

HY-111, Απειροστικός Λογισμός II  
 Ιούνιος 2009, ΤΕΛΙΚΟ  
 Διδάσκων: Κώστας Παναγιωτάκης  
 Διάρκεια: 180'

Όνομα:	A.M.:
Email:	Εξάμηνο Σπουδών:

ΘΕΜΑ	Μονάδες	Βαθμός
1	25	
α.	5	
β.	10	
γ.	10	
2	40	
α.	15	
β.	25	
3	20	
4	15	
α.	10	
β.	5	
Τελικός Βαθμός (100%)		

**ΘΕΜΑ 1 (25%)**

Έστω οι ευθείες  $(\epsilon_1)$ ,  $(\epsilon_2)$  με εξισώσεις:

$$(\epsilon_1) : \langle x, y, z \rangle = (2, 3, 4) + t \langle 1, 2, 3 \rangle$$

$$(\epsilon_2) : \langle x, y, z \rangle = (1, 1, 1) + t \langle 3, 4, 5 \rangle$$

α) Να βρεθεί αν υπάρχει το σημείο τομής των ευθειών  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$

β) Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου που ορίζουν οι δύο τεμνόμενες ευθείες.

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από το σημείο  $(0, 1, 0)$  και είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν οι  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$ .

**ΘΕΜΑ 2 (40%)**

A) Βρείτε το σημείο της καμπύλης  $x^2 + xy + y^2 = 2$  που βρίσκεται πιο κοντά στο σημείο  $O(0, 0)$ .

B) Βρείτε το σημείο της καμπύλης  $x^2 + xy + y^2 = 2$  που βρίσκεται πιο κοντά στο ευθύγραμμο τμήμα AB,  $A(0, 10)$ ,  $B(10, 0)$ .

Βοήθεια: Η απόσταση ενός σημείου  $(x, y)$  από ευθεία  $(ax + by + c = 0)$  δίδεται από τον τύπο  $d(x, y) = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

**ΘΕΜΑ 3 (20%)**

Να βρεθεί ο όγκος στερεού που βρίσκεται κάτω από το γράφημα της  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $(x, y) \in S$ .

S: το χωρίο που ορίζεται από το εσωτερικό ρόμβου ABΓΔ,  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $\Gamma(3, 1)$ ,  $\Delta(2, 0)$ .

**ΘΕΜΑ 4 (15%)**

α) Να σχεδιαστεί η καμπύλη στο καρτεσιανό επίπεδο που δίδεται σε πολικές συντεταγμένες:

$$r(t) = t^2, \theta(t) = 2\pi t, t \in [0, 2]$$

β) και να υπολογιστεί η εξίσωση εφαπτομένης της καμπύλης (σε καρτεσιανές συντεταγμένες) στο σημείο με πολικές συντεταγμένες  $(r=1, \theta = 2\pi)$ .