



Εικόνα: Ναυαγοςώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Κύματα



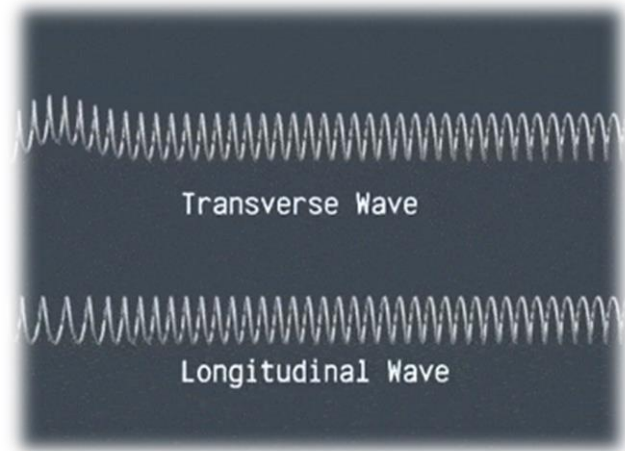
Εικόνα: Ναυαγосώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Κύματα

# Κύματα (Επανάληψη...)

- Κυματική κίνηση
  - Μεταφορά ενέργειας και όχι ύλης
- Εγκάρσια κύματα
- Διαμήκη κύματα
- Κυματοσυνάρτηση



$$y(x, t) = A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} (x \pm ut) + \varphi \right)$$

# Κύματα (Επανάληψη...)

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

- Κυματαριθμός

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Κυκλική συχνότητα

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- Οπότε

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

# Κύματα

## ◉ Ημιτονοειδή κύματα

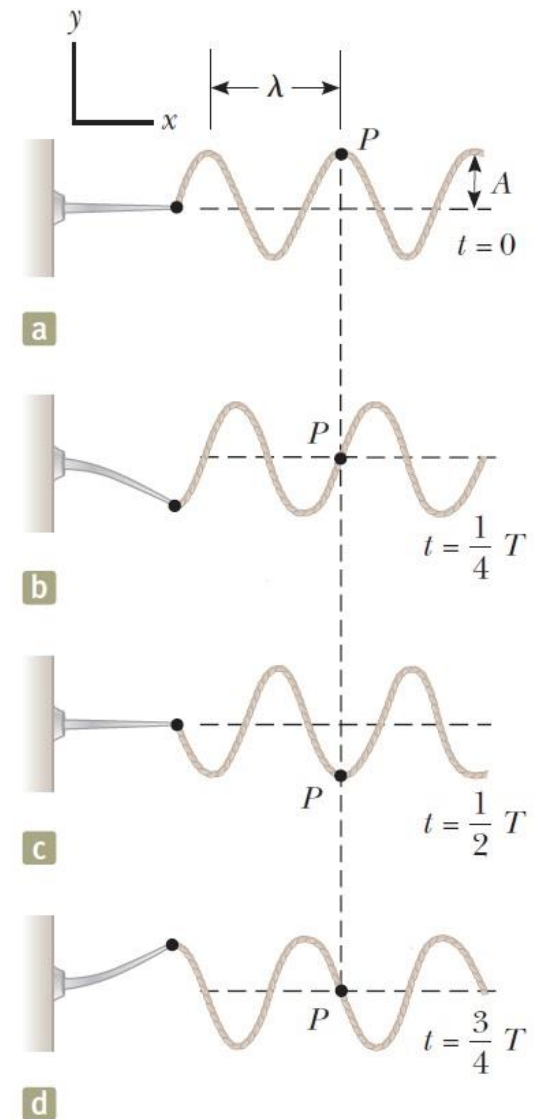
- ◉ Κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το κύμα του σχήματος (για  $t = 0$  όπως στο σχήμα):

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

- ◉ Άρα περιγράφει και την κίνηση κάθε σημείου του, όπως π.χ. το P
- ◉ Εγκάρσια ταχύτητα και επιτάχυνση του στοιχείου P

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$



# Κύματα

- Ταχύτητα Διάδοσης  $v$  κύματος σε τεντωμένο νήμα

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

όπου  $T$  η τάση του νήματος, και  $\mu$  η μάζα του νήματος ανά μονάδα μήκους

- Μάζα ανά μονάδα μήκους

$$\mu = \frac{m}{l}$$

- Λέγεται και γραμμική πυκνότητα μάζας

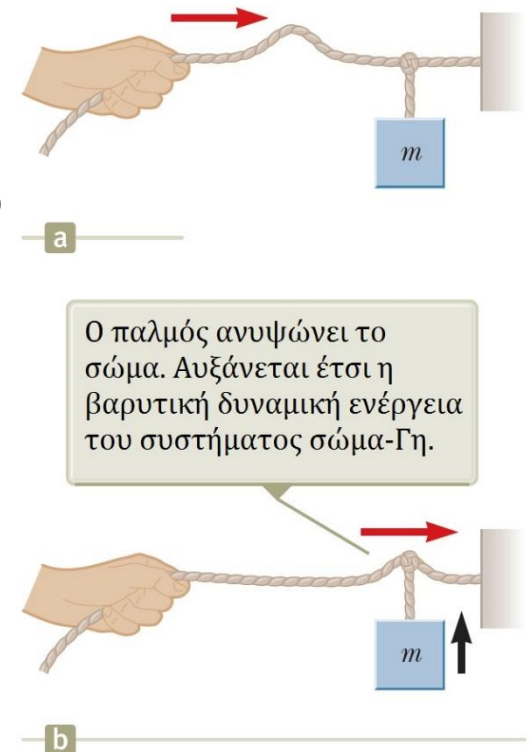
# Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Είπαμε ότι στα μηχανικά κύματα μεταφέρεται ενέργεια
- Που πηγαίνει αυτή η ενέργεια;

- **Παράδειγμα:**

- Έστω το σώμα+Γη ως μη απομονωμένο σύστημα
- Ενέργεια λόγω έργου (χέρι)
  - Εξωτερική στο σύστημα
- Διάδοση κατά μήκος του νήματος
- Ανύψωση σώματος
  - Μεταβολή δυναμικής ενέργειας συστήματος Γη-σώμα

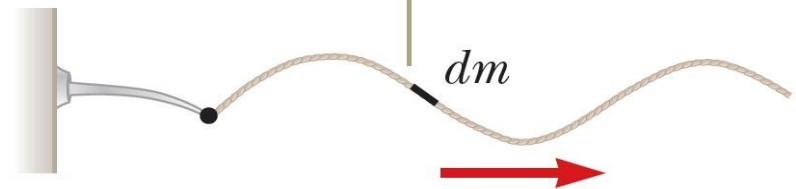


# Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Ας θεωρήσουμε ένα απειροστά μικρό τμήμα του νήματος μήκους  $dx$  και μάζας  $dm$
- Εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ( $y$ -άξονα)!
- Άρα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια!

Κάθε απειροστά μικρό (στοιχειώδες) τμήμα του νήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, και άρα έχει δυναμική και κινητική ενέργεια.





# Κύματα

- ◉ Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- ◉ Κινητική ενέργεια για ένα στοιχείο νήματος

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \quad (t = 0) \quad = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

- ◉ Ολοκληρώνοντας για ένα μήκος κύματος

$$K_\lambda = \int dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2(kx)dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

- ◉ Δυναμική ενέργεια (με όμοιο τρόπο)

$$U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

# Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Η συνολική ενέργεια σε ένα μήκος κύματος ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής

$$E_{mech} = K + U = E_{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

- **Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας (= Ισχύς)**

$$P = \frac{T_{MK}}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

# Κύματα

- Γραμμική εξίσωση κύματος που διαδίδεται σε νήμα

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Γενική μορφή εξίσωσης κύματος

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Η παραπάνω σχέση ισχύει για διάφορους τύπους κυμάτων



Εικόνα: Τα αυτιά του ανθρώπου έχουν εξελιχθεί να ακούν και να ερμηνεύουν ηχητικά κύματα ως φωνή ή ως ήχους. Κάποια ζώα, όπως το είδος αλεπούς με τα αυτιά νυχτερίδας, έχουν αυτιά που είναι προσαρμοσμένα να ακούν πολύ αδύναμους ήχους.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Ηχητικά Κύματα



Εικόνα: Τα αυτιά του ανθρώπου έχουν εξελιχθεί να ακούν και να ερμηνεύουν ηχητικά κύματα ως φωνή ή ως ήχους. Κάποια ζώα, όπως το είδος αλεπούς με τα αυτιά νυχτερίδας, έχουν αυτιά που είναι προσαρμοσμένα να ακούν πολύ αδύναμους ήχους.

# Φυσική για Μηχανικούς

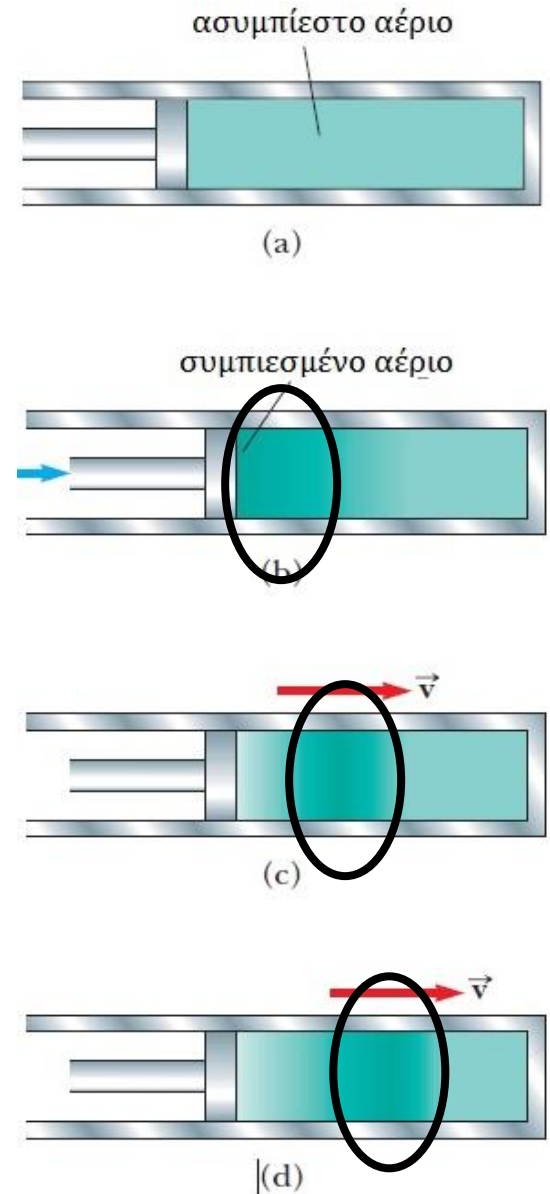
## Ηχητικά Κύματα

# Ηχητικά Κύματα

- Τρεις κατηγορίες ηχητικών κυμάτων
  - *Ακουστικά κύματα*
    - Μουσική, φωνή
  - *Κύματα υποήχων (υπόηχοι)*
    - Ελέφαντες επικοινωνούν με υπόηχους
  - *Κύματα υπερήχων*
    - Σφυρίχτρες σκύλων
    - Ιατρική απεικόνιση

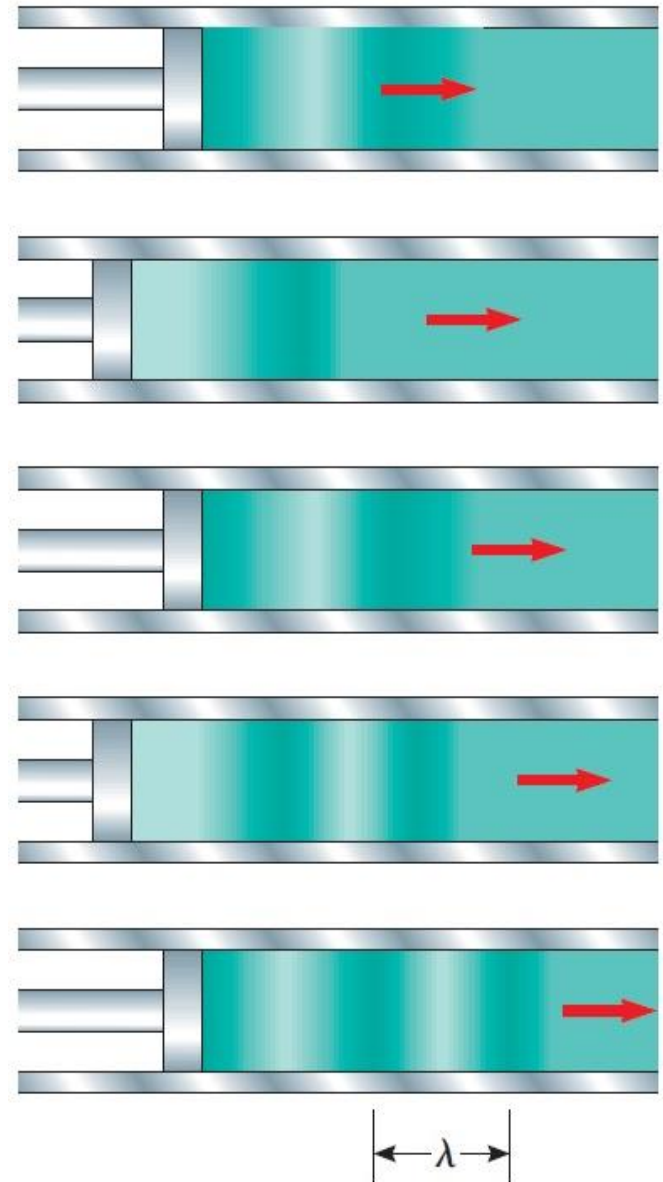
# Ηχητικά Κύματα

- Έμβολο σε ακινησία – (a)
  - Αέριο ασυμπιέστο και σε ομοιόμορφη κατανομή
- Έμβολο σε κίνηση προς τα δεξιά – (b)
  - Πίεση και πυκνότητα αερίου μπροστά στο έμβολο είναι μεγαλύτερη απ' ό,τι στο υπόλοιπο μέρος του
- Έμβολο σε ακινησία – (c)
  - Διάμηκες κύμα διαδίδεται με ταχύτητα  $v$
- Η διάδοση συνεχίζεται – (d)



# Ηχητικά Κύματα

- Έμβολο σε απλή αρμονική ταλάντωση
  - Πίεση προς τα εμπρός
    - Περιοχές συμπίεσης (σκούρο)
    - Πυκνώματα
  - Τράβηγμα προς τα πίσω
    - Περιοχές αραιώσης (ανοιχτό)
    - Αραιώματα
- Διάδοση με ταχύτητα ήχου στο μέσο



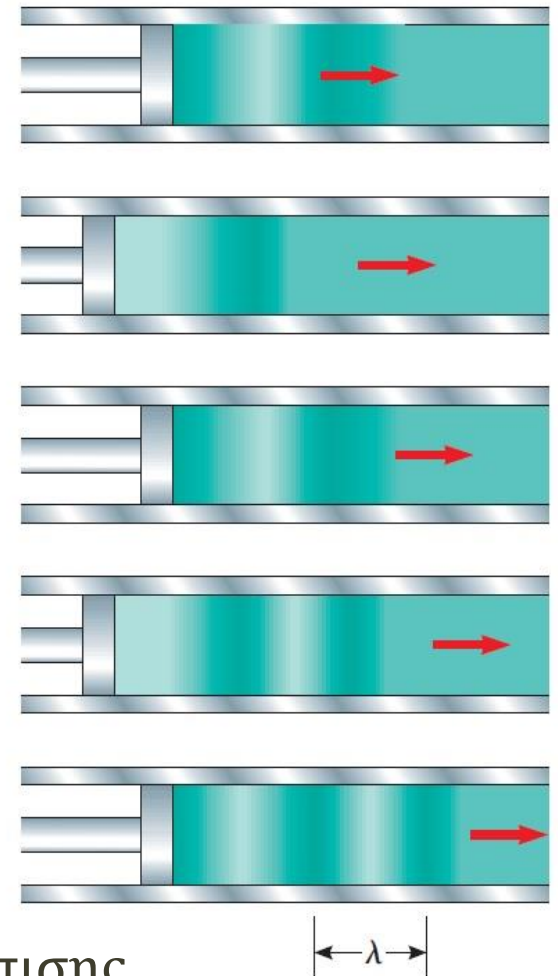


# Ηχητικά Κύματα

- Έμβολο σε απλή αρμονική ταλάντωση
- Απόσταση μεταξύ διαδοχικών πυκνωμάτων ή αραιωμάτων
  - Μήκος κύματος  $\lambda$
- Κάθε μικρός όγκος αερίου εκτελεί απλή αρμονική κίνηση παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης

$$s(x, t) = s_{max} \cos(kx - \omega t)$$

- Ο όρος  $s_{max}$  δηλώνει το πλάτος μετατόπισης
  - Είναι η μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου από τη θέση ισορροπίας



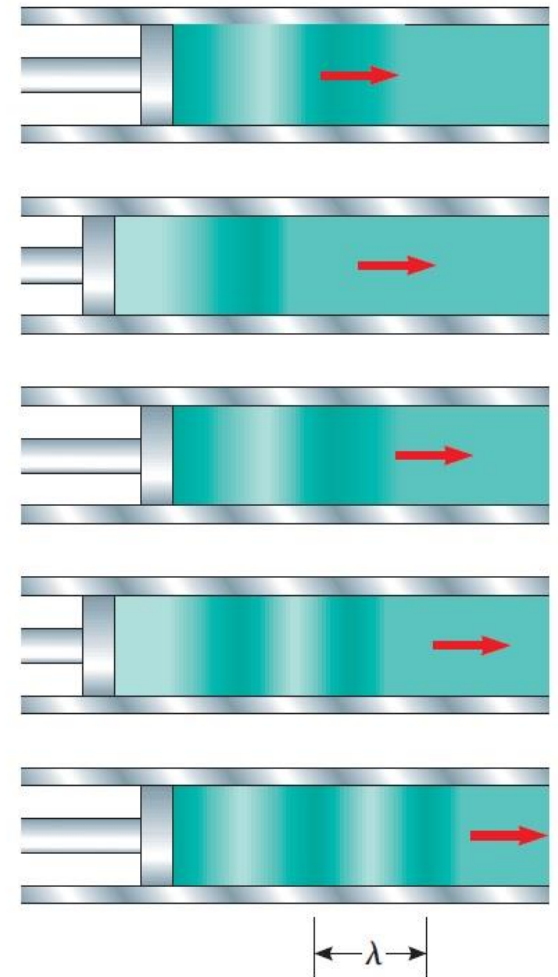
# Ηχητικά Κύματα

- Μεταβολή πίεσης αερίου  $\Delta P$

$$\Delta P(x, t) = \Delta P_{max} \sin(kx - \omega t)$$

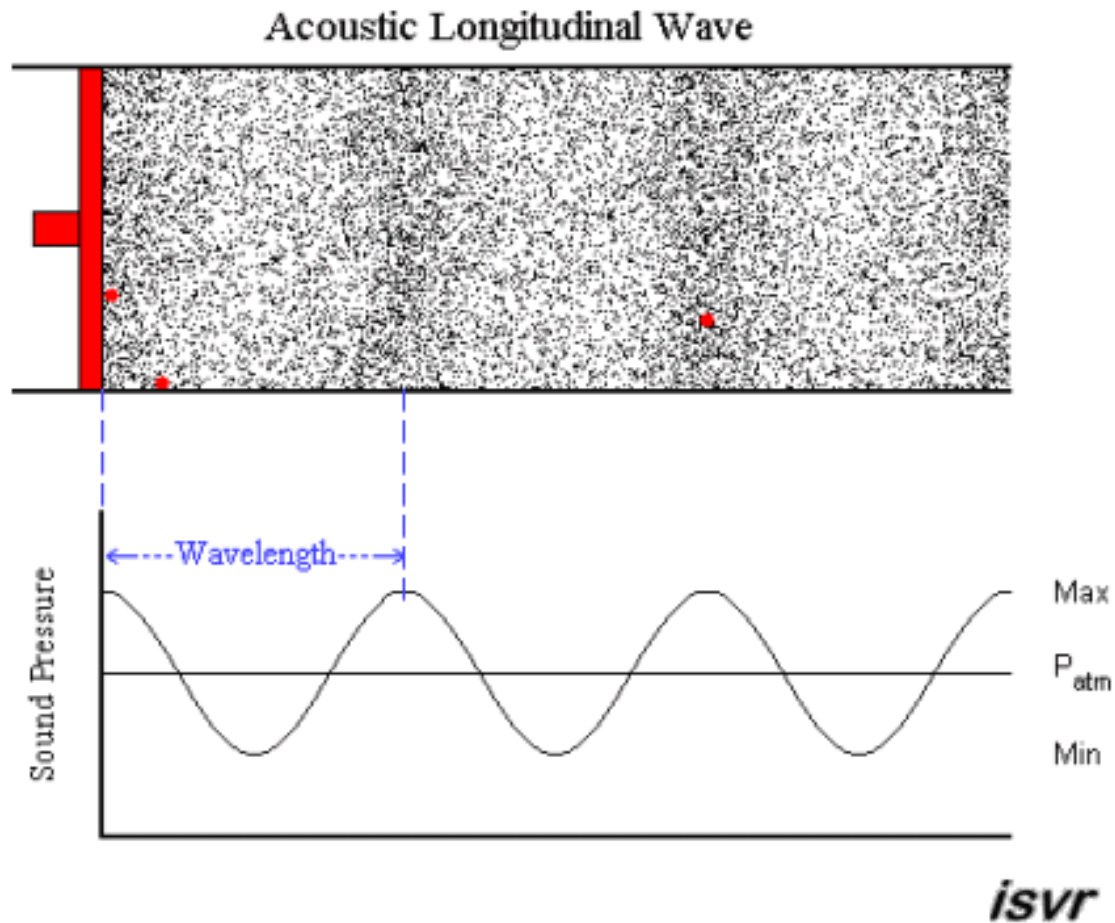
όπου  $\Delta P_{max}$  η μέγιστη μεταβολή της πίεσης γύρω από την τιμή ισορροπίας

- Ο όρος  $\Delta P_{max}$  ονομάζεται πλάτος πίεσης



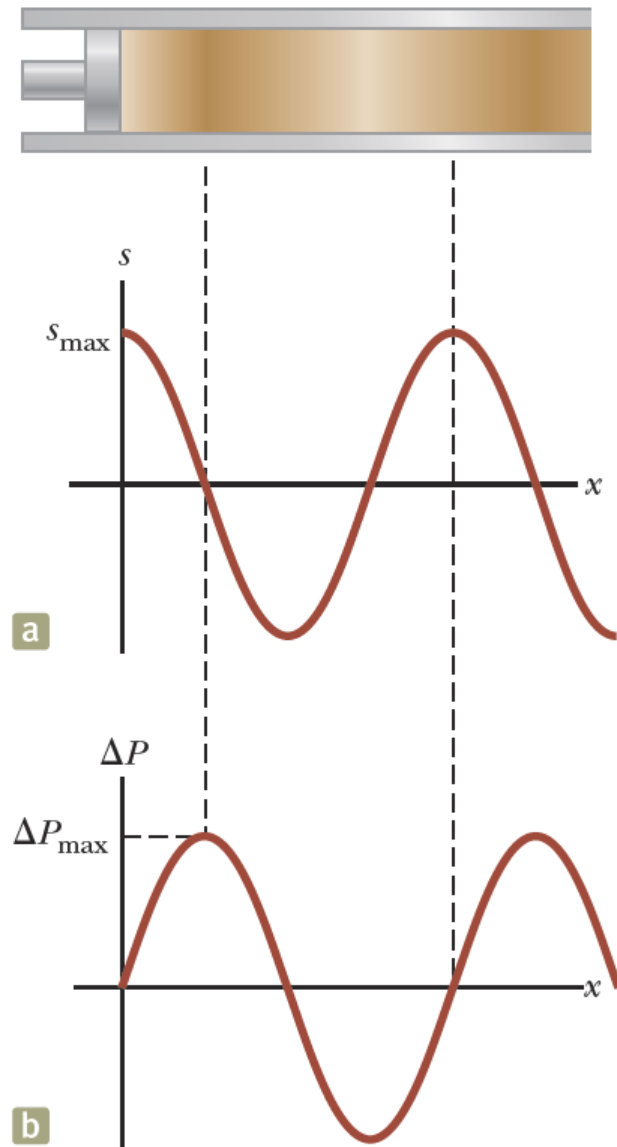
# Ηχητικά Κύματα

- Μεταβολή πίεσης αερίου  $\Delta P$



# Ηχητικά Κύματα

- Μεταβολή πίεσης αερίου  $\Delta P(x, t)$  και μετατόπισης  $s(x, t)$
- Η μετατόπιση που περιγράψαμε ως συνημιτονοειδής συνάρτηση οδηγεί σε μεταβολή πίεσης ως ημιτονοειδή συνάρτηση
- Διαφορά φάσης  $\pi/2$
- Μεταβολή πίεσης μέγιστη  $\rightarrow$  μετατόπιση μηδενική!
- Μετατόπιση μέγιστη  $\rightarrow$  μεταβολή πίεσης μηδενική!



# Ηχητικά Κύματα

- Ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα

$$u = 331 \sqrt{1 + \frac{T_c}{273}}$$

όπου  $T_c$  η θερμοκρασία του αέρα

- **Παράδειγμα:**

- Πώς θα μετρήσουμε σε πόση απόσταση από μας έπεσε ένας κεραυνός, αν ακούσουμε τον κρότο του σε  $t$  δευτερόλεπτα?



# Ηχητικά Κύματα

- Ταχύτητα διάδοσης ήχου σε άλλα υλικά

**Table 17.1** Speed of Sound in Various Media

Medium	$v$ (m/s)	Medium	$v$ (m/s)	Medium	$v$ (m/s)
<b>Gases</b>		<b>Liquids at 25°C</b>		<b>Solids<sup>a</sup></b>	
Hydrogen (0°C)	1 286	Glycerol	1 904	Pyrex glass	5 640
Helium (0°C)	972	Seawater	1 533	Iron	5 950
Air (20°C)	343	Water	1 493	Aluminum	6 420
Air (0°C)	331	Mercury	1 450	Brass	4 700
Oxygen (0°C)	317	Kerosene	1 324	Copper	5 010
		Methyl alcohol	1 143	Gold	3 240
		Carbon tetrachloride	926	Lucite	2 680
				Lead	1 960
				Rubber	1 600

# Ηχητικά Κύματα

- Ένταση περιοδικών ηχητικών κυμάτων

- Ισχύς:

- $$P = \vec{F} \cdot \vec{u}_x = \Delta P(x, t) A \vec{i} \cdot \frac{d}{dt} s(x, t) \vec{i}$$
$$= \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A s_{max}^2 \sin(kx - \omega t)$$

- Μέση ισχύς σε μια περίοδο  $T$  (για  $x = 0$ ):

- $$P_{avg} = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A s_{max}^2$$

- Ένταση: μέση ισχύς ανά επιφάνεια

- $$I = \frac{P_{avg}}{A} = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 s_{max}^2 = \frac{(\Delta P_{max})^2}{2\rho u}$$

# Ηχητικά Κύματα

- Ένταση περιοδικών ηχητικών κυμάτων

$$I = \frac{(Iσχύς)_{μεση}}{A} = \frac{1}{2} ρυ(ωs_{max})^2 = \frac{(\Delta P_{max})^2}{2ρυ}$$

όπου  $\rho$  η πυκνότητα του μέσου διάδοσης και  $A$  το εμβαδό της επιφάνειας κάθετης στη διεύθυνση διάδοσης

- Τα κύματα που είδαμε ως τώρα μοντελοποιούνταν ως διαμήκη κύματα
  - Διαδίδονταν σε ευθεία γραμμή
- Στην πράξη, τα κύματα διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις
  - Σφαιρικά κύματα

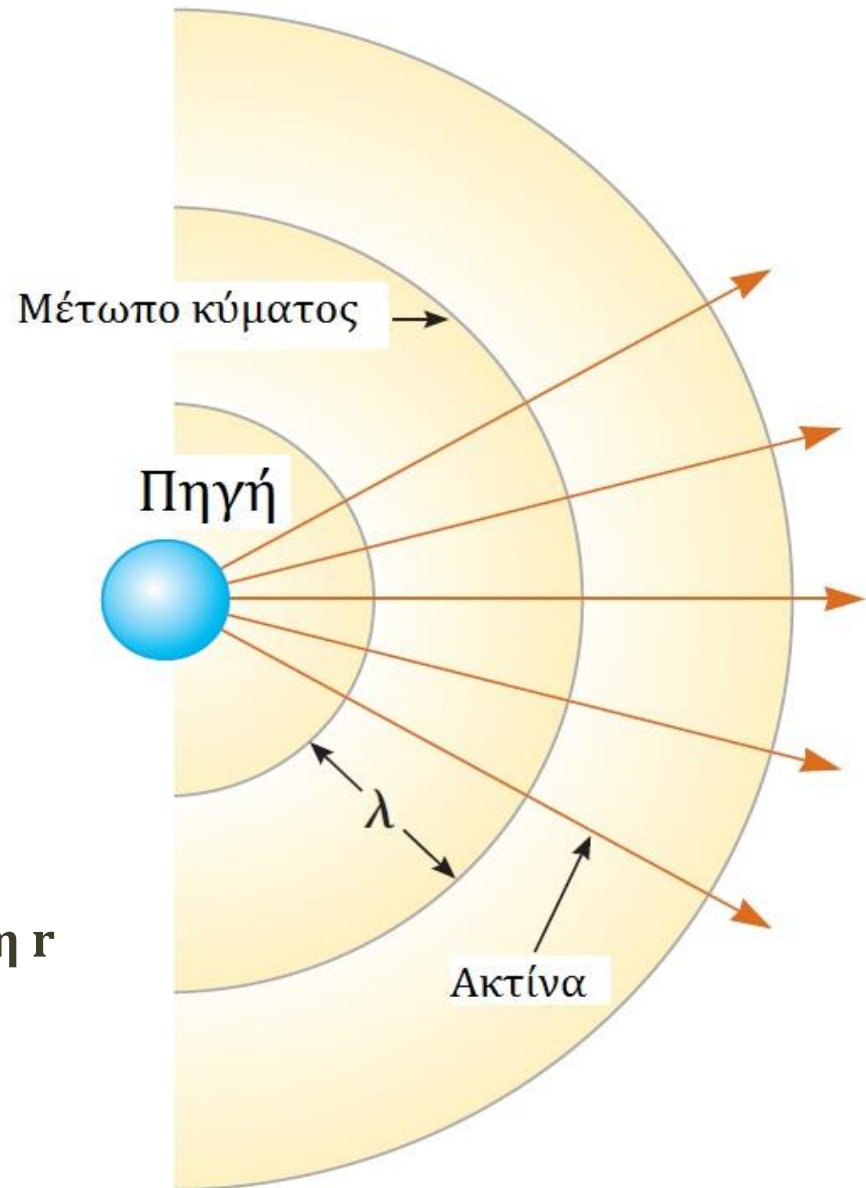


# Ηχητικά Κύματα

- Σφαιρικό κύμα
  - Ομόκεντρα κυκλικά τόξα
- Μέτωπο κύματος
  - Επιφάνεια όπου η φάση  $(kx - \omega t + \varphi)$  του κύματος έχει ίδια τιμή
- Ακτίνες
  - Ευθείες που ξεκινούν απ' την πηγή
  - Δείχνουν την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος
- Ένταση κύματος σε απόσταση  $r$

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Εμβαδό μετώπου



# Ηχητικά Κύματα

Εμβαδό σφαίρας

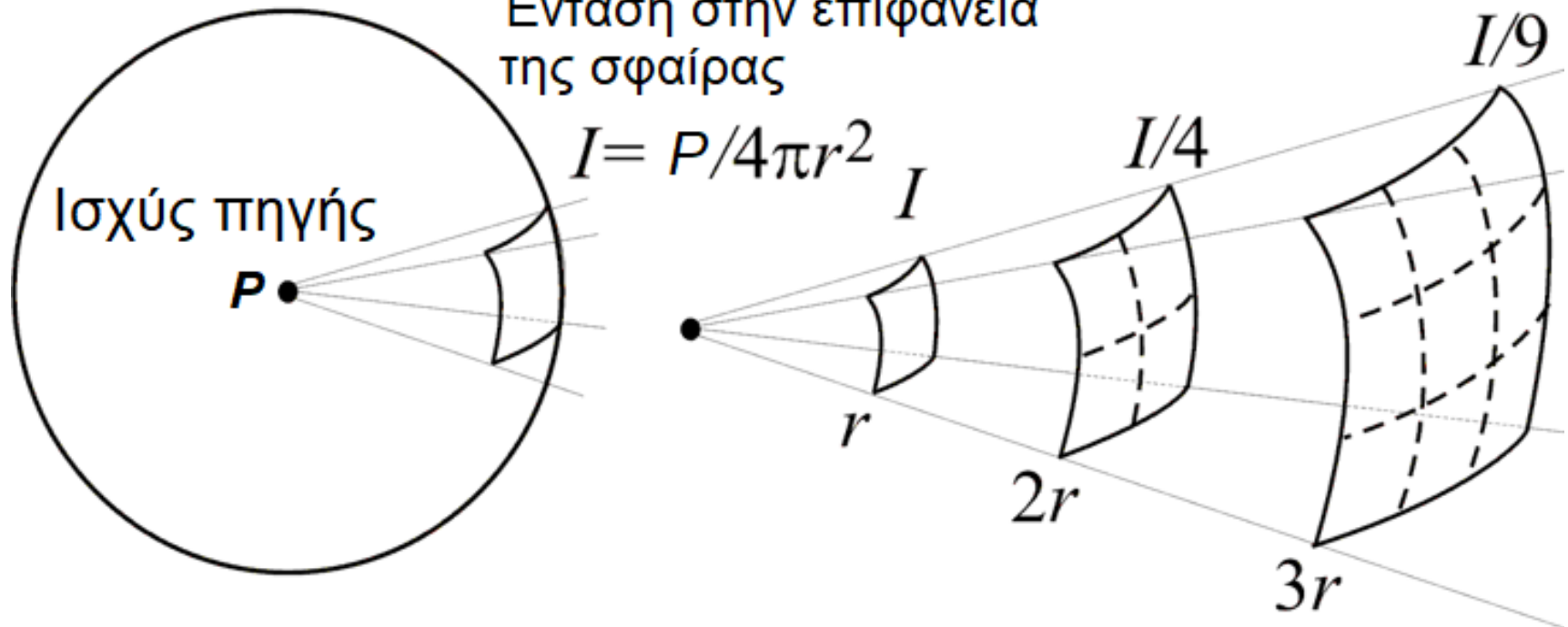
$$A = 4\pi r^2$$

Ένταση στην επιφάνεια  
της σφαίρας

$$I = P / 4\pi r^2$$

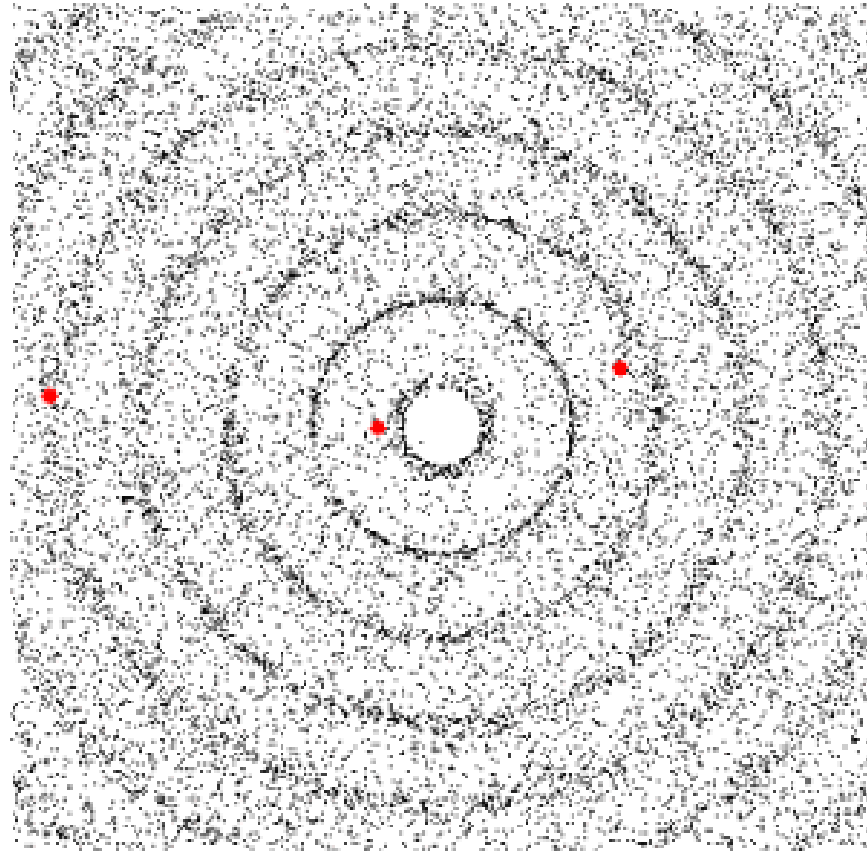
Ισχύς πηγής

$P$



# Ηχητικά Κύματα

Acoustic Monopole



*isvr*

# Ηχητικά Κύματα

- Οι ασθενέστεροι ήχοι που μπορεί να αντιληφθεί το ανθρώπινο αυτί στη συχνότητα των 1000 Hz έχουν ένταση περίπου  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$ .
- Αυτό είναι το λεγόμενο **κατώφλι ακοής**.
- Οι δυνατότεροι ήχοι που μπορούμε να ακούσουμε (χωρίς πόνο) είναι έντασης  $1 \frac{W}{m^2}$ .
- Για τις τιμές ταχύτητας και πυκνότητας αέρα  $u = 343 \frac{m}{s}$ , και  $\rho = 1.2 \frac{kg}{m^3}$ , το πλάτος πίεσης και μετατόπισης είναι:

Για τον χαμηλότερης έντασης ήχο:

$$\Delta P_{max} = \sqrt{2\rho v I} = 2.87 \times 10^{-5} \frac{N}{m^2}, \quad s_{max} = \frac{\Delta P_{max}}{\rho v \omega} = 1.11 \times 10^{-11} m$$

Για τον υψηλότερης έντασης ήχο:

$$\Delta P_{max} = \sqrt{2\rho v I} = 28.7 \frac{N}{m^2}, \quad s_{max} = \frac{\Delta P_{max}}{\rho v \omega} = 1.11 \times 10^{-5} m$$

# Ηχητικά Κύματα

## ◉ Εύρος έντασης

- ◉ Μεγάλο εύρος εντάσεων αντιληπτό απ' το αυτί
- ◉ Μια λογαριθμική κλίμακα είναι βολικότερη
- ◉ **Ηχοστάθμη**

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

- ◉  $I_0$  : ένταση αναφοράς (κατώφλι ακοής)
- ◉  $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ 
  - ◉ Για συχνότητες 1000 Hz
  - ◉ Στην πραγματικότητα, είναι μεταβλητή
- ◉  $\beta$  : μετριέται σε Decibel (dB)
  - ◉ Προς τιμήν του A. G. Bell
- ◉ Κατώφλι ακοής: 0 dB
- ◉ Όριο πόνου: 120-130 dB

Source of Sound	$\beta$ (dB)
Nearby jet airplane	150
Jackhammer; machine gun	130
Siren; rock concert	120
Subway; power lawn mower	100
Busy traffic	80
Vacuum cleaner	70
Normal conversation	60
Mosquito buzzing	40
Whisper	30
Rustling leaves	10
Threshold of hearing	0

# Ηχητικά Κύματα

- **Παράδειγμα:**

- Δυο ίδιες μηχανές βρίσκονται στην ίδια απόσταση από έναν εργάτη. Η ένταση του ήχου κατά τη λειτουργία κάθε μηχανής είναι ίση με  $2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ .

A) Βρείτε την ηχοστάθμη που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργεί η μια μηχανή.

B) Βρείτε την ηχοστάθμη που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργούν και οι δυο μηχανές.

# Ηχητικά Κύματα

$$* \log(ab) = \log a + \log b$$

## ● Παράδειγμα:

- Δυο ίδιες μηχανές βρίσκονται στην ίδια απόσταση από έναν εργάτη. Η ένταση του ήχου κατά τη λειτουργία κάθε μηχανής είναι ίση με  $2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ .  
Α) Βρείτε την ηχοστάθμη που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργεί η μια μηχανή.

Υποθέτω κατώφλι ακούς με ένταση  $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Είναι

$$\begin{aligned} \beta &= 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{2 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-12}} = 10 \log_{10} (2 \cdot 10^{-7+12}) \\ &= 10 \log_{10} (2 \cdot 10^5) \stackrel{*}{=} 10 \log_{10} 2 + 10 \log_{10} 10^5 \\ &= 10 \log_{10} 2 + 50 \log_{10} 10 = 10 \log_{10} 2 + 50 \cdot 1 \\ &= 10 \log_{10} 2 + 50 \approx 3 + 50 \approx 53 \text{ dB} \end{aligned}$$

# Ηχητικά Κύματα

## ◉ Παράδειγμα:

- ◉ Δυο ίδιες μηχανές βρίσκονται στην ίδια απόσταση από έναν εργάτη. Η ένταση του ήχου κατά τη λειτουργία κάθε μηχανής είναι ίση με  $2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ .
- Β) Βρείτε την ηχοστάθμη που ακούει ο εργάτης όταν λειτουργούν και οι δυο μηχανές.

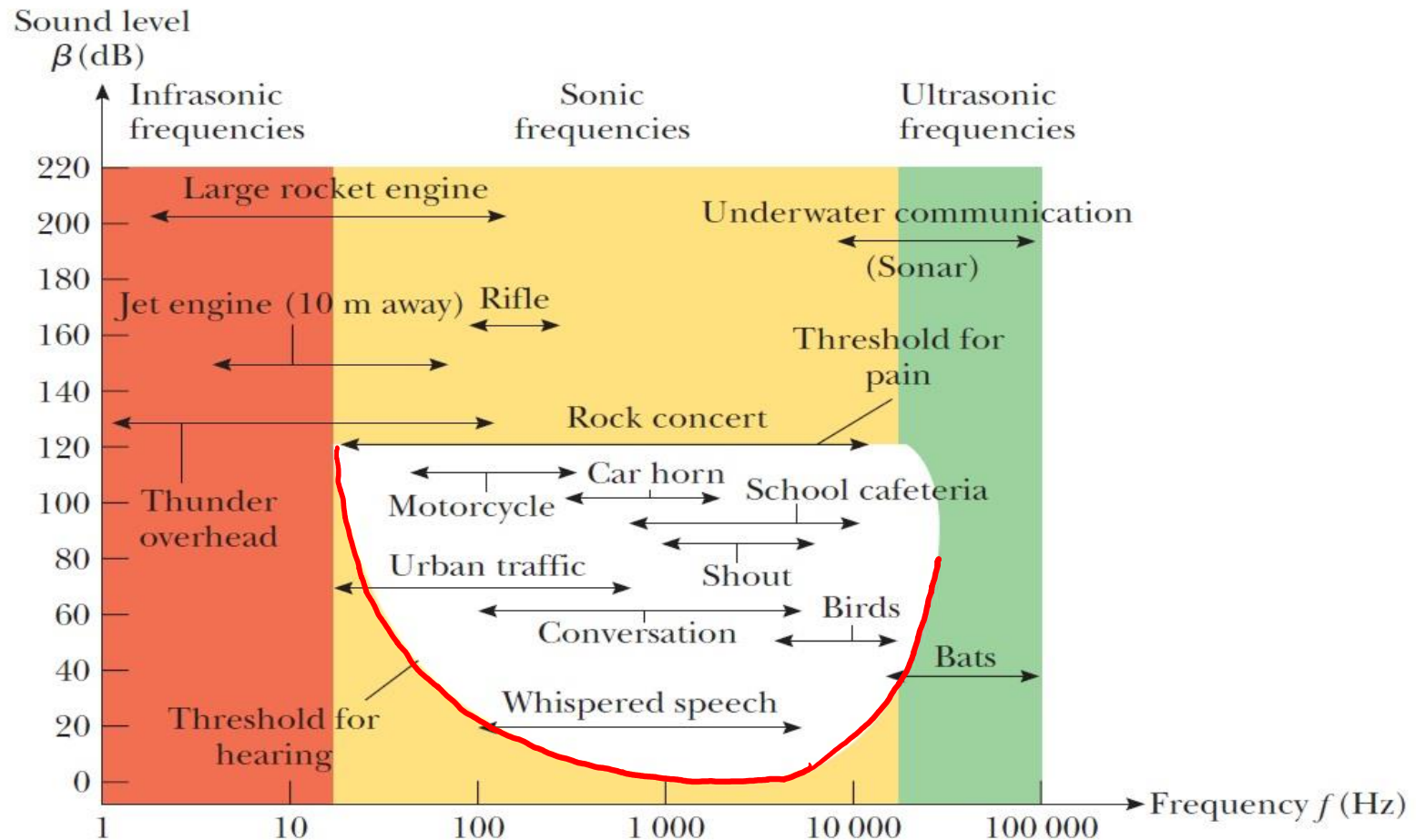
Είναι

$$\begin{aligned} \beta &= 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{4 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-12}} = 10 \log_{10} (4 \cdot 10^5) \\ &= 10 \log_{10} 4 + 10 \log_{10} 10^5 = 10 \log_{10} 4 + 50 \cdot 1 \\ &= 50 + 10 \log_{10} 4 \approx 50 + 6 \approx 56 \text{ dB} \end{aligned}$$



# Ηχητικά Κύματα

## ● Ακουστότητα και Συχνότητα - Ψυχοακουστική



# Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

- Συμπύεση ήχου (MPEG3 standard – MP3)

- Τρεις σημαντικοί παράγοντες

- Α. Εξάλειψη ήχων που δεν ακούγονται (< κατώφλι ακοής)

- Μπορούμε να τους αφαιρέσουμε (μην αποθηκεύσουμε)

- Β. Κάποιοι ήχοι είναι πιο «ευαίσθητοι» από άλλους

- Χρήση κρίσιμων ευρών ζώνης (critical bands)

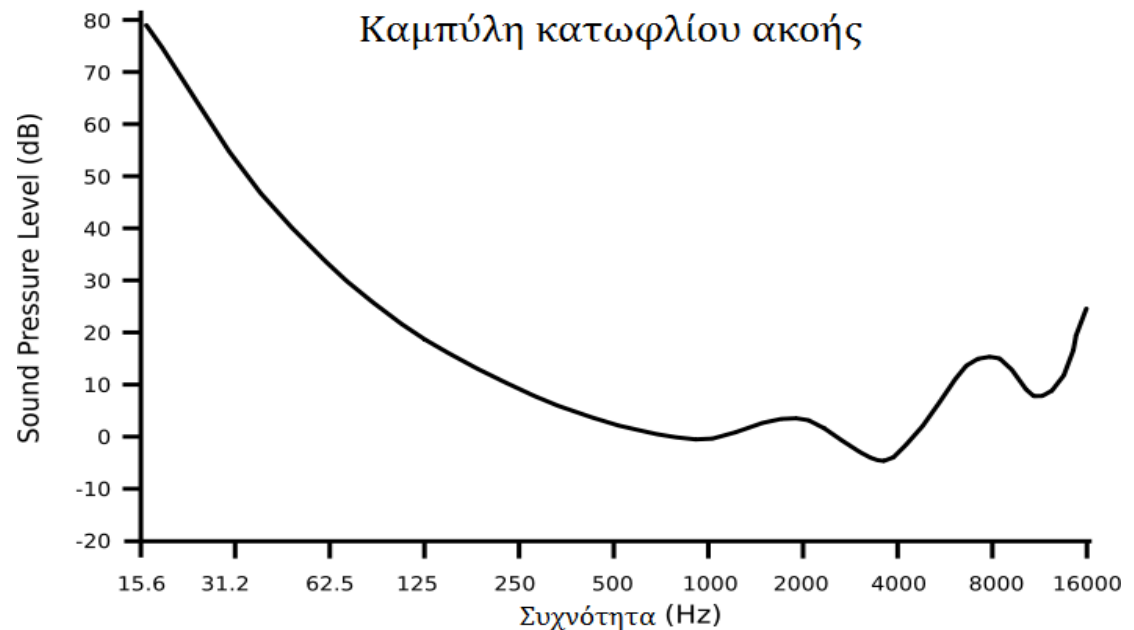
- Γ. Κάποιοι ήχοι επικαλύπτουν άλλους γειτονικούς

- Το φαινόμενο του masking (masking effect)

# Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

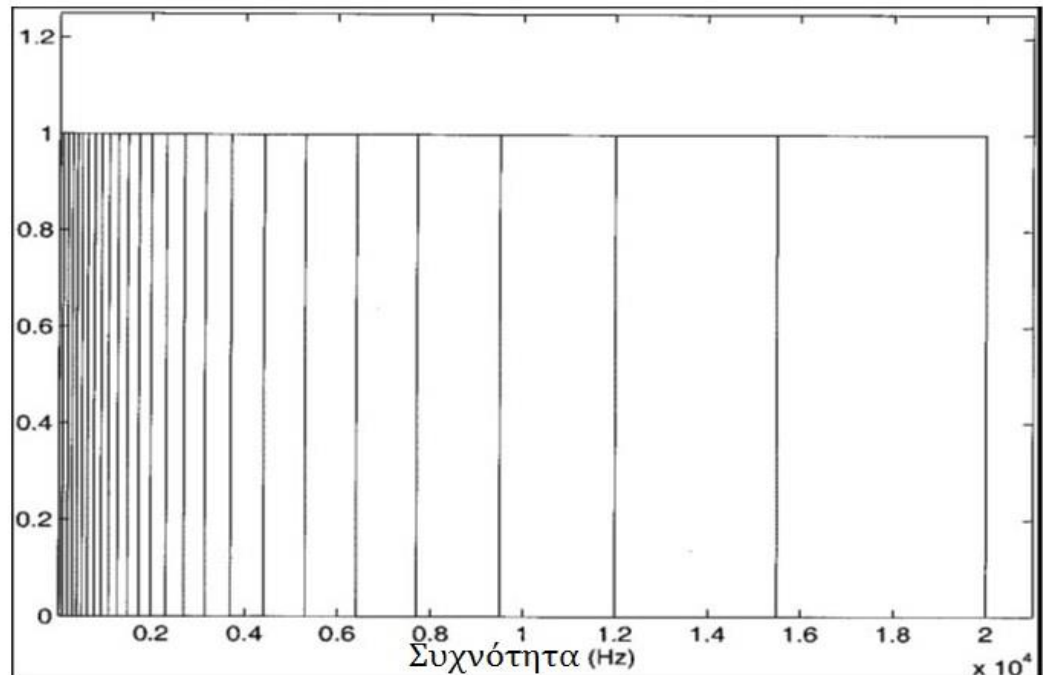
- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Α. Εξάλειψη ήχων που δεν ακούγονται (< κατώφλι ακοής)
  - Μπορούμε να τους αφαιρέσουμε
  - Ό,τι βρίσκεται κάτω από το κατώφλι, δε χρειάζεται να αποθηκευθεί



# Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

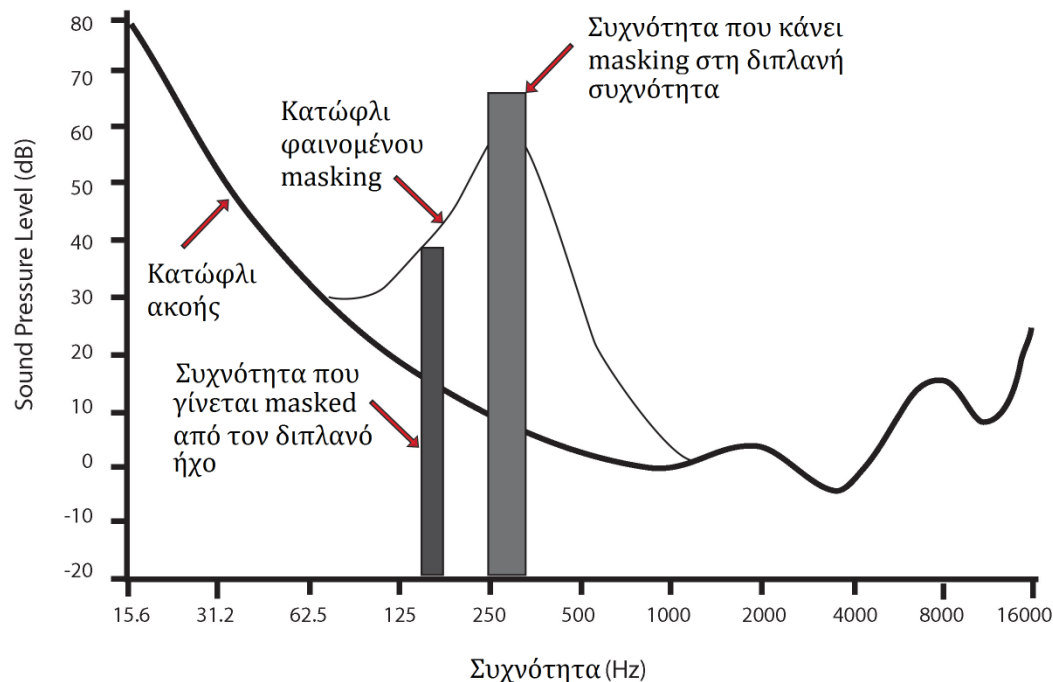
- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Β. Κάποιοι ήχοι είναι πιο «ευαίσθητοι» από άλλους
  - Χρήση κρίσιμων ευρών ζώνης (critical bands)
  - Διαφορετική «βαρύτητα» σε κάθε ζώνη
  - Διαφορετική «ευαισθησία» του αυτιού σε κάθε ζώνη



# Ηχητικά Κύματα

## ○ Παράδειγμα εφαρμογής:

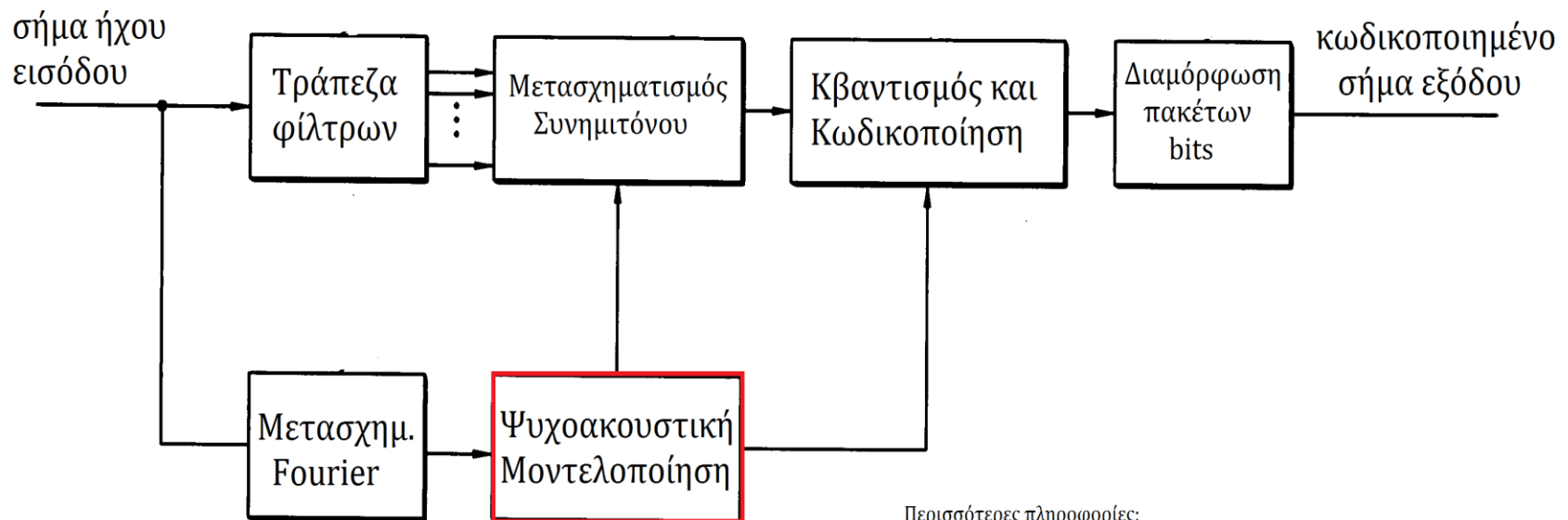
- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Γ. Masking effect
  - Ένας πιο δυνατός ήχος μπορεί να επικαλύψει ένα γειτονικό του
  - Η πληροφορία του γειτονικού ήχου δε χρειάζεται να αποθηκευτεί



# Ηχητικά Κύματα

- Παράδειγμα εφαρμογής:

- Συμπίεση ήχου (MP3 standard)
- Απλοποιημένο διάγραμμα



Περισσότερες πληροφορίες:  
<http://www.cns.nyu.edu/~msl/courses/2223/Readings/IEEEXplore-1.pdf>



Τέλος Διάλεξης