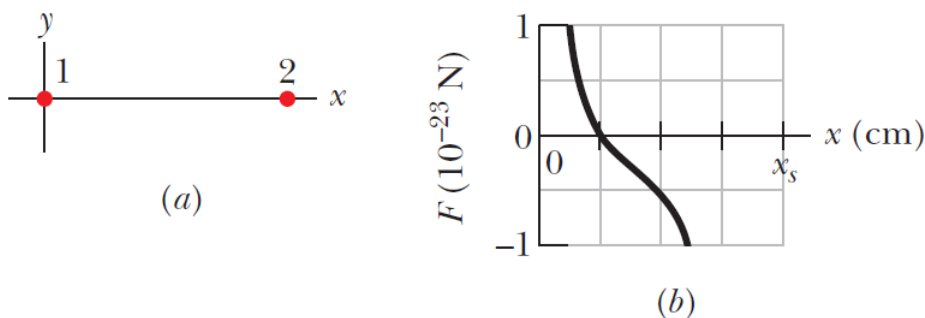


ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2025
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Πέμπτης Σειράς Ασκήσεων

Ασκηση 1.

- (α) Σύμφωνα με το Σχήμα 1, όταν το φορτίο q_3 πλησιάζει πολύ κοντά στο q_1 (σε σημείο δηλαδή που περιμένουμε η δύναμη που ασκεί το q_1 στο q_3 να κυριαρχεί αναμεταξύ των δυο ηλεκτρικών δυνάμεων που ασκούνται στο φορτίο q_3), το πρόσημο της συνολικής δύναμης που ασκείται πάνω του είναι θετικό, δηλ. το διάνυσμα της δύναμης έχει φορά προς τα δεξιά. Άρα η συνολική δύναμη είναι απωστική, άρα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το φορτίο q_1 έχει το ίδιο φορτίο με το q_3 , δηλαδή θετικό.



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

- (β) Θα χρησιμοποιήσουμε το σημείο στο γράφημα που η δύναμη F κόβει τον άξονα x' , δηλ. το σημείο που η συνισταμένη των δυνάμεων ισούται με μηδέν. Το σημείο αυτό είναι το $x = 0.02$ m, σύμφωνα με την κλίμακα του οριζόντιου άξονα. Αφού το q_3 βρίσκεται ανάμεσα στα άλλα δυο φορτία, και ισορροπεί στη θέση x , τότε και το φορτίο q_2 είναι επίσης θετικό. Από τον 1ο νόμο του Newton

$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \vec{0} \implies F_{13} - F_{23} = 0 \iff F_{13} = F_{23} \quad (1)$$

$$k_e \frac{q_1 q_3}{x^2} = k_e \frac{q_2 q_3}{(0.08 - x)^2} \quad (2)$$

$$q_2 = \left(\frac{0.06}{0.02} \right)^2 q_1 = 9q_1 \quad (3)$$

δηλ.

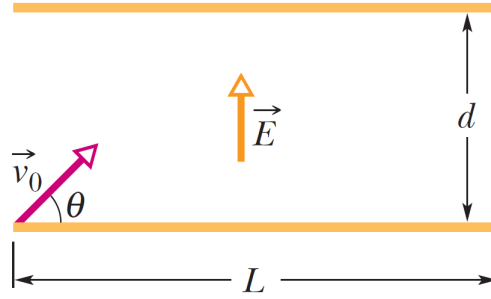
$$\frac{q_2}{q_1} = 9 \quad (4)$$

Ασκηση 2.

Ορίζουμε θετικές φορές τις συμβατικές (πάνω και δεξιά), και θεωρούμε σύστημα συντεταγμένων με σημείο αναφοράς το σημείο εκτόξευσης του ηλεκτρονίου.

- (α) Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται μόνο στην $y'y$ κίνησή του, καθώς η επιτάχυνση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι παράλληλη των δυναμικών γραμμών του. Από τον 2ο νόμο του Newton έχουμε

$$\vec{F}_y = m_e \vec{a}_y \iff q_e \vec{E}_y = m_e \vec{a}_y \implies -eE = m_e a_y \implies a_y = -\frac{eE}{m_e} \quad (5)$$



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 2.

Οπότε η επιτάχυνση έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο $a_y = \frac{eE}{m_e} = 3.51 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$.

(β) Το ηλεκτρόνιο εκτελεί βολή και το ρόλο της επιτάχυνσης της βαρύτητας τον παίζει εδώ η επιτάχυνση του ηλεκτρικού πεδίου. Για να ελέγξουμε αν θα χτυπήσει το ηλεκτρόνιο κάποια από τις δυο πλάκες, πρέπει να ελέγξουμε το μέγιστο ύψος h_{max} που θα φτάσει κι αν αυτό είναι μεγαλύτερο από d , καθώς και το εύρος της βολής R . Είναι

$$h_{max} = \frac{u_0^2 \sin^2(\theta_0)}{2a_y} = \frac{(6.0 \cdot 10^6)^2 \cdot \frac{1}{2}}{3.51 \cdot 10^{14}} = 0.0256 \text{ m} \quad (6)$$

και

$$R = \frac{u_0^2 \sin(2\theta_0)}{a_y} = \frac{6 \cdot 10^6)^2 \cdot 1}{3.51 \cdot 10^{14}} = 0.1026 \text{ m} \quad (7)$$

Άρα ναι, θα χτυπήσει στην πάνω πλάκα, αφού $h_{max} > d$, ενώ αν δεν υπήρχε η πάνω πλάκα, δε θα χτυπούσε στην κάτω πλάκα αφού $R > L$.

(γ) Βρήκαμε λοιπόν ότι θα χτυπήσει στην πάνω πλάκα. Θέλουμε την οριζόντια απόσταση από το σημείο εκτόξευσης μέχρι το σημείο που χτυπάει στην πλάκα, όπου $y = d$. Έστω O και A τα σημεία αυτά. Το ηλεκτρόνιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά στον οριζόντιο άξονα της κίνησής του, άρα στη διαδρομή $O \rightarrow A$

$$x_A = x_O + u_x t \iff x_A = 0 + u_0 \cos(\theta_0) t \iff t = \frac{x_A}{u_0 \cos(\theta_0)} \quad (8)$$

Στην κίνησή του στον y/y άξονα, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην ίδια διαδρομή. Από τις εξισώσεις της επιταχυνόμενης κίνησης

$$y_A = d = y_O + u_{Oy} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \iff d = 0 + u_0 \sin(\theta_0) t - \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2 \quad (9)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (8) παραπάνω, έχουμε

$$d = u_0 \sin(45^\circ) \frac{x_A}{u_0 \cos(45^\circ)} - \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} \left(\frac{x_A}{u_0 \cos(45^\circ)} \right)^2 \quad (10)$$

$$= x_A \tan(45^\circ) - \frac{eE x_A^2}{2m_e u_0^2 \cos^2(45^\circ)} \quad (11)$$

$$= x_A - \frac{eE x_A^2}{m_e u_0^2} \quad (12)$$

$$eE x_A^2 - (m_e u_0^2) x_A + d m_e u_0^2 = 0 \quad (13)$$

που είναι ένα δευτεροβάθμιο πολυώνυμο του x_A . Έχουμε δυο θετικές λύσεις αυτού του τριωνύμου

$$x_{A1} = 0.0752 \text{ m} \quad (14)$$

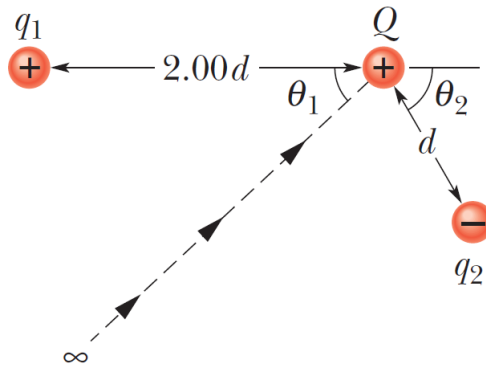
$$x_{A2} = 0.0272 \text{ m} \quad (15)$$

που αποτελούν τις x -συνιστώσες των σημείων που το ηλεκτρόνιο περνά την ευθεία $y = d$, που αντιστοιχεί στη θέση της πλάκας - δηλ. αν το ηλεκτρόνιο μπορούσε να τρυπήσει την πλάκα κατά τη διάρκεια της βολής του, αυτό θα γινόταν στα σημεία (x_{A_1}, d) , (x_{A_2}, d) . Προφανώς μας ενδιαφέρει η μικρότερη τιμή του x_A , άρα λύση μας είναι η

$$x_A = 0.0272 \text{ m} \quad (16)$$

Ασκηση 3.

Το έργο που απαιτείται για να φέρουμε ένα φορτίο $Q = 16e$ που βρίσκεται αρχικά ακίνητο στο άπειρο, από το άπειρο ως τη θέση που δείχνει το σχήμα (ανάμεσα στα δυο φορτία), αν το κινήσουμε κατά μήκος της διακεκομμένης γραμμής ισούται με το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο αυτό επί το φορτίο Q . Το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο που θα “καθίσει”



Σχήμα 3: Σχήμα Άσκησης 3.

το φορτίο Q , έστω P το σημείο αυτό, δίνεται από το άθροισμα των δυναμικών των επί μέρους πηγών φορτίου, q_1 , q_2 .

$$V_P = \sum V_i = V_{q_1} + V_{q_2} = k_e \frac{q_1}{2d} + k_e \frac{-q_2}{d} = k_e \left(\frac{q_1}{2d} - \frac{q_2}{d} \right) = k_e \left(\frac{4e}{2d} - \frac{2e}{d} \right) = k_e \left(\frac{2e}{d} - \frac{2e}{d} \right) = 0 \quad (17)$$

Άρα

$$W_{ext} = QV_P = 16e \cdot 0 = 0 \quad (18)$$

Ασκηση 4.

Δείτε το Σχήμα 4.

(α) Οι πυκνωτές C_3 , C_5 βρίσκονται σε σειρά συνδεδεμένοι, άρα μπορούν να αντικατασταθούν από έναν με χωρητικότητα

$$C_{35} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 2.0 \mu F \quad (19)$$

Ο ισοδύναμος αυτός πυκνωτής βρίσκεται σε παράλληλη σύνδεση με τον C_2 , άρα μπορεί όλη αυτή η συνδεσμολογία να αντικατασταθεί με έναν πυκνωτή με χωρητικότητα

$$C_{235} = 2.0 + 2.0 = 4.0 \mu F \quad (20)$$

Οι πυκνωτές C_{235} και C_4 βρίσκονται σε παραλληλία, και όμοια

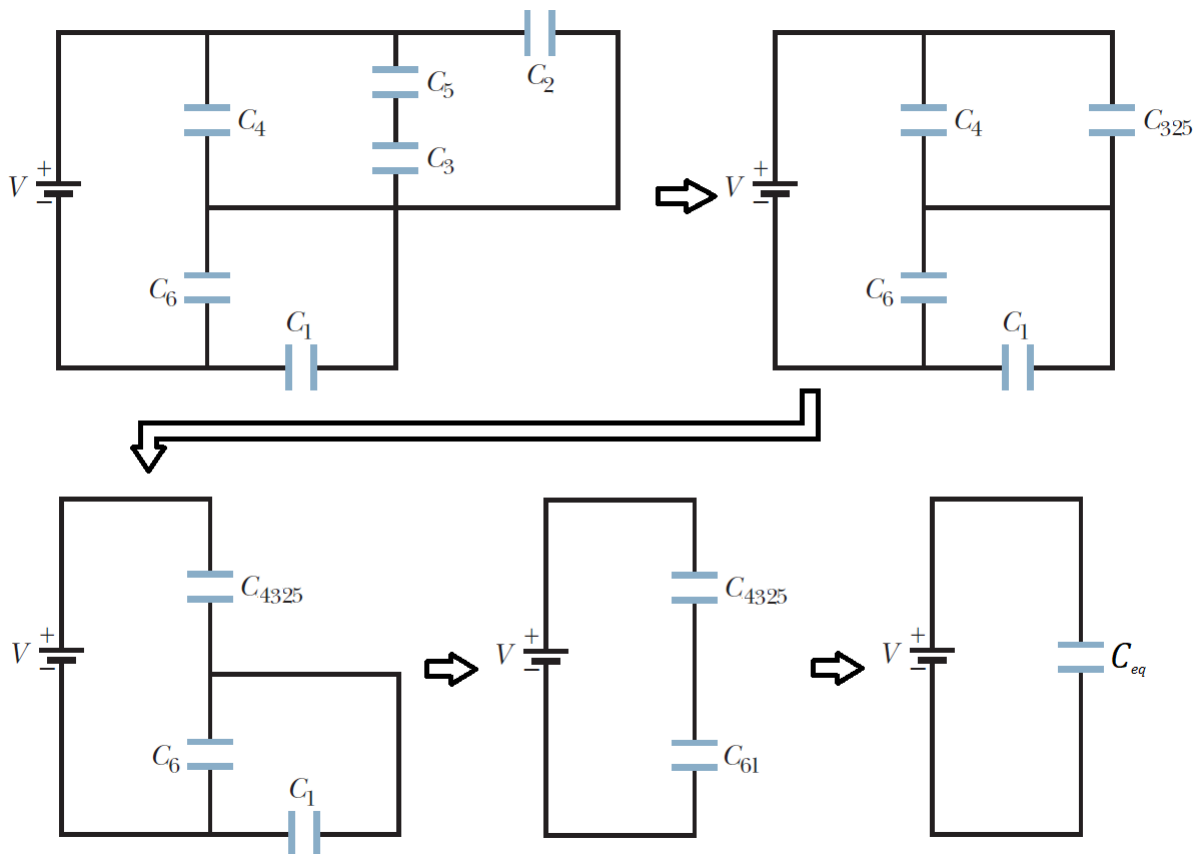
$$C_{2345} = C_{235} + C_4 = 4.0 + 2.0 = 6.0 \mu F \quad (21)$$

το ίδιο και οι πυκνωτές C_6 και C_1 , με ισοδύναμη χωρητικότητα

$$C_{16} = C_1 + C_6 = 3.0 + 3.0 = 6.0 \mu F \quad (22)$$

Οι εναπομείναντες ισοδύναμοι πυκνωτές είναι οι C_{2345} και C_{16} , που βρίσκονται σε σειρά, άρα

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}} = 3.0 \mu F \quad (23)$$



Σχήμα 4: Σχήμα Άσκησης 4.

(β) Το φορτίο Q_{eq} που αποθηκεύει ο ισοδύναμος πυκνωτής δίνεται από τη σχέση

$$Q_{eq} = C_{eq} \Delta V_{eq} = 3.0 \cdot 20 = 60 \mu C = 6 \cdot 10^{-5} C \quad (24)$$

ο συνολικός ισοδύναμος πυκνωτής που δέχεται διαφορά δυναμικού $\Delta V = 20 V$.

(γ) Θα διατρέξουμε το Σχήμα 4 ανάποδα τώρα. Οι διαφορές δυναμικού στα άκρα των πυκνωτών C_{2345} και C_{16} δίνονται ως

$$\Delta V_{2345} = \frac{Q_{2345}}{C_{2345}} = \frac{Q_{eq}}{C_{2345}} = \frac{6 \cdot 10^{-5}}{6 \cdot 10^{-6}} = 10.0V \quad (25)$$

$$\Delta V_{16} = \frac{Q_{16}}{C_{16}} = \frac{Q_{eq}}{C_{16}} = \frac{6 \cdot 10^{-5}}{6 \cdot 10^{-6}} = 10.0V \quad (26)$$

Ο πυκνωτής C_1 , έχει την ίδια διαφορά δυναμικού με τον ισοδύναμό του, αφού πρόκειται για παράλληλη συνδεσμο-λογία. Άρα

$$\Delta V_1 = 10.0 V \quad (27)$$

και φορτίο

$$Q_1 = C_1 \Delta V_1 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 30 \mu C \quad (28)$$

Η διαφορά δυναμικού ΔV_{2345} κατανέμεται εξίσου στους δυο πυκνωτές C_4 και C_{235} , ως παράλληλα συνδεδεμένοι. Άρα

$$\Delta V_{235} = 10 V \quad (29)$$

και

$$Q_{235} = C_{235} \Delta V_{235} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 40 \mu C \quad (30)$$

Η διαφορά δυναμικού $\Delta V_{235} = 10 \text{ V}$ κατανέμεται εξίσου στους πυκνωτές C_2 και στον κλάδο που περιλαμβάνει τους C_3, C_5 . Άρα

$$\Delta V_2 = 10 \text{ V} \quad (31)$$

και

$$Q_2 = C_2 \Delta V_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 20 \text{ } \mu\text{C} \quad (32)$$

Οι πυκνωτές C_3, C_5 είναι σειριακά συνδεδεμένοι και άρα έχουν το ίδιο φορτίο. Η διαφορά δυναμικού του C_{2345} είναι η ίδια στα άκρα των C_4, C_{35}, C_2 . Άρα

$$\Delta V_{35} = 10 \text{ V} \quad (33)$$

και άρα το φορτίο του C_{35} ισούται με

$$Q_{35} = C_{35} \Delta V_{35} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 20 \text{ } \mu\text{C} \quad (34)$$

Το φορτίο αυτό έχει τόσο ο πυκνωτής C_3 όσο και ο πυκνωτής C_5 , ως σειριακά συνδεδεμένοι

$$Q_3 = Q_5 = 20 \text{ } \mu\text{C} \quad (35)$$

Τέλος, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του C_3 είναι

$$\Delta V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} = 5 \text{ V} \quad (36)$$

Άσκηση 5.

(α) Η επιφάνεια διατομής του καλωδίου, A , ισούται με

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \pi d^2 / 4 \quad (37)$$

με d τη δοθείσα διάμετρο του καλωδίου. Η πυκνότητα ρεύματος δίνεται από τη σχέση

$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi d^2 / 4} = \frac{4(1.2 \cdot 10^{-10})}{\pi(2.5 \cdot 10^{-3})^2} = 2.44 \cdot 10^{-5} \text{ A/m}^2 \quad (38)$$

(β) Η ταχύτητα ολίσθησης των φορτίων δίνεται από τη σχέση

$$u_d = \frac{J}{n_e e} = \frac{2.444 \cdot 10^{-5}}{8.5 \cdot 10^{28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 1.79 \cdot 10^{-15} \text{ m/s} \quad (39)$$

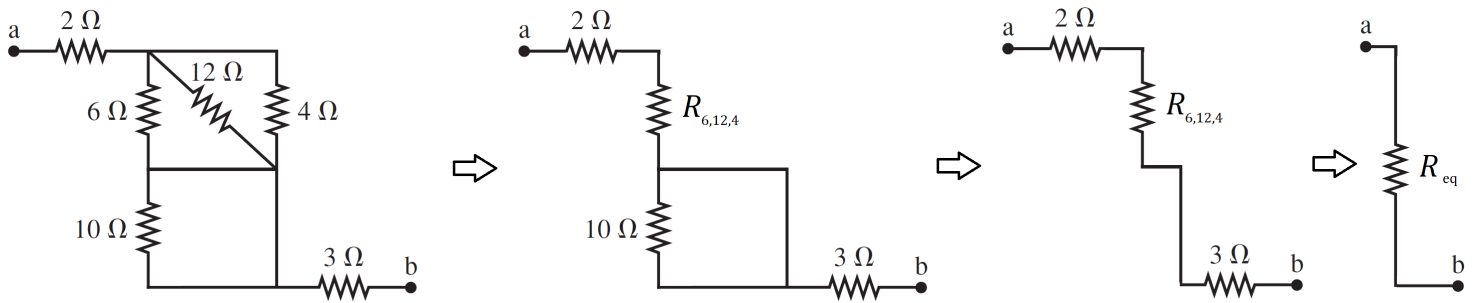
Άσκηση 6.

Μπορούμε να απλοποιήσουμε τη συνδεσμολογία αντιστάτων όπως στο Σχήμα 5. Οι αντιστάτες των 6, 12, και 4 Ω είναι παράλληλα συνδεδεμένοι. Ο ισοδύναμός τους θα έχει αντίσταση

$$R_{6,12,4} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{6}{12}} = 2 \text{ } \Omega \quad (40)$$

Ο αντιστάτης των 10 Ω βρίσκεται σε παραλληλία με απλό ιδανικό καλώδιο, οπότε

$$R_{10,wire} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{0}} = \infty \quad (41)$$



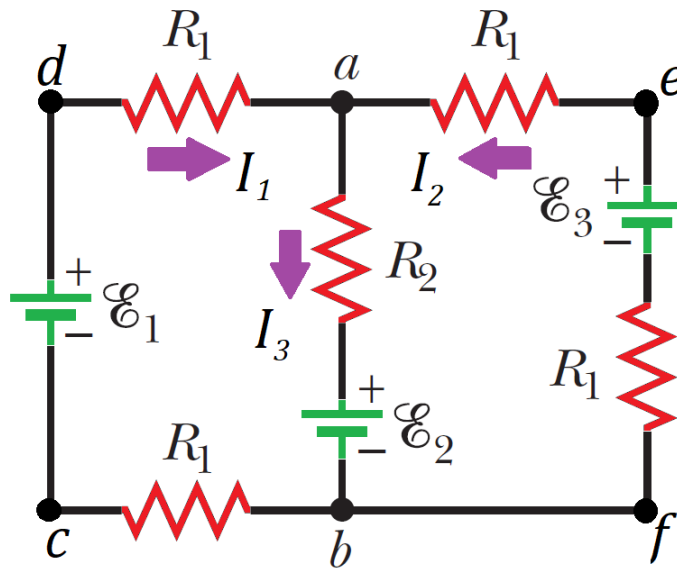
Σχήμα 5: Σχήμα Άσκησης 6.

άρα ο αντιστάτης των $10\ \Omega$ είναι σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα! Με άλλα λόγια, έχουμε τον αρχικό πάνω αριστερά αντιστάτη των $2\ \Omega$, τον αντιστάτη $R_{6,12,4} = 2\ \Omega$, και τον αντιστάτη των $3\ \Omega$, όλοι σε σειρά συνδεδεμένοι. Ο ισοδύναμος αντιστάτης θα έχει τότε αντίσταση

$$R_{eq} = R_{6,12,4} + R_2 + R_3 = 2 + 3 + 2 = 7\ \Omega \quad (42)$$

Άσκηση 7.

Στο Σχήμα 6 έχουμε ονοματίσει μερικά ακόμα σημεία του κυκλώματος και έχουμε επιλέξει τυχαία τη φορά των ρευμάτων που βλέπετε.



Σχήμα 6: Σχήμα Άσκησης 7.

Στον κόμβο a ισχύει ο 1ος κανόνας του Kirchhoff, που αναφέρει ότι

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (43)$$

Στο βρόχο $abcda$ ισχύει ο 2ος κανόνας του Kirchhoff, που αναφέρει ότι

$$-I_3 R_2 - \varepsilon_2 - I_1 R_1 + \varepsilon_1 - I_1 R_1 = 0 \quad (44)$$

$$-2I_3 - 4 - I_1 + 2 - I_1 = 0 \quad (45)$$

$$-2I_3 - 2 - 2I_1 = 0 \quad (46)$$

$$I_1 + I_3 = -1 \quad (47)$$

Στο βρόχο $ae fba$ ισχύει ο 2ος κανόνας του Kirchhoff, που αναφέρει ότι

$$I_2 R_1 - \varepsilon_3 + I_2 R_1 + \varepsilon_2 + I_3 R_2 = 0 \quad (48)$$

$$I_2 - 4 + I_2 + 4 + 2I_3 = 0 \quad (49)$$

$$2I_2 + 2I_3 = 0 \quad (50)$$

$$I_2 = -I_3 \quad (51)$$

Λύνοντας το σύστημα για τα τρία ρεύματα,

$$I_1 = -\frac{2}{3} \text{ A}, \quad I_2 = \frac{1}{3} \text{ A}, \quad I_3 = -\frac{1}{3} \text{ A} \quad (52)$$

Όσα ρεύματα έχουν αρνητικό πρόσημο, σημαίνει ότι η φορά τους είναι αντίθετη από αυτή που δείχνει το σχήμα.