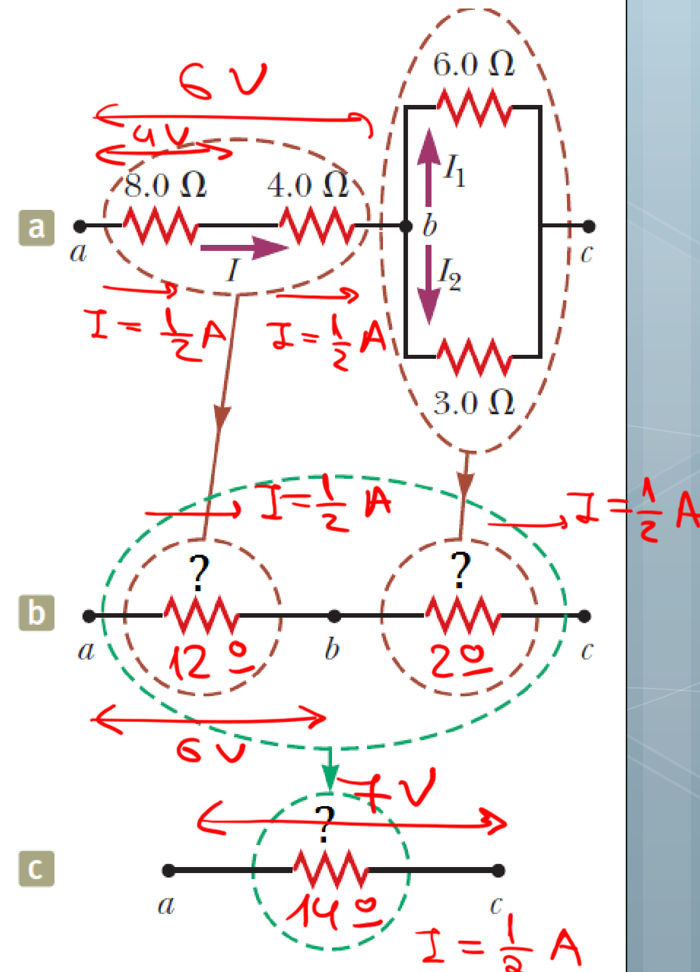


Ηλεκτρικά Κυκλώματα

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

$$\Delta V = IR$$

- **Παράδειγμα:**
  - Β) Αν η διάταξη συνδεθεί σε μια διαφορά δυναμικού 7 V, πόση θα είναι η διαφορά δυναμικού στον πρώτο αντιστάτη, των 8 Ω?



- Σε σειρά:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i \qquad \Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i \qquad I_{eq} = I_i$$

- Σε παραλληλία:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i} \qquad \Delta V_{eq} = \Delta V_i \qquad I_{eq} = \sum I_i$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

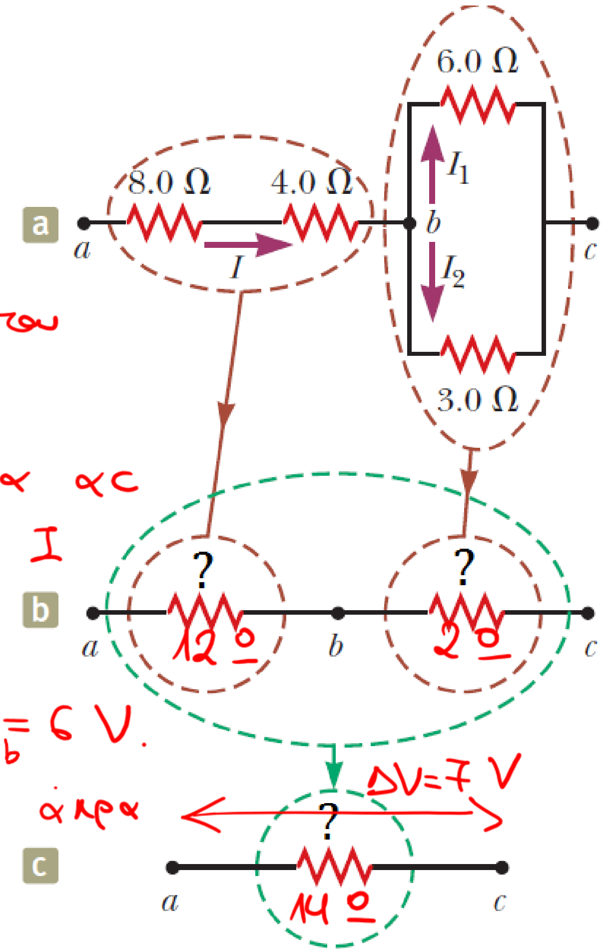
- **Παράδειγμα:**
  - B) Αν η διάταξη συνδεθεί σε μια διαφορά δυναμικού 7 V, πόση θα είναι η διαφορά δυναμικού στον πρώτο αντιστάτη, των 8 Ω?

Στο (c), αφού $\Delta V = 7\ V$, τότε από το νόμο του Ohm, $I = \Delta V / R = 7/14\ A = 0.5\ A$.

Η ίδια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στα άκρα ac του (b). Λόγω σειριακής σύνδεσης, το ρεύμα I ρέει σε κάθε αντιστάτη στη διάταξη (b).

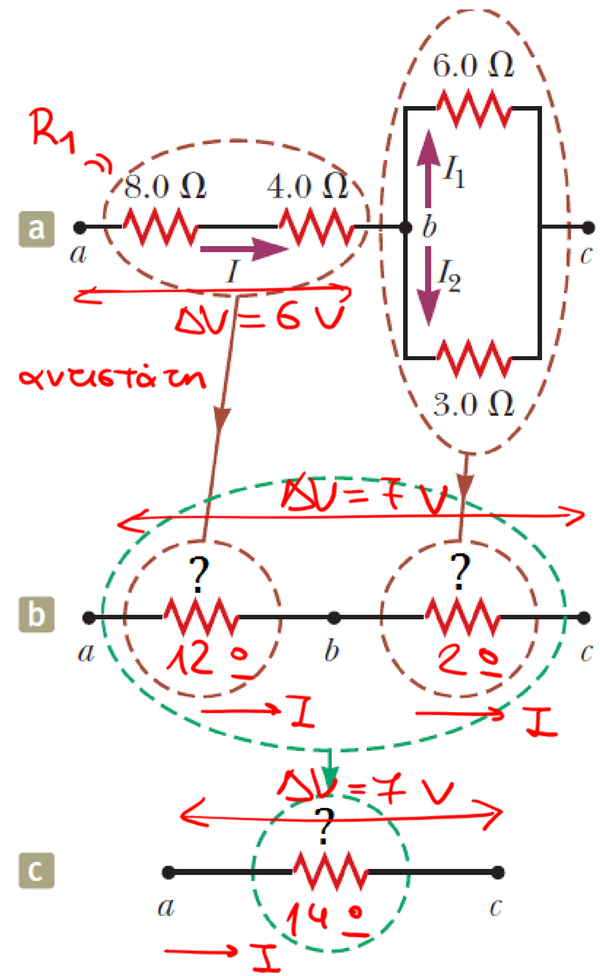
Άρα $I_{ab} = I = 0.5\ A$ και άρα $\Delta V_{ab} = I_{ab} R_{ab} = 6\ V$.

Η ίδια διαφορά δυναμικού ΔV_{ab} εφαρμόζεται στα άκρα ab στο σχήμα (a). Λόγω σειριακής σύνδεσης

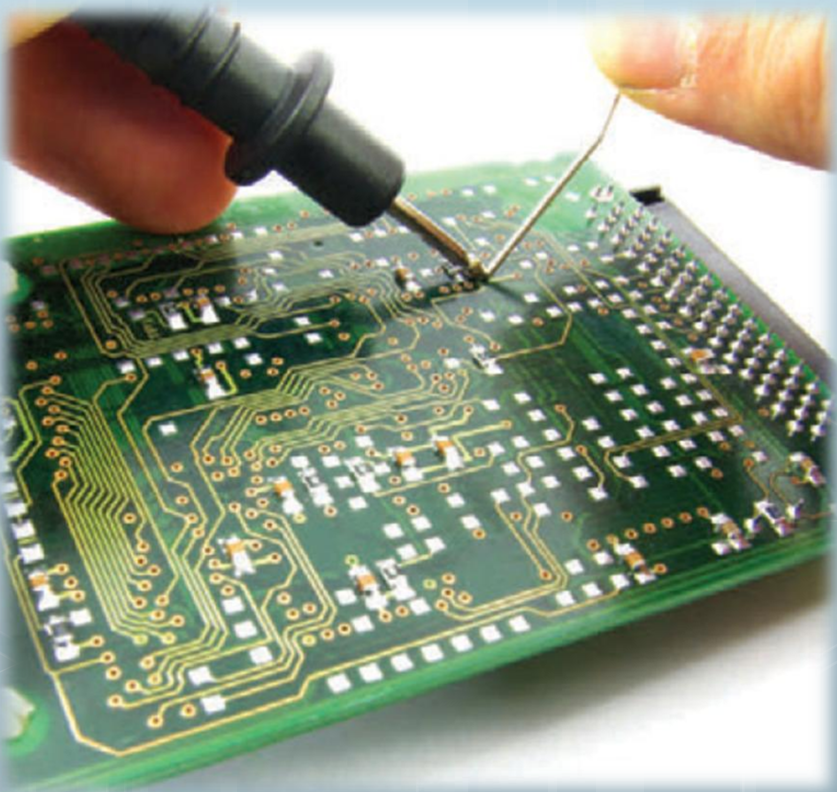


Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα:**
  - Β) Αν η διάταξη συνδεθεί σε μια διαφορά δυναμικού 7 V, πόση θα είναι η διαφορά δυναμικού στον πρώτο αντιστάτη, των 8 Ω?



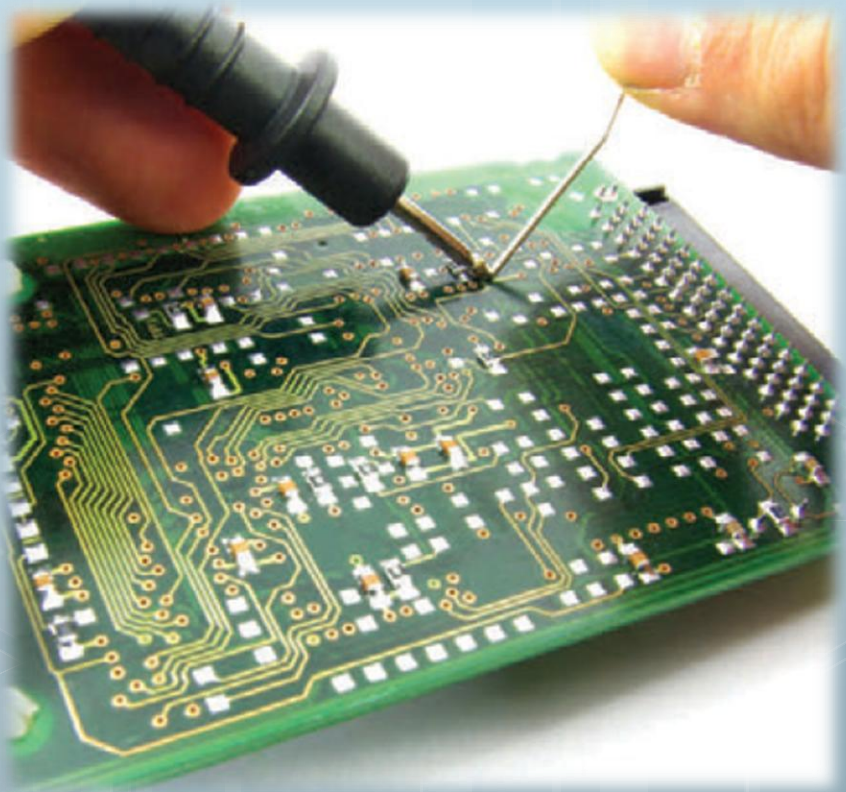
το ρεύμα I_{ab} θα ρέει στους αντιστάτες των 8 Ω και 4 Ω στον κλάδο ab. Άρα για τον αντιστάτη αντίστασης 8 Ω, θα έχουμε $\Delta V = I_{ab} \cdot R_1 =$
$= 0.5 \cdot 8 = 4$ V.



Εικόνα: Επισκευή μιας πλακέτας κυκλωμάτων ενός υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε καθημερινά αντικείμενα που περιέχουν ηλεκτρικά κυκλώματα, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων με πολύ μικρότερες πλακέτες από την εικονιζόμενη. Μεταξύ αυτών, έχουμε τα φορητά βιντεοπαιχνίδια, τα κινητά τηλέφωνα, και τις ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές. Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετάμε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα και μαθαίνουμε πώς να τα αναλύουμε.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Συνεχούς Ρεύματος



Εικόνα: Επισκευή μιας πλακέτας κυκλωμάτων ενός υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε καθημερινά αντικείμενα που περιέχουν ηλεκτρικά κυκλώματα, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων με πολύ μικρότερες πλακέτες από την εικονιζόμενη. Μεταξύ αυτών, έχουμε τα φορητά βιντεοπαιχνίδια, τα κινητά τηλέφωνα, και τις ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές. Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετάμε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα και μαθαίνουμε πώς να τα αναλύουμε.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Συνεχούς Ρεύματος

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

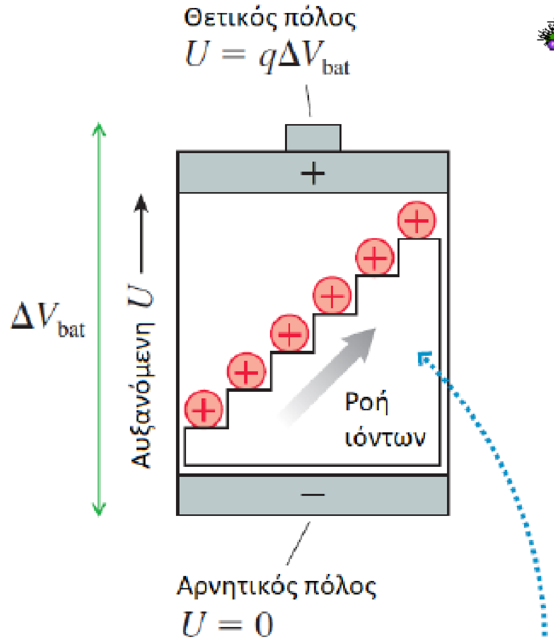
- **Εισαγωγή**
  - Τα κυκλώματα που θα δούμε περιέχουν τους δομικούς λίθους που συζητήσαμε ως τώρα
    - Αντιστάσεις, ~~πυκνωτές~~, και πηγές διαφοράς δυναμικού (μπαταρίες)
  - Στην προσπάθεια ανάλυσής τους θα μάθουμε για τους ***Κανόνες του Kirchhoff***
    - Προέρχονται από την ***αρχή διατήρησης της ενέργειας*** και την ***αρχή διατήρησης του φορτίου***
  - Το ρεύμα που θα διαρρέει τα κυκλώματά μας θα είναι ~~(αρχικά)~~ σταθερό σε κατεύθυνση ~~αλλά όχι πάντα και σε μέτρο~~ και σε μέτρο
  - Ξεκινώντας, ας μιλήσουμε πρώτα με λίγο περισσότερη λεπτομέρεια για τον «πάροχο της ενέργειας», την μπαταρία

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Μπαταρία**
- Η βασική πηγή διαφοράς δυναμικού
- Πόλοι μπαταρίας:
  - Θετικός (+): υψηλού δυναμικού
  - Αρνητικός (-): χαμηλότερου δυναμικού
- Όταν συνδέεται σε κύκλωμα, οι ηλεκτροχημικές διεργασίες που συμβαίνουν μέσα της επιτρέπουν να **παράγει έργο επάνω σε φορτία**…
  - …δημιουργώντας συσσώρευση αντίθετων φορτίων στους δυο πόλους της (αρνητικών στον αρνητικό πόλο) → ηλεκτρικό πεδίο
  - Το ηλεκτρικό πεδίο αναγκάζει τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των καλωδίων να κινηθούν από τον αρνητικό πόλο στο θετικό πόλο
- Η μπαταρία «αδειάζει» στην προσπάθειά της να συνεχίσει να «πολώνει» τα φορτία εντός της

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Μπαταρία**
- Μπορούμε να θεωρήσουμε ένα **ιδεατό** μοντέλο μιας μπαταρίας ως μια κυλιόμενη σκάλα φορτίου για τις ανάγκες μας
- Σύμβαση: ρεύμα = ροή **θετικών** φορτίων
- Η σκάλα ανυψώνει θετικά φορτία από τον αρνητικό στο θετικό πόλο



- Εν τέλει:
  - Η μπαταρία παρέχει διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ των ακρών ενός καλωδίου
  - Η διαφορά δυναμικού προκαλεί ηλεκτρικό πεδίο $E = \frac{\Delta V}{L}$ σε ένα καλώδιο μήκους L
  - Το πεδίο εγκαθιστά ρεύμα $I = JA = \sigma AE$ στο καλώδιο διατομής A
  - Το μέτρο του ρεύματος καθορίζεται από την αντίσταση του καλωδίου και θα είναι $I = \Delta V/R_{wire}$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

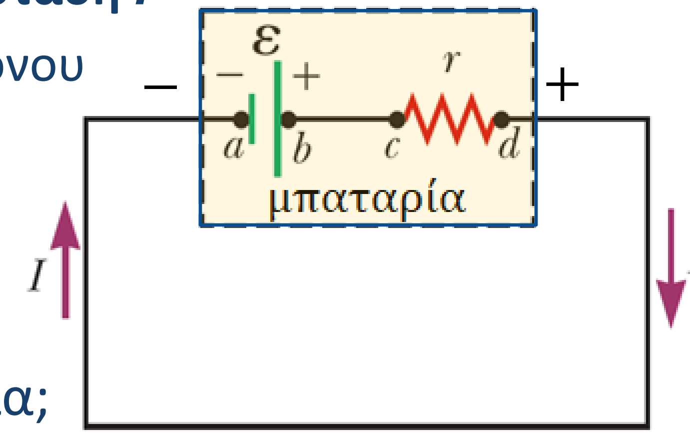
- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**
- Αν η διαφορά δυναμικού στους πόλους μιας μπαταρίας είναι σταθερή για ένα δεδομένο κύκλωμα, το ρεύμα είναι επίσης σταθερό, και λέγεται ***συνεχές ρεύμα***
    - Στην πραγματικότητα, η μπαταρία έχει διάρκεια ζωής
        - Ξεκινά δίνοντας μια διαφορά δυναμικού ΔV, η οποία φθίνει με την πάροδο του χρόνου
- Η μπαταρία καλείται ***πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης*** (***πηγή ΗΕΔ***)
    - Ορολογικό «απομεινάρι» από 18^{o}-19^{o} αιώνα, που δε γνωρίζαμε ακριβώς τι γίνεται με τον ηλεκτρισμό ☺, και συμβολίζεται με $\boldsymbol{\mathcal{E}}$
    - Η **ΗΕΔ** $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ μιας μπαταρίας είναι η **μέγιστη δυνατή διαφορά δυναμικού (τάση) (ΔV)** που μπορεί να δώσει ανάμεσα στους πόλους της

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

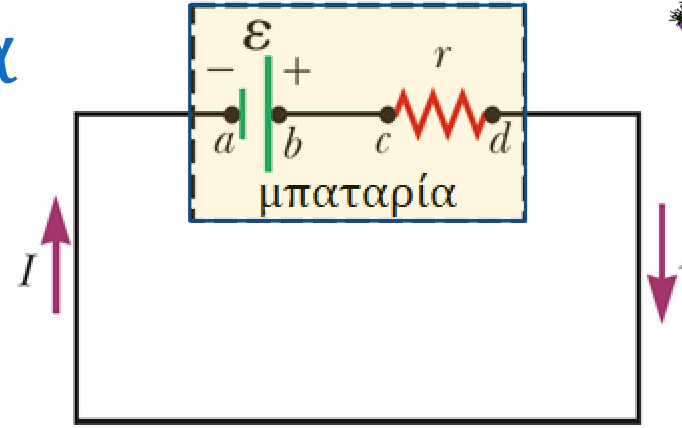
- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**
- Σε ό,τι ακολουθήσει θα υποθέσουμε ότι:
  - Τα καλώδια ενός κυκλώματος **δεν** έχουν αντίσταση (ιδανικά)
  - Ο **θετικός** πόλος της μπαταρίας είναι **υψηλότερου δυναμικού** από τον **αρνητικό**
  - Το ηλεκτρικό ρεύμα εντός μπαταρίας κινείται από τον **αρνητικό** πόλο προς το **θετικό** πόλο της μπαταρίας

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**
  - Ιδανικά, η διαφορά δυναμικού ΔV στα άκρα της μπαταρίας ισούται με την ΗΕΔ της, $\boldsymbol{\varepsilon}$
  - Στην πράξη όμως, δεν ισχύει αυτό.
  - Μια πραγματική μπαταρία έχει κι αυτή τη δική της «αντίσταση»: μοντελοποιεί τη φθορά της με τον καιρό
    - Την ονομάζουμε **εσωτερική αντίσταση** $\boldsymbol{r}$
    - Αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου
  - Το σχήμα δείχνει ένα **μοντέλο μπαταρίας** (μπεζ κουτί)
  - ΗΕΔ κι αντίσταση $\boldsymbol{r}$ σε σειρά
  - Πόσο είναι το ρεύμα στο κύκλωμα;
    - **Ας βρούμε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της μπαταρίας** $\boldsymbol{\Delta V_{ad}}$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**
  - Ας βρούμε τη ΔV_{ad}:

$$\Delta V_{ad} = \Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} + \Delta V_{cd}$$

$$V_d - V_a = (\boldsymbol{V_d - V_c}) + (\boldsymbol{V_c - V_b}) + (\boldsymbol{V_b - V_a}) = \boldsymbol{\varepsilon - Ir}$$

  - $\boldsymbol{V_d - V_c} = -Ir$, **πτώση δυναμικού** $(V_c = V_b > V_d = V_a)$
  - $\boldsymbol{V_c - V_b} = 0$, ιδανικό καλώδιο
  - $\boldsymbol{V_b - V_a} = \boldsymbol{\varepsilon}$**,** το σημείο *b* είναι υψηλότερου δυναμικού από το *α*
  - Επειδή

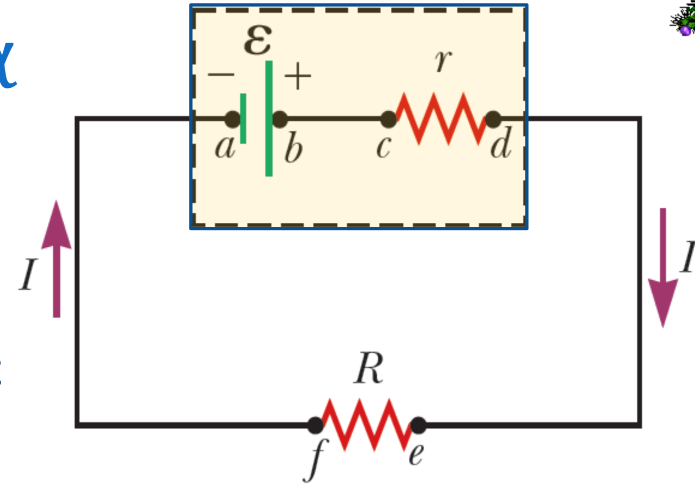
$$V_a = V_d \Rightarrow V_d - V_a = 0$$

  - Άρα το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$\varepsilon - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = V_{final\ point} - V_{initial\ point}$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**
  - Ας βάλουμε μια εξωτερική αντίσταση R στο κύκλωμα (που πλέον τώρα είναι διαφορετικό σε σχέση με πριν)
  - Η διαφορά δυναμικού ΔV_{ef} στα άκρα της αντίστασης R είναι

$$\Delta V_{ef} = V_f - V_e = -IR \qquad (= \Delta V_{da} = V_a - V_d = -\Delta V_{ad})$$

  - Σύμφωνα με τη σχέση που υπολογίσαμε πριν, θα έχουμε

$$-\Delta V_{ef} = \Delta V_{ad} \Leftrightarrow -(-IR) = \boldsymbol{\varepsilon} - I\boldsymbol{r}$$

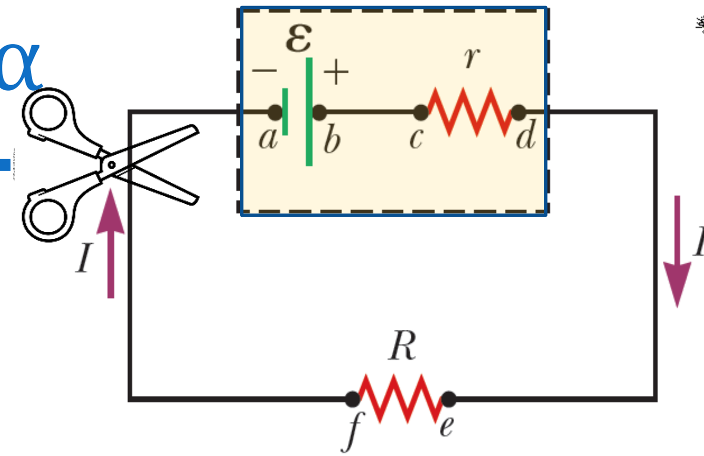
οπότε απ'τις δυο σχέσεις

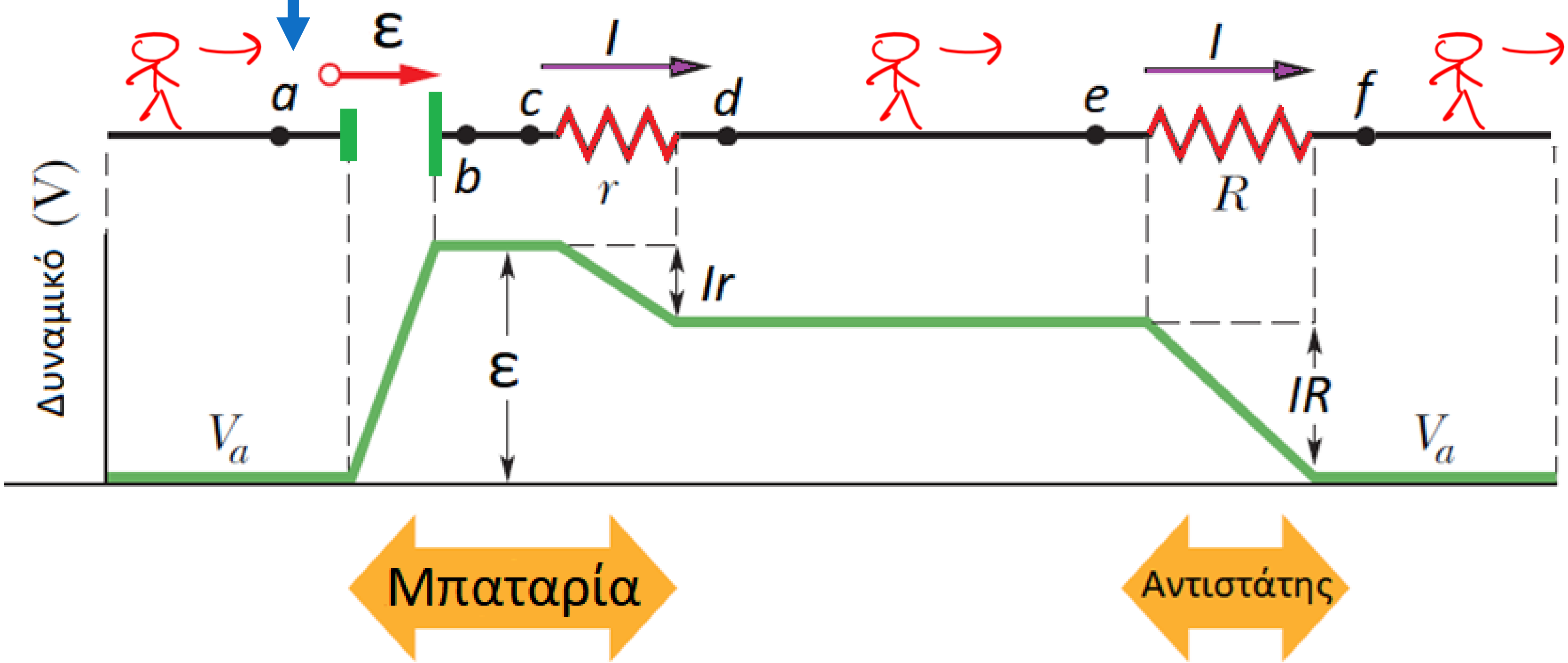
$$\boxed{I = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{R + \boldsymbol{r}}}$$

  - Άρα πλέον το ρεύμα εξαρτάται τόσο από την R όσο κι από την $\boldsymbol{r}$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

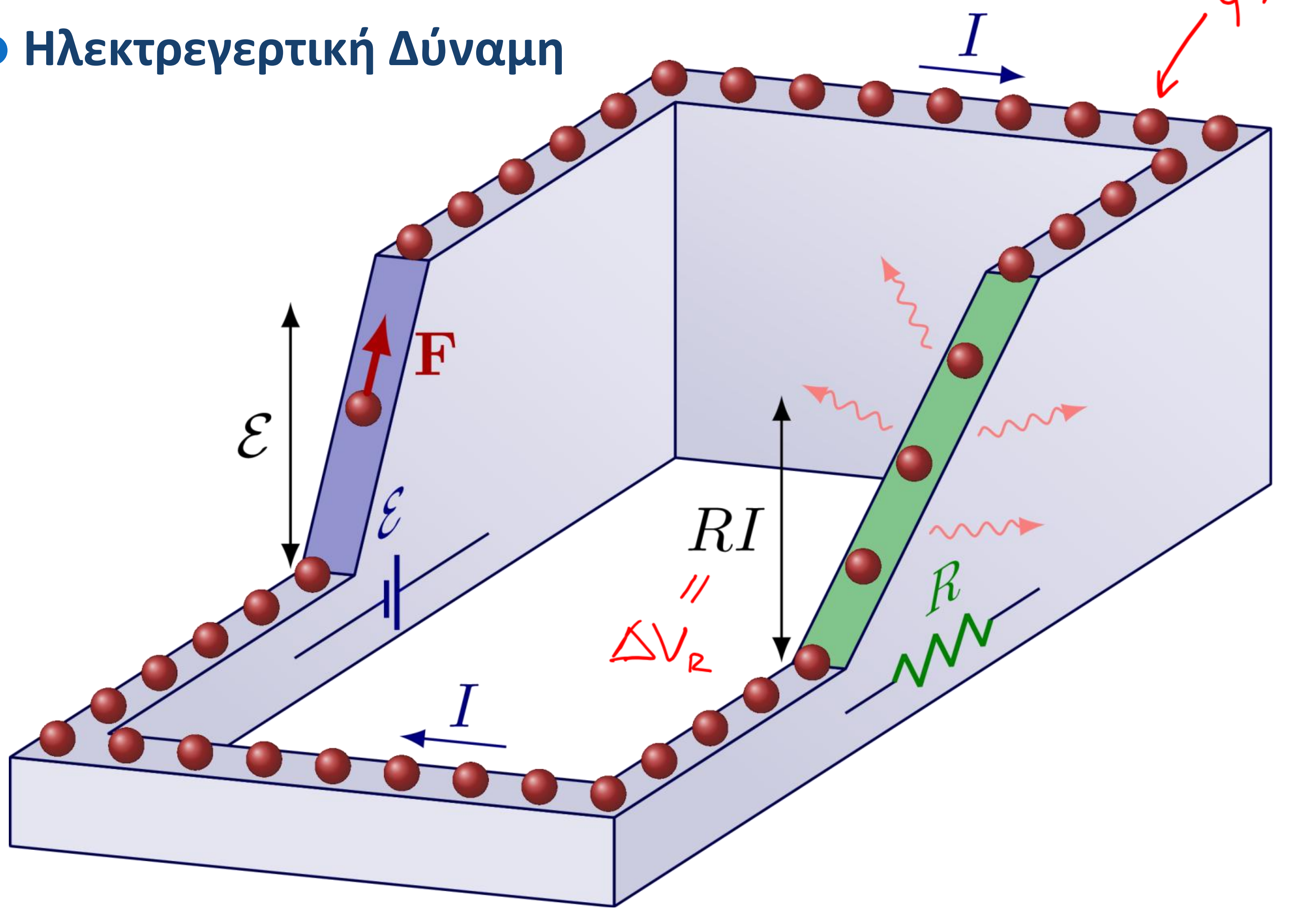
- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**





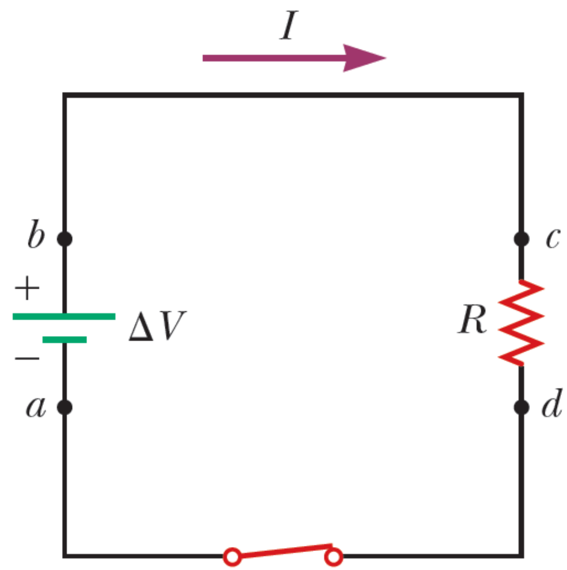
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Ηλεκτρεγερτική Δύναμη**



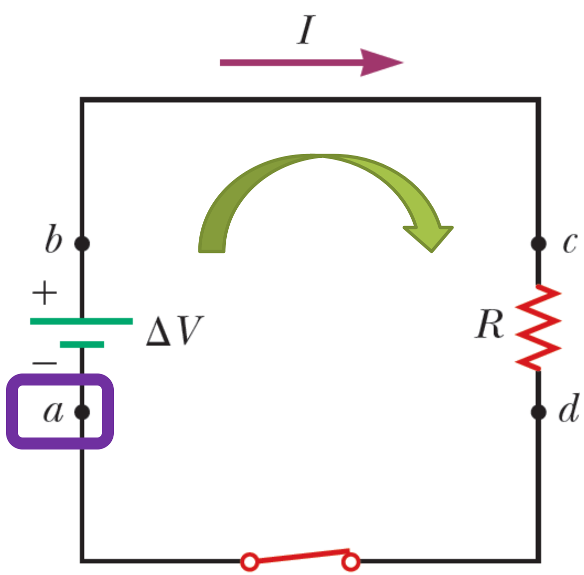
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Ηλεκτρική Ισχύς**
  - Σε τυπικά ηλεκτρικά κυκλώματα, η **ενέργεια** μεταφέρεται από μια πηγή όπως η μπαταρία, σε μια λάμπα ή μια συσκευή
  - Ας βρούμε μια έκφραση που θα μας δίνει το **ρυθμό μεταφοράς** αυτής της ενέργειας!
  - Ας θεωρήσουμε το διπλανό κύκλωμα όπου ενέργεια μεταφέρεται σε έναν αντιστάτη



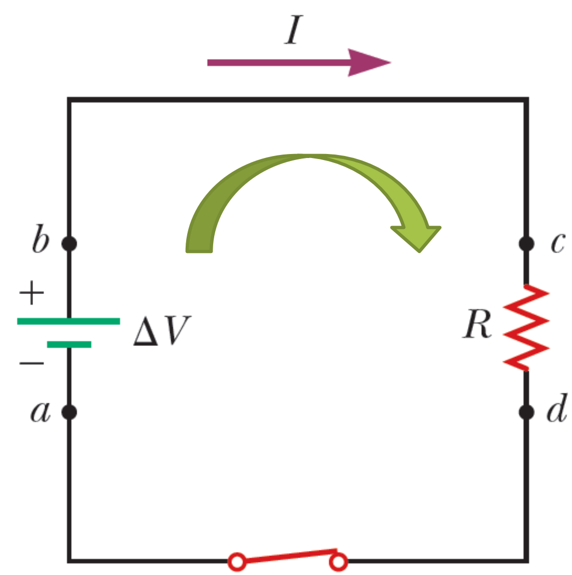
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Ηλεκτρική Ισχύς**
- Ας θεωρήσουμε ότι ακολουθούμε ένα φορτίο q που κινείται στο κύκλωμα κατά τη φορά του ρολογιού, ξεκινώντας και καταλήγοντας στο σημείο α
  - Από το *a* στο *b*, η ηλεκτρ. δυναμική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται κατά $q\Delta V$
    - …ενώ η χημική δυναμική ενέργεια της μπαταρίας μειώνεται εξίσου
  - Όσο το φορτίο κινείται από το *c* στο *d*, η **ηλεκτρ. δυναμική ενέργεια του συστήματος μειώνεται** λόγω της σύγκρουσης του φορτίου με τα άτομα του αντιστάτη
    - Μετατροπή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε κάποια άλλη ενέργεια



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

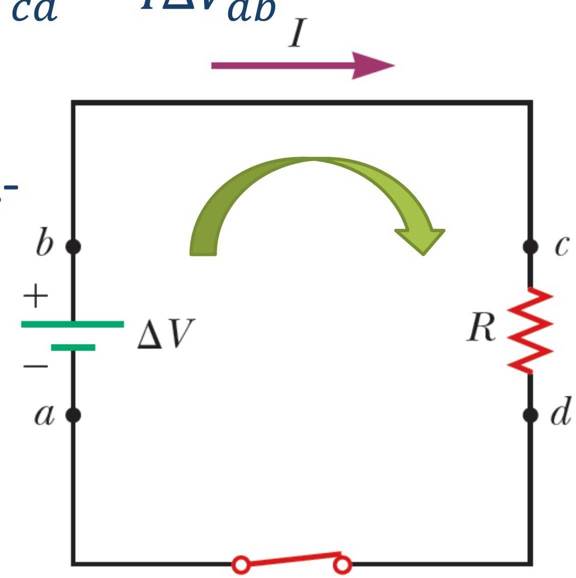
- **Ηλεκτρική Ισχύς**
  - Όταν το φορτίο q επιστρέφει στο α, το συνολικό αποτέλεσμα είναι ότι ένα τμήμα της χημικής δυναμικής ενέργειας της μπαταρίας μεταφέρθηκε στον αντιστάτη και έμεινε εκεί ως θερμική ενέργεια που σχετίζεται με την κίνηση των ατόμων του αντιστάτη
  - Συνήθως ο αντιστάτης είναι σε επαφή με τον αέρα
    - Μεταφέρεται ενέργεια μέσω θερμότητας
    - Εκπέμπεται επίσης ακτινοβολία



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Ηλεκτρική Ισχύς**
  - Ας μετρήσουμε τώρα το ρυθμό με τον οποίο η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται (φθίνει) όσο το φορτίο q περνά από τον αντιστάτη:

$$\frac{dU_e}{dt} = \frac{d}{dt}(q\Delta V_{cd}) = \frac{dq}{dt}\Delta V_{cd} = I\Delta V_{cd} = I\Delta V_{ab}$$



  - Το σύστημα αποκτά ξανά αυτή τη δυναμική ενέργεια όταν το φορτίο περάσει ξανά από την μπαταρία
    - Φυσικά, με το κόστος απώλειας χημικής ενέργειας από την μπαταρία

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Ηλεκτρική Ισχύς**

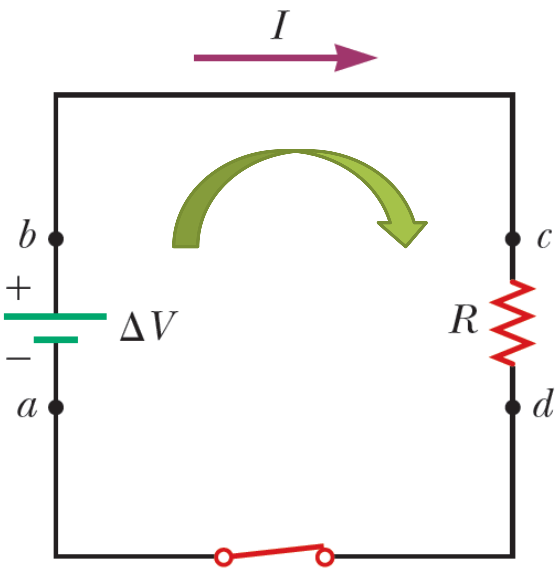
$$\frac{dU_e}{dt} = I\Delta V$$

- Ο ρυθμός αυτός είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η θερμική ενέργεια στον αντιστάτη
- Ρυθμός μεταβολής ενέργειας = ισχύς!
- **Ισχύς** P που παραδίδεται:

$$P = I\Delta V = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$$

$\Delta V = IR$

$I = \frac{\Delta V}{R}$



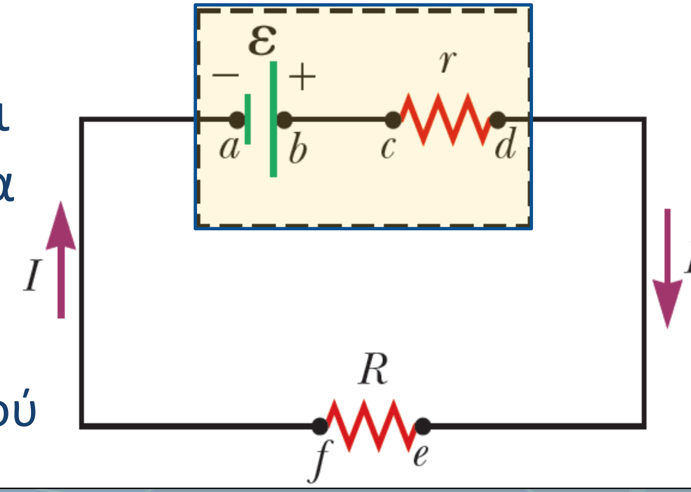
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

$$\boldsymbol{I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow IR + Ir = \varepsilon}$$

- **Ηλεκτρική Ισχύς**
  - Πίσω στο **αρχικό κύκλωμα**! ☺ Πολλαπλασιάζοντας με I:

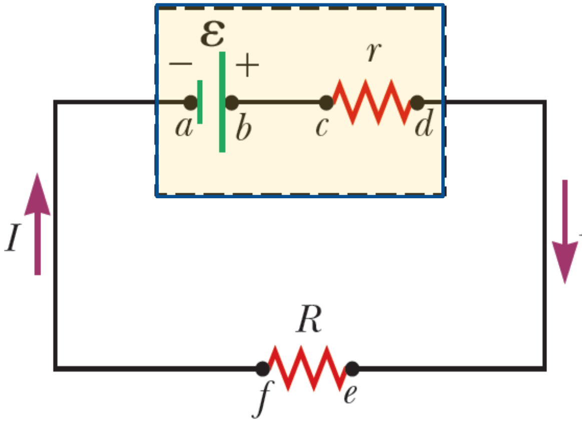
$$I\boldsymbol{\varepsilon} = I^2R + I^2\boldsymbol{r} \Leftrightarrow P_{source} = P_R + P_r$$

  - Η συνολική ισχύς της ΗΕΔ κατανέμεται τόσο στην εξωτερική αντίσταση R όσο και στην εσωτερική αντίσταση $\boldsymbol{r}$
  - Στην πράξη, η R είναι αρκετά μεγαλύτερη από την $\boldsymbol{r}$
    - Όσο «αδειάζει» η μπαταρία τόσο μεγαλώνει η τιμή του $\boldsymbol{r}$ της
  - Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι στην πραγματικότητα η μπαταρία είναι μια **πηγή σταθερής ΗΕΔ**
    - **Όχι** σταθερού ρεύματος
    - **Όχι** σταθερής διαφοράς δυναμικού

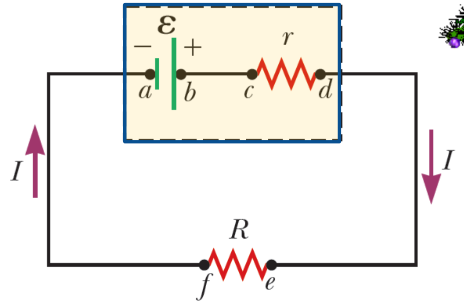


Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα**
  - Μια μπαταρία έχει ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05\ \Omega$. Οι πόλοι της συνδέονται σε μια εξωτερική αντίσταση με $R = 3\ \Omega$.
  - Α) Βρείτε το ρεύμα και τη διαφορά δυναμικού της μπαταρίας
  - Β) Υπολογίστε την ισχύ που λαμβάνει ο αντιστάτης, η εσωτερική αντίσταση και την ισχύ που δίνει η μπαταρία



Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05\ \Omega$, εξωτερική αντίσταση $R = 3\ \Omega$.
    Α) Βρείτε το ρεύμα και τη διαφορά δυναμικού της μπαταρίας

Είναι

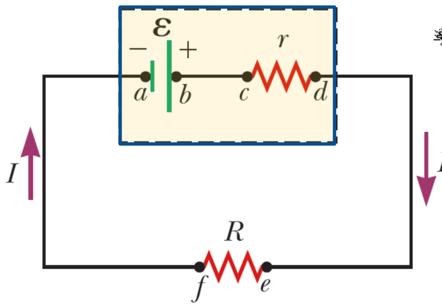
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12}{3+0.05} = \frac{12}{3.05} \simeq 3.93\ A$$

και

$$\Delta V_{bat} = \mathcal{E} - Ir = 12 - 3.93 \cdot 0.05 \simeq 11.8\ V$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05\ \Omega$, εξωτερική αντίσταση $R = 3\ \Omega$.
    Β) Υπολογίστε την ισχύ που λαμβάνει ο αντιστάτης, η εσωτερική αντίσταση και την ισχύ που δίνει η μπαταρία



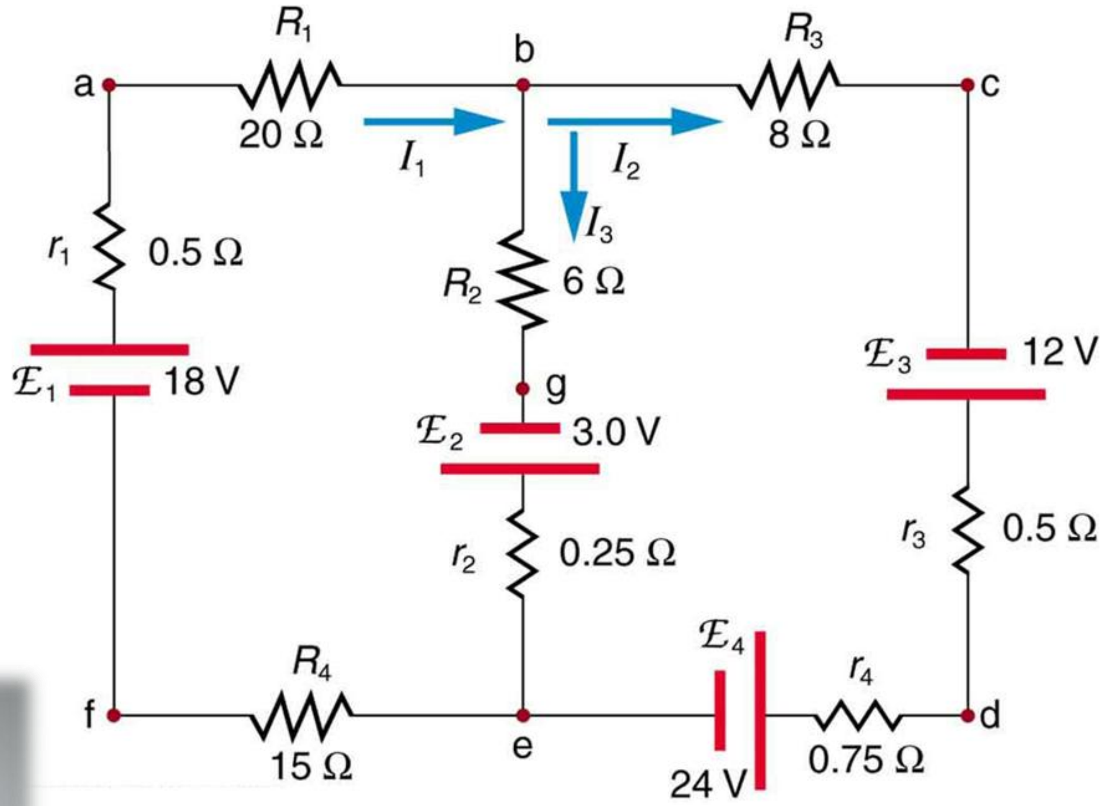
Είναι

$$P_R = I^2 R = (3.93)^2 \cdot 3 = 46.33\ W$$

$$P_r = I^2 r = (3.93)^2 \cdot 0.05 = 0.77\ W$$

$$P_{tot} = P_R + P_r = 46.33 + 0.77 = 47.1\ W$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Οι Κανόνες του Kirchhoff**
- Για πιο περίπλοκα κυκλώματα, ακολουθούμε κάποιους κανόνες, του λεγόμενους **κανόνες του Kirchhoff**
  - 1. ***Κανόνας κόμβου:*** σε οποιονδήποτε κόμβο (διακλάδωση καλωδίων), το άθροισμα των ρευμάτων πρέπει να είναι **μηδέν**

$$\sum_{\kappa \acute{o} \mu \beta o \varsigma} I = 0$$

Τα ρεύματα που **μπαίνουν** στον κόμβο έχουν **θετικό** πρόσημο, ενώ αυτά που **βγαίνουν**, **αρνητικό**.

    - Εναλλακτικά:

$$I_{in} = I_{out}$$

  - 2. ***Κανόνας βρόχου:*** το άθροισμα των διαφορών δυναμικού σε ένα βρόχο (κλειστή διαδρομή) πρέπει να είναι μηδέν

$$\sum_{\beta \rho \acute{o} \chi o \varsigma} \Delta V = 0$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Οι Κανόνες του Kirchhoff**

  - 1. ***Κανόνας κόμβου:***

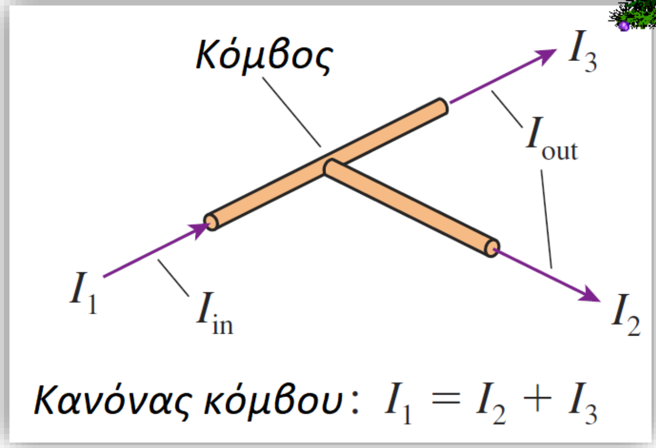
$$I_{in} = I_{out}$$

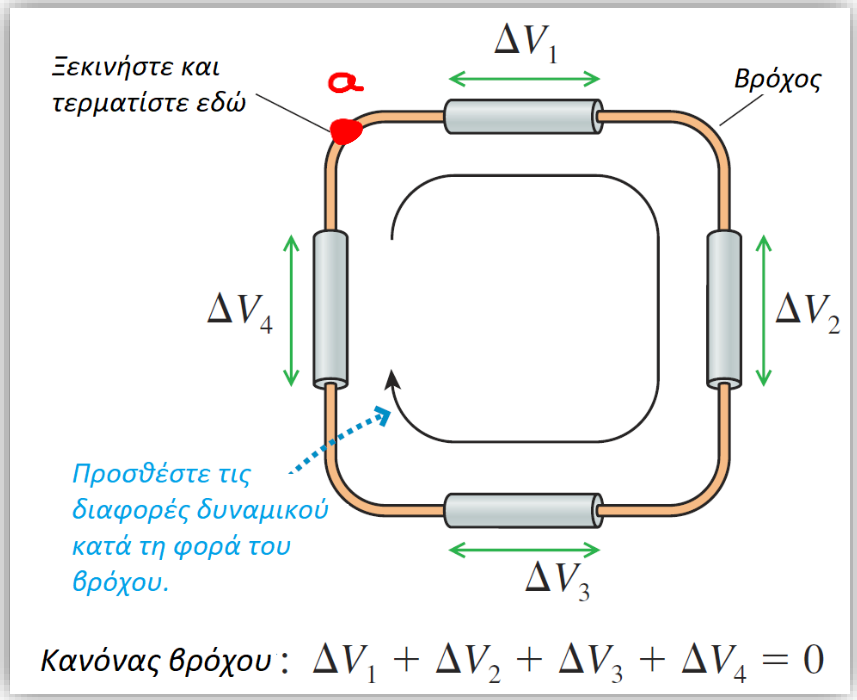
Προέρχεται από την **αρχή διατήρησης του φορτίου**

  - 2. ***Κανόνας βρόχου:***

$$\sum_{\beta\rho\acute{o}\chi o\varsigma} \Delta V = 0$$

Προέρχεται από την **αρχή διατήρησης της ενέργειας**



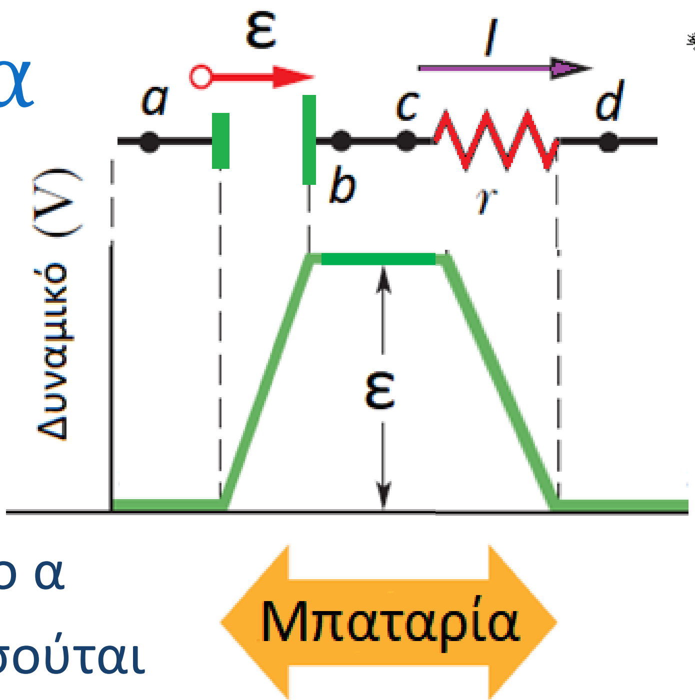


Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Οι Κανόνες του Kirchhoff**
  - Ο κανόνας κόμβου είναι απλός: βρίσκετε απλά μια διακλάδωση ρευμάτων στο κύκλωμα και τον εφαρμόζετε
  - Ο κανόνας βρόχου σας ζητά να υπολογίσετε διαφορές δυναμικού κατά μήκος κλειστών μονοπατιών (βρόχων)
  - Παρόλο που γνωρίζετε τόσο για πηγές ΗΕΔ όσο και για αντιστάτες (από το νόμο του Ohm) τη διαφορά δυναμικού στα άκρα τους, έχει σήμασία **ΠΩΣ** μετράτε το ηλεκτρικό δυναμικό (δηλ. πώς διατρέχετε την πηγή ή τον αντιστάτη)
    - Ανάλογα με τον τρόπο που «περπατάτε» το μονοπάτι που περιλαμβάνει μια πηγή ή έναν αντιστάτη, **η διαφορά δυναμικού μπορεί να έχει αρνητικό ή θετικό πρόσημο**!
  - Θυμηθείτε:

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = V_{final\ point} - V_{initial\ point}$$

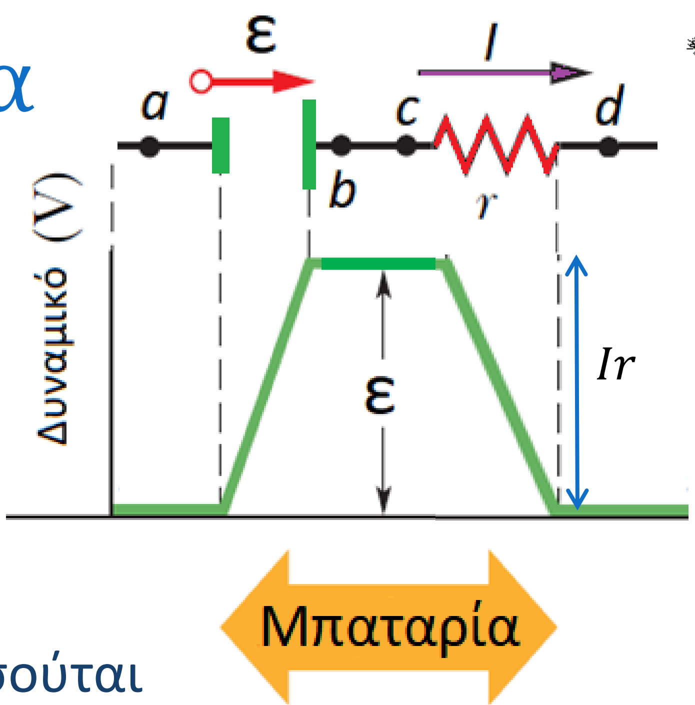
Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- **Οι Κανόνες του Kirchhoff**
  - Δείτε το παράδειγμα δεξιά
  - Έστω ότι η διαδρομή abcda αποτελεί κλειστό μονοπάτι (βρόχο), δηλ. το σημείο d επι-στρέφει και «κλείνει» στο σημείο α
  - Η διαφορά δυναμικού $V_b - V_a$ ισούται

    με $\boldsymbol{\varepsilon}$ γιατί διατρέχουμε την πηγή ΗΕΔ από τον αρνητικό πόλο στο θετικό (από χαμηλό σε υψηλό δυναμικό)
  - Αν τη μετρήσετε ως $V_a - V_b$ θα τη βρείτε ίση με $-\boldsymbol{\varepsilon}$!
    - Γιατί τη διατρέχετε από το θετικό στον αρνητικό πόλο, δηλ. από υψηλά σε χαμηλά δυναμικά
      - Το δυναμικό στο a είναι πάντα μικρότερο απ' ότι στο b, αφού σχετίζεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής ΗΕΔ!

Ηλεκτρικά Κυκλώματα



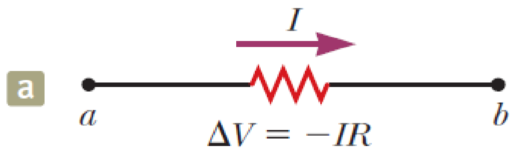
- **Οι Κανόνες του Kirchhoff**
  - Δείτε το παράδειγμα δεξιά
  - Έστω ότι η διαδρομή abcda αποτελεί κλειστό μονοπάτι (βρόχο), δηλ. το σημείο d επι-στρέφει και «κλείνει» στο σημείο a
  - Η διαφορά δυναμικού $V_d - V_c$ ισούται με $-Ir$ γιατί διατρέχουμε τον αντιστάτη **κατά τη φορά** του ρευματος ($+Ir$ αν τον διατρέχαμε **αντίθετα** του ρεύματος)
    - Το ρεύμα (θετικά φορτία) αποδίδει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια στον αντιστάτη και άρα το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο d (στην «έξοδο» του ρεύματος από τον αντιστάτη) θα είναι χαμηλότερο από αυτό του σημείου c (στην «είσοδο»)
    - Υπάρχει **πτώση δυναμικού (πτώση τάσης)** λόγω μείωσης της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα φορτίου!

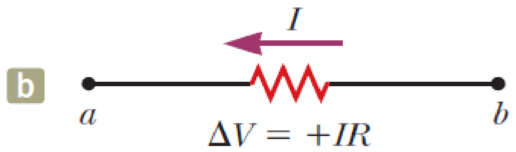
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Σε κάθε διάγραμμα, ΔV = Vb - Va και το στοιχείο κυκλώματος διατρέχεται από το a στο b, αριστερά προς δεξιά.

- **Κανόνες προσήμου**
  - 1. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντιστάτη αντίστασης R με τη φορά του ρεύματος I είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -IR$$





  - 2. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντιστάτη αντίστασης R με αντίθετη φορά του ρεύματος I είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = IR$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

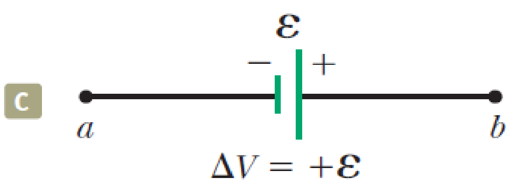
- **Κανόνες προσήμου**
  - 3. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας πηγής ΗΕΔ, αν τη διατρέχουμε από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο, είναι

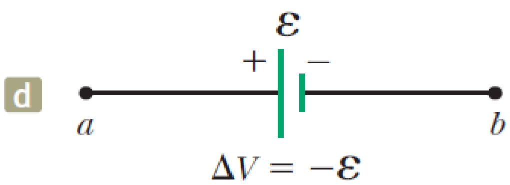
$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = \varepsilon$$

  - 4. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας πηγής ΗΕΔ, αν τη διατρέχουμε από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο, είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -\varepsilon$$

Σε κάθε διάγραμμα, ΔV = Vb - Va και το στοιχείο κυκλώματος διατρέχεται από το a στο b, αριστερά προς δεξιά.

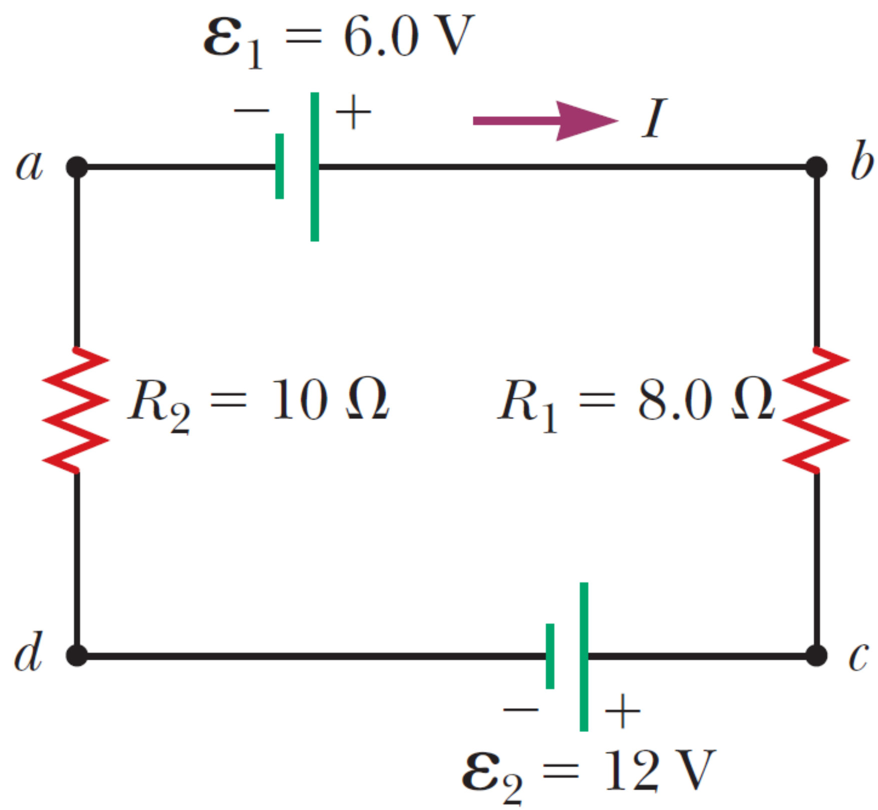




Ηλεκτρικά Κυκλώματα

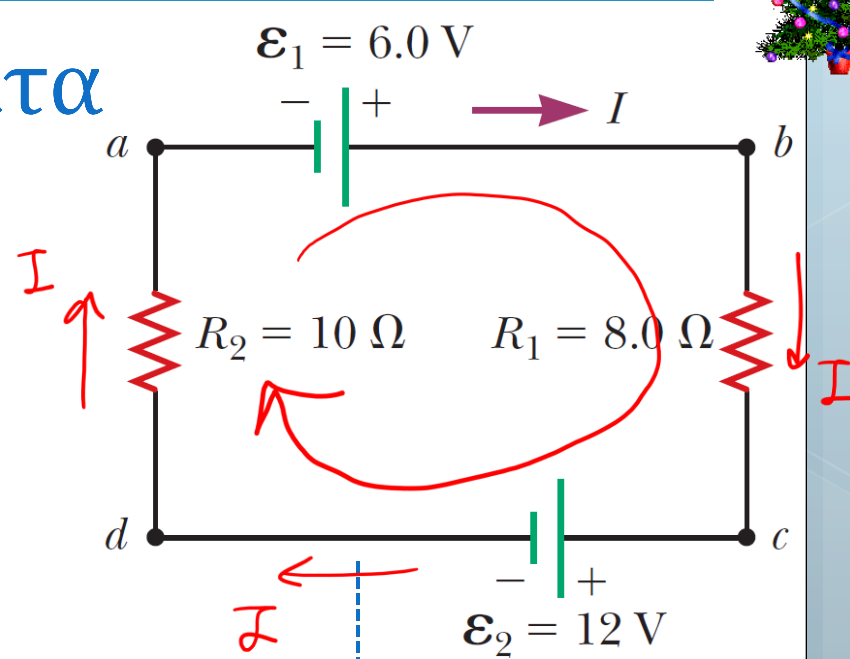
- **Παράδειγμα:**
  - Ένα κύκλωμα απλού βρόχου περιέχει δυο αντιστάτες και δυο πηγές όπως στο σχήμα. Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

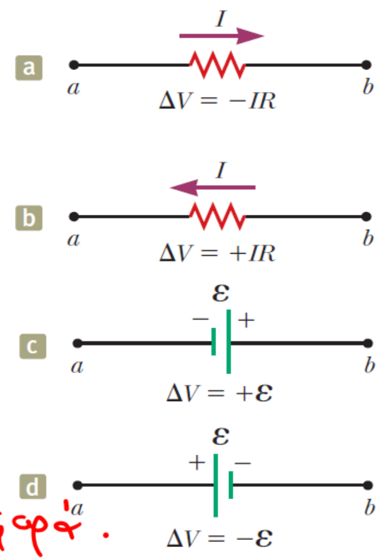
Υποθέτω ότι η φορά του ρεύματος είναι όπως στο σχήμα (ΤΥΧΑΙΑ)



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.





Επιλέγουμε το βρόχο abcda :

$$\sum_{abcda} \Delta V = 0 \iff \Delta V_{\varepsilon_1} + \Delta V_{R_1} + \Delta V_{\varepsilon_2} + \Delta V_{R_2} = 0$$

Άρα $+\mathcal{E}_1 - IR_1 - \mathcal{E}_2 - IR_2 = 0$

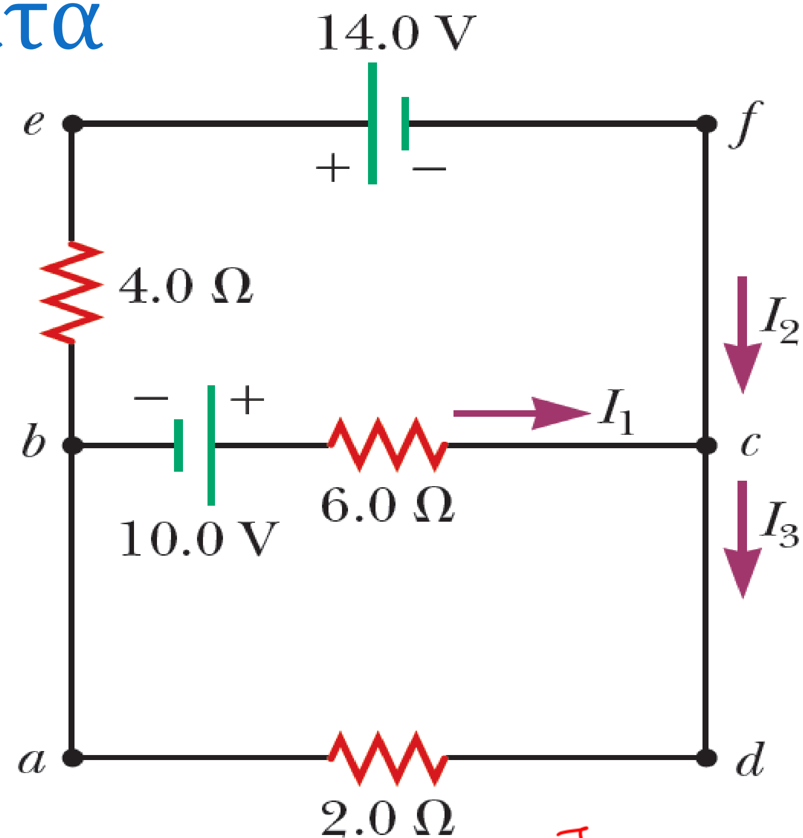
$$6 - I\cdot 8 - 12 - 10\cdot I = 0$$

$$-18I = 6 \Rightarrow I = -\frac{1}{3}\ A$$

Το πρόσημο δηλώνει ότι το ρεύμα έχει αντίθετη φορά.

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα:**
  - Βρείτε τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 του διπλανού κυκλώματος και υπολογίστε τη διαφορά δυναμικού και την ισχύ που παραδίδεται στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης 2 Ω.

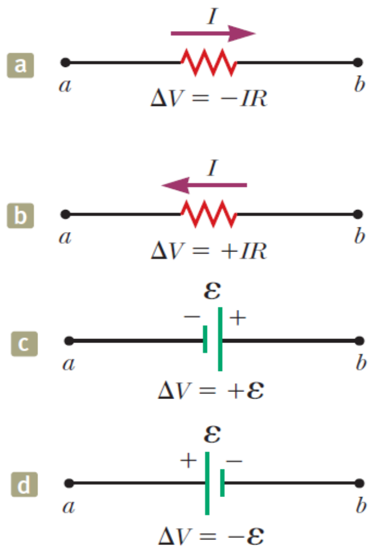


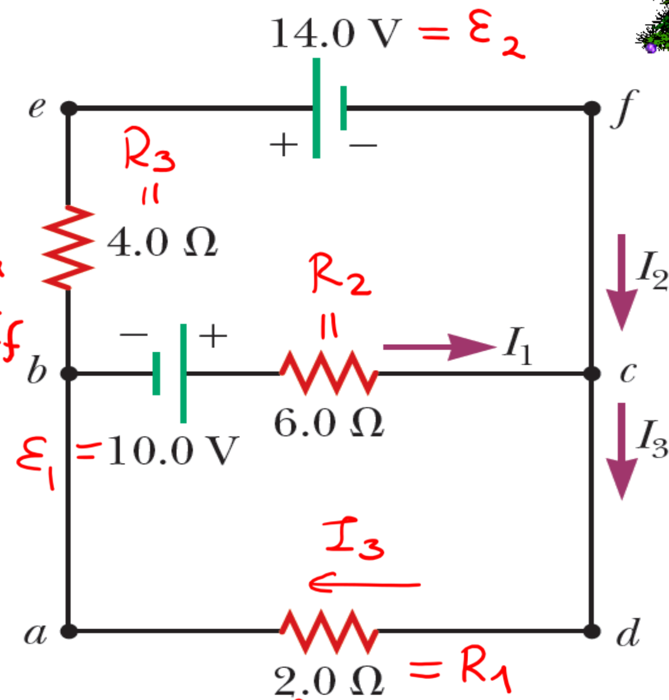
Έχουμε κόμβους (b, c) και τρεις βρόχους (efcdabe, efcbe, bcdab). Έχουμε 3 αγνώστους, θέλουμε 3 εξισώσεις.

Η επιλογή της φοράς των ρευμάτων είναι ΤΥΧΑΙΑ!

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα – Λύση:**





Στον κόμβο c, ισχύει ο 1ος κανόνας Kirchoff

$$I_{in} = I_{out}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

Στο βρόχο dabcd, ισχύει ο 2ος κανόνας του Kirchoff:

$$\sum_{dabcd} \Delta V = 0 \Leftrightarrow \Delta V_{R_1} + \Delta V_{\mathcal{E}_1} + \Delta V_{R_2} = 0$$

$$-I_3 R_1 + \mathcal{E}_1 - I_1 \cdot R_2 = 0$$

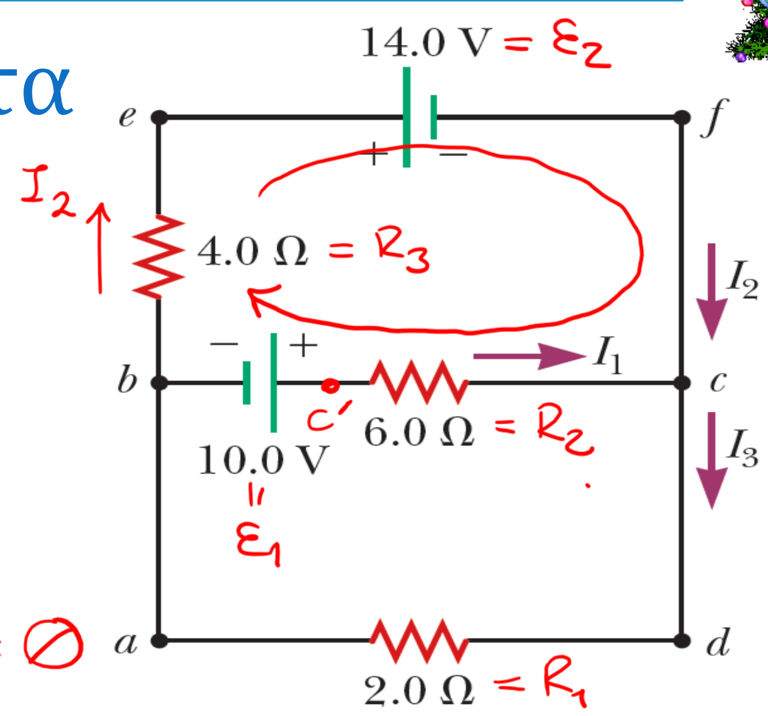
$$-2I_3 + 10 - 6I_1 = 0 \quad (2)$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα – Λύση:**

Στο βρόχο efcbe, θα έχουμε ξανά

$$\sum_{efcbe} \Delta V = 0$$



$$\Delta V_{\varepsilon_2} + \Delta V_2 + \Delta V_{\varepsilon_1} + \Delta V_{R_3} = 0$$

$$-\varepsilon_2 + I_1 R_2 - \varepsilon_1 - I_2 R_3 = 0$$

$$-12 + I_1 \cdot 6 - 10 - I_2 \cdot 4 = 0 \quad (3)$$

Έχουμε ένα 3x3 σύστημα, $I_1 = 2\ A$, $I_2 = -3A$, $I_3 = -1\ A$

Το πρόσημο "−" δηλώνει αντίθετη φορά από τη δοθείσα.

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- **Παρατηρήσεις:**

- Αν τα ρεύματα **δε** σας δίνονται σε κάποιο κύκλωμα, προσέξτε πως θα τα βάλετε
  - Προσέξτε σε έναν κόμβο να **ΜΗ βάλετε όλα τα ρεύματα να μπαίνουν ή όλα να βγαίνουν**!!
- Αν θέλετε να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού σε ένα μονοπάτι που **ΔΕΝ αποτελεί βρόχο (δεν είναι κλειστό)**, πρέπει να χρησιμοποιήσετε τον κανόνα του Kirchhoff λίγο διαφορετικά
  - Αν το μονοπάτι σας είναι π.χ. το abcde (χωρίς να επιστρέφει στο a), και θέλετε τη διαφορά δυναμικού ΔV_{ae} , τότε

$$\Delta V_{ae} = V_e - V_a = \sum_{bcd} \Delta V$$

1 PHYSICS

1.1 History

Aristotle said a bunch of stuff that was wrong. Galileo and Newton fixed things up. Then Einstein broke everything again. Now, we've basically got it all worked out, except for small stuff, big stuff, hot stuff, cold stuff, fast stuff, heavy stuff, dark stuff, turbulence, and the concept of time.

Τέλος Ενότητας


2025
HAPPY
NEW
YEAR